Теория фирмы, функционирующей в условиях чистой конкуренции

Теория фирмы, функционирующей в условиях чистой конкуренции

1. Задача максимизации прибыли фирмы.

2. Задача максимизации выпуска фирмы при лимите на используемые ею ресурсы.

3. Задача минимизации издержек фирмы при фиксированном выпуске фирмы.

1.Задача максимизации прибыли фирмы.

В долгосрочном периоде задача максимизации прибыли имеет вид (в случае двух ресурсов – капитала и труда)

$$\mathbf{PR(x_1, x_2) = p_0 f(x_1,x_2) - p_1x_1 - p_2x_2 \to (max),}\ \text{где}$$

$f(x_1,x_2)$ – производственная функция фирмы;

p_0 – цена выпускаемой фирмой продукции;

p_1 и p_2 – цена на капитал и труд;

x_1 – количество капитала;

x_2 – количество труда.

1.Задача максимизации прибыли фирмы.

- Для решения задачи следует найти частные производные, приравнять их к 0 и решить систему уравнений.

$$\frac{\partial PR(x_1,x_2)}{\partial x_1} = p_0 \frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} - p_1 = 0$$
$$\frac{\partial PR(x_1,x_2)}{\partial x_2} = p_0 \frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2} - p_2 = 0$$

Пусть решение системы уравнений (x_1^0, x_2^0)

Тогда функции спроса со стороны фирмы на рынке ресурсов можно записать следующим образом:

$x_1^0 = g_1(p_0, p_1, p_2)$ – функция спроса на капитал

$x_2^0 = g_2(p_0, p_1, p_2)$ – функция спроса на труд

$y^0 = h(p_0, p_1, p_2) = f(x_1^0, x_2^0)$ – функция предложения фирмой своей продукции на рынке товаров.

1.Задача максимизации прибыли фирмы.

- В краткосрочном периоде задача максимизации прибыли имеет вид:

$$\mathbf{PR}(\bar{x}_1, x_2) = p_0 f(\bar{x}_1, x_2) - p_1\bar{x}_1 - p_2 x_2 \to (\max), \text{ где}$$

$\bar{x}_1$ – фиксированное количество капитала.

Для решения задачи находим производную и приравниваем к 0.

$$\frac{\partial \mathrm{PR}(\bar{x}_1, x_2)}{\partial x_2} = p_0 \frac{\partial f(\bar{x}_1, x_2)}{\partial x_2} - p_2 = 0$$

2. Задача максимизации выпуска фирмы при лимите на используемые ею ресурсы.

$f(x_1,x_2) \rightarrow (\max)$,
$V = p_1x_1 + p_2x_2$

V – лимит на ресурсы

2.Задача максимизации выпуска фирмы при лимите на используемые ею ресурсы.

$$L(x_1, x_2,\lambda) = f(x_1, x_2) + \lambda(V - p_1x_1 - p_2x_2)$$

Условия экстремума функции:

$$\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$V - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

2.Задача максимизации выпуска фирмы при лимите на используемые ею ресурсы.

Решение системы уравнений: $(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \hat{\lambda})$.

Функции:

$$\boldsymbol{\widehat{x_1} = \varphi_1(p_1, p_2, V),}$$
$$\boldsymbol{\widehat{x_2} = \varphi_2(p_1, p_2, V),} -$$

функции спроса по Маршаллу (по Вальрасу) на ресурсы со стороны фирмы.

$\hat{y} = f(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}) = f(\varphi_1(p_1, p_2, V), \varphi_2(p_1, p_2, M)) = \theta(p_1, p_2, V)$ – функция предложения.

2.Задача максимизации выпуска фирмы при лимите на используемые ею ресурсы.

Предельный выпуск по лимиту по доходу равен множителю Лагранжа:

$$\frac{\partial\theta(p_1,p_2,V)}{\partial V} = \hat{\lambda}$$

Это утверждение показывает, что при росте лимита на ΔV предложение фирмы увеличивается на $\hat{\lambda}\Delta V$:

$$\theta(p_1, p_2, V+\Delta V) = \theta(p_1, p_2, V) + \hat{\lambda}\Delta V$$

Предельный выпуск по цене ресурса равен:

$$\frac{\partial\theta(p_1,p_2,V)}{\partial pi} = -\left(\widehat{x_i}\,\hat{\lambda}\right), \quad i = 1,2 \text{ – тождество Роя}$$

Тождество Роя показывает, что при росте цены на Δp величина предложения фирмы уменьшается на $\widehat{x_i}\,\hat{\lambda}\Delta p$:

$$\theta(p_1+\Delta p_1, p_2, V) = \theta(p_1, p_2, V) - \hat{\lambda}\,\widehat{x_1}\Delta p_1$$

3.Задача минимизации издержек фирмы при фиксированном выпуске фирмы.

$$p_1x_1 + p_2x_2 = M \quad \rightarrow \quad \min$$

при $f(x_1, x_2) = \breve{y}$

3.Задача минимизации издержек фирмы при фиксированном выпуске фирмы.

Для решения задачи составим функцию Лагранжа:

$$L(x_1, x_2,\lambda) = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda(\breve{y} - f(x_1, x_2))$$

Условия экстремума:

$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x1} = p_1 - \lambda\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x2} = p_2 - \lambda\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial \lambda} = \breve{y} - f(x_1, x_2) = 0$$

3.Задача минимизации издержек фирмы при фиксированном выпуске фирмы.

Решение системы уравнений:

– $(\breve{x_1}, \breve{x_2}, \breve{\lambda})$ – длинная точка;

– $(\breve{x_1}, \breve{x_2})$ – короткая точка, характеризующая экстремум функции.

Функции:

$\breve{x_1}$, $= \psi_1(p_1, p_2, \breve{y})$,

$\breve{x_2} = \psi_2(p_1, p_2, \breve{y})$, – функции спроса по Хиксу на ресурсы со стороны фирмы.

Функции спроса подставляем в функцию издержек:

$$\breve{C} = p_1\breve{x_1} + p_2\breve{x_2} = p_1\ \psi_1(p_1, p_2, \breve{y}), + p_2\ \psi_2(p_1, p_2, \breve{y}).$$

3.Задача минимизации издержек фирмы при фиксированном выпуске фирмы.

Предельные издержки по объему выпуска равны множителю Лагранжа:

$$\frac{\partial C(p_1,p_2,\breve{y})}{\partial \breve{y}} = \breve{\lambda}$$

Это утверждение показывает, что при изменении объема выпуска на достаточно малую величину $\Delta\breve{y}$ издержки увеличиваются на $\breve{\lambda}\,\Delta\breve{y}$:

$$C(p_1, p_2, , \breve{y}) = \breve{\lambda}\,\Delta\breve{y} + C(p_1, p_2, \breve{y})$$

Предельный издержки по цене ресурса равны:

$$\frac{\partial C(p_1,p_2,\breve{y})}{\partial pi} = \breve{x}_i, \quad i = 1{,}2 \text{ – лемма Шепарда}$$

Лемма Шепарда показывает, что при изменении цены ресурса на достаточно малую величину Δpi , издержки увеличиваются на $\breve{x}_i\,\Delta p_1$:

$$C(p_1+\Delta p_1, p_2,\breve{y}) = \breve{x}_i\Delta p_1 + C(p_1, p_2,\breve{y})$$