Лекция 2. **Модели межотраслевого баланса**

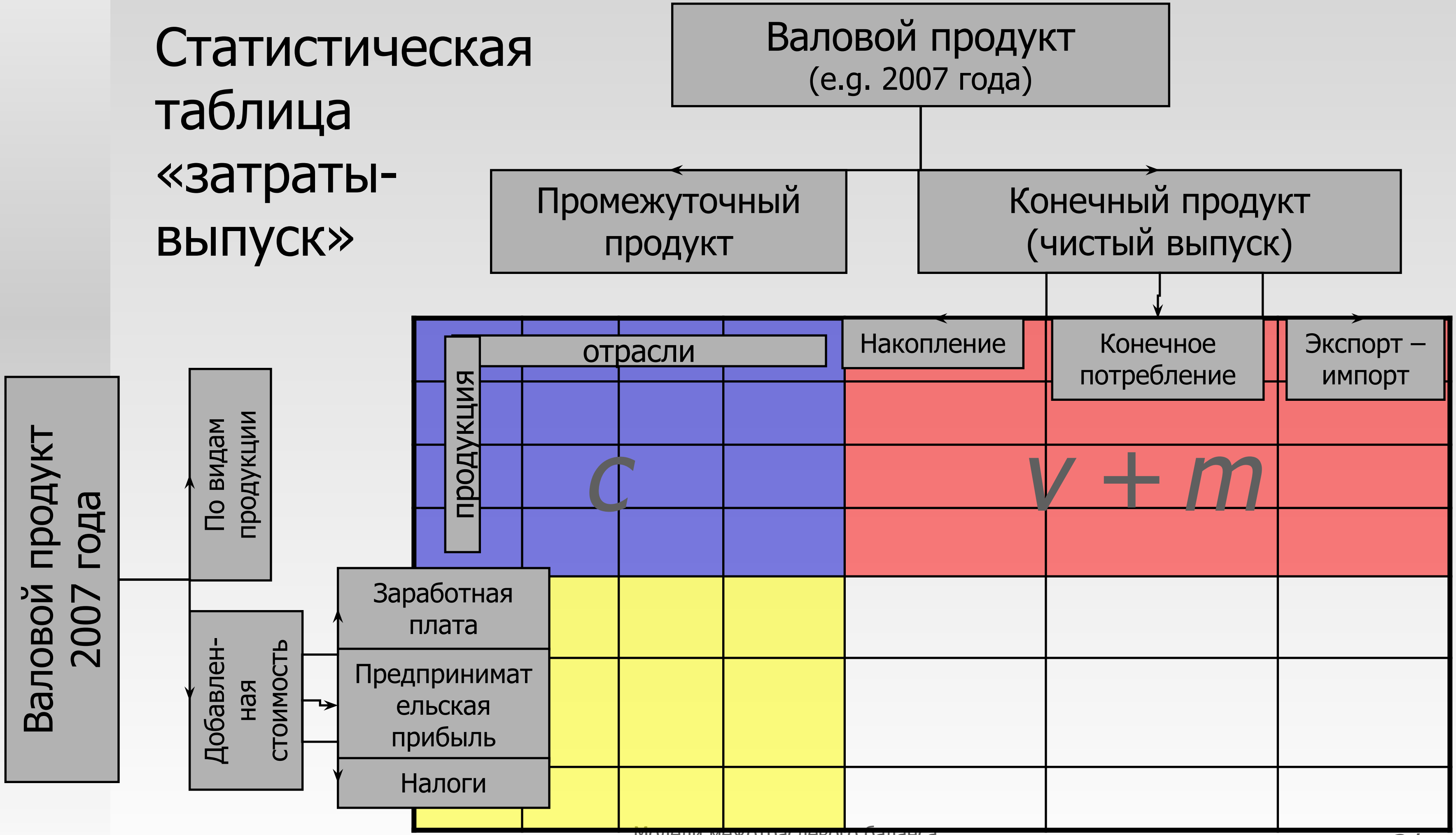
Содержание лекции:

Литература

- Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. *В.В. Федосеева*. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — глава 6.
- *Коссов В.В.* Межотраслевые модели (теория и практика использования). М.: Экономика, 1973.
- *Светлов Н.М.* На пути к новой концепции стоимости. М.: Изд-во МСХА, 2002.

2.1. Схема межотраслевого баланса по В. Леонтьеву

Статистическая таблица «затраты-выпуск»



2.1. Схема межотраслевого баланса по В. Леонтьеву

Статистическая таблица «затраты-выпуск» содержит *валовые* показатели, которые могут быть:

- **натуральными (млн.т, млн. шт., млрд. м3) либо**
- **стоимостными (млн. руб.)**

2.1.

- Основные предположения ***модели*** межотраслевого баланса:
  - каждая отрасль выпускает ровно один продукт
  - каждый продукт выпускается ровно одной отраслью
    - ⇒ число продуктов равно числу отраслей
    - ⇒ измерять интенсивность работы отрасли можно объёмом выпуска соответствующего продукта
  - затраты любого продукта в каждой отрасли прямо пропорциональны её интенсивности
- Эмпирической базой модели является таблица «затраты-выпуск»
- Модель:
  - прикладная
  - мИкроэкономическая
  - балансовая
  - статическая
  - детерминированная
  - нормативная

2.1.

$x_1 - c_{11}$	$-c_{12}$	$-c_{13}$	$-c_{14}$		y_1	
$-c_{21}$	$x_2 - c_{22}$	$-c_{23}$	$-c_{24}$		y_2	
$-c_{31}$	$-c_{32}$	$x_3 - c_{33}$	$-c_{34}$		y_3	
$-c_{41}$	$-c_{42}$	$-c_{43}$	$x_4 - c_{44}$		y_4	

x, *c* и *y* неотрицательны

В.К. Дмитриев (начало XX в.):

$a_{ij} = c_{ij} / (x_j - c_{jj}), \; i \neq j;$

$a_{ij} = 1, \; i = j$

Основная модель:

$\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$, *где*

$\mathbf{A} = (a_{ij}), \; \mathbf{x} = (x_j - c_{jj}),$

$\mathbf{y} = (y_i)$

В. Леонтьев (середина XX в.):

$a_{ij} = c_{ij} / x_j$

Основная модель:

$\mathbf{x} - \mathbf{Ax} = \mathbf{y}$, *где*

$\mathbf{A} = (a_{ij}), \; \mathbf{x} = (x_j),$

$\mathbf{y} = (y_i)$

2.2. Анализ экономических показателей при помощи межотраслевого баланса

$\mathbf{x} - \mathbf{Ax} = \mathbf{y}$

$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{y}$, где

$\mathbf{I} = (i_{ab})$:

- $i_{ab} = 0$, если $a \neq b$;
- $i_{ab} = 1$, если $a = b$

Пусть $\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$

Тогда

$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{Bx} = \mathbf{By}$, то есть $\mathbf{x} = \mathbf{By}$

Чтобы определить, каковы должны быть производственные мощности отраслей экономики для производства конечного продукта в размере $\mathbf{y}$, достаточно умножить его (<u>слева</u>) на матрицу $\mathbf{B}$, называемую *матрицей полных затрат*.

2.2.

Пусть **p** – вектор цен продукции каждой отрасли, **c** – вектор добавленной стоимости в единице продукции каждой отрасли. Тогда

$\mathbf{p} - \mathbf{pA} = \mathbf{c}$

$\mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \mathbf{c}$

Отсюда

$\mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{cB}$, то есть $\mathbf{p} = \mathbf{cB}$

Чтобы определить, каковы должны быть цены для создания добавленной стоимости в размере **c**, достаточно умножить **c** (<u>справа</u>) на матрицу **B**.

2.2.

Рассмотрим компоненты матрицы $\mathbf{B} = (b_{ji})$.

Величина b_{ji} показывает, на сколько единиц нужно увеличить объём производства в отрасли j, чтобы увеличить чистый выпуск блага i на единицу.

Она отражает *полные затраты* продукции отрасли j на производство всех других видов продукции, необходимых для единичного выпуска блага i, во всех производственных циклах:

- Можно доказать, что $\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \ldots = \mathbf{B}$ (при стандартных условиях модели межотраслевого баланса и неотрицательности элементов главной диагонали матрицы $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$).

Её единица измерения – единиц блага j на единицу блага i.

2.3. Теорема о балансовой системе

	Процесс 1	Процесс 2	Процесс 3	Конечное потребление	Цены
Благо 1	−1000	–	598,99	401,01	**7,142**
Благо 2	2000	−2500	99,99	400,01	**2,641**
Благо 3	–	3449	−6000	2551	**1,376**
Финансовый баланс	1859,47	1858,30	3712,90	7430,67	**1**

$$(7430{,}67)\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \boxed{10{,}348 \quad 1{,}459 \quad 1{,}057} \\ 8{,}473 \quad 4{,}237 \quad 0{,}917 \\ 4{,}871 \quad 2{,}435 \quad 1{,}765 \end{pmatrix}$$

	Процесс 1	Процесс 2	Процесс 3	Процесс 4	Процесс 5	Процесс 6	Конечное потребление	Цены
Благо 1	−1000	–	598,99	380	20	1	0,01	**7,142**
Благо 2	2000	−2500	99,99	400	–	–	0,01	**2,641**
Благо 3	–	3449	−6000	2500	50	1	–	**1,376**
Благо 4	1000	1000	1998	−4000	–	2	–	**1,856**
Благо 5	0,499	–	–	99	−100	0,5	0,001	**2,161**
Благо 6	0,5	0,5	1	–	1	−3	–	**4,437**
Финансовый баланс	0,09	–	0,009	–	0,001	–	0,1	**1**

$$(0{,}1)\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \boxed{7{,}1424 \quad 2{,}6415 \quad 1{,}3759 \quad 1{,}8561 \quad 2{,}1608 \quad 4{,}4370} \\ 7{,}1424 \quad 2{,}6415 \quad 1{,}3759 \quad 1{,}8561 \quad 2{,}1608 \quad 4{,}4369 \\ 7{,}1424 \quad 2{,}6415 \quad 1{,}3759 \quad 1{,}8561 \quad 2{,}1608 \quad 4{,}4370 \\ 7{,}1424 \quad 2{,}6415 \quad 1{,}3759 \quad 1{,}8561 \quad 2{,}1608 \quad 4{,}4370 \\ 7{,}1423 \quad 2{,}6415 \quad 1{,}3759 \quad 1{,}8561 \quad 2{,}1618 \quad 4{,}4371 \\ 7{,}1424 \quad 2{,}6415 \quad 1{,}3759 \quad 1{,}8561 \quad 2{,}1611 \quad 4{,}4703 \end{pmatrix}$$

2.3.

Т е о р е м а. Пусть **V** — произвольная невырожденная матрица порядка $n \times n$, w_{ij} — (i, j)-компонент матрицы $\mathbf{W} = \mathbf{V}^{-1}$, $\mathbf{w}_j = (w_{ij})$, матрица **Y** порядка $n \times n$ имеет ранг $n - 1$, вектор $\mathbf{p}^*$ — любое нетривиальное решение системы уравнений $\mathbf{Yp} = \mathbf{0}$, p_i — i-й компонент вектора **p**. Тогда если j-я строка матрицы **Y** представляет собой линейную комбинацию каких-либо других строк **Y**, то $\lim\limits_{\mathbf{V} \to \mathbf{Y}} \mathbf{w}_j = c\mathbf{p}^*$.

Теорема о балансовой системе утверждает:

- чем меньшую часть ВВП мы рассматриваем в качестве конечного результата функционирования экономики,
- тем точнее соответствие между коэффициентами *любой* строки матрицы **B** и стоимостными (ценовыми) пропорциями, обеспечивающими необходимый и достаточный объём финансовых ресурсов каждой отрасли.

Следовательно, полные затраты любого блага на производство любого другого блага объясняют пропорции цен, складывающихся в экономике, если в качестве конечного продукта признаётся очень малая часть ВВП.