

ЕГЭ – 2012

(математика)

Задания С1, С3

© Варганова Л.Ю.

Уметь решать уравнения и неравенства

2		Уравнения и неравенства
2.1		Уравнения
	2.1.1	Квадратные уравнения
	2.1.2	Рациональные уравнения
	2.1.3	Иррациональные уравнения
	2.1.4	Тригонометрические уравнения
	2.1.5	Показательные уравнения
	2.1.6	Логарифмические уравнения
	2.1.7	Равносильность уравнений, систем уравнений
	2.1.8	Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
	2.1.9	Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
	2.1.10	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
	2.1.11	Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
	2.1.12	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений

Уметь решать уравнения и неравенства

2.2		<i>Неравенства</i>
	2.2.1	Квадратные неравенства
	2.2.2	Рациональные неравенства
	2.2.3	Показательные неравенства
	2.2.4	Логарифмические неравенства
	2.2.5	Системы линейных неравенств
	2.2.6	Системы неравенств с одной переменной
	2.2.7	Равносильность неравенств, систем неравенств
	2.2.8	Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
	2.2.9	Метод интервалов
2.2.10	Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем	

Критерии оценивания С1

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2012 г. МАТЕМАТИКА, 11 класс.

(2012 - 11 / 19)

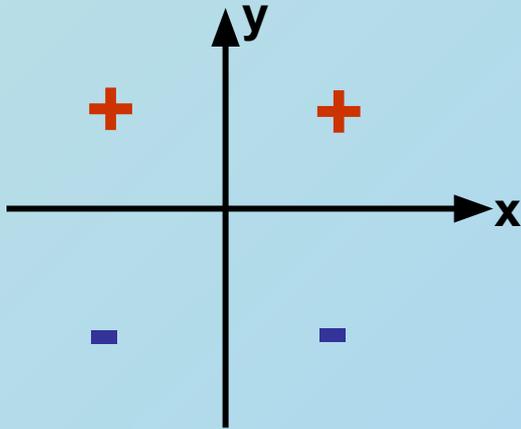
Содержание критерия	Баллы
Верно решено уравнение и произведён отбор корней	2
Верно решено уравнение, но не произведён отбор корней, или верно найдены только корни из заданного отрезка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
	<i>Максимальный балл</i>
	2

Подготовительные задания

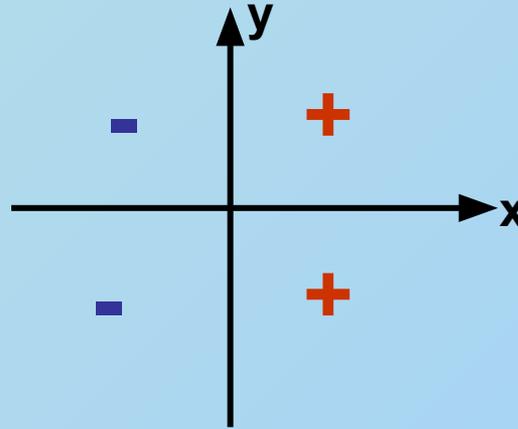
- 1 Решите уравнение $7 \cos^2 x - \cos x - 8 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.
- 2 Найдите все корни уравнения $(\sqrt{2} \sin x + 1)(2 \sin x - 3) = 0$, удовлетворяющие неравенству $\operatorname{tg} x < 0$.
- 3 Найдите все корни уравнения $(\sqrt{2} \cos x - 1)(2 \cos x + 1) = 0$, удовлетворяющие неравенству $\sin x < 0$.
- 4 Решите уравнение $\frac{6}{\cos^2 x} - \frac{7}{\cos x} + 1 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; \pi]$.
- 5 Найдите все корни уравнения $(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})(2 \cos x - 1) = 0$, удовлетворяющие неравенству $\sin x > 0$.
- 6 Найдите все корни уравнения $(\operatorname{tg} x - 1)(\sqrt{2} \sin x + 1) = 0$, удовлетворяющие неравенству $\cos x < 0$.
- 7 Решите уравнение $3 \cos^2 x - 4 \sin x + 4 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; \pi\right]$.

Знаки тригонометрических функций

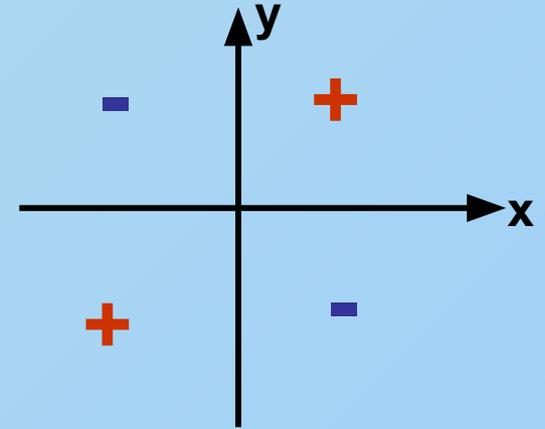
$$y = \sin x$$



$$y = \cos x$$



$$y = \operatorname{tg}x, y = \operatorname{ctg}x$$



Формулы корней тригонометрических уравнений

$$\sin x = a$$

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = a$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg}x = a$$

$$x = \operatorname{arctg}a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$3 \sin^2 x + 4 \sin x - 7 = 0$$

$$\sin x = y$$

$$y_1 = 1 \quad y_2 = -\frac{7}{3}$$

$$1) \sin x = 1$$

$$2) \sin x = -\frac{7}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

Корней нет

Отбор корней:

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; \pi \right]$$

$$n = 0 \quad x = \frac{\pi}{2}$$

$$n = -1 \quad x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$n = -2 \quad x = -\frac{7\pi}{2}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$; $x = \frac{\pi}{2}$; $x = -\frac{3\pi}{2}$

Задания С1

3. Решите уравнение $\frac{\log_5(-2 \cos x)}{\sqrt{5} \operatorname{tg} x} = 0$.

4. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - \sin 2x - 2 \cos 2x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$.

Критерии оценивания С3

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2012 г. МАТЕМАТИКА, 11 класс.

(2012 - 13 / 19)

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Для обоих неравенств системы обоснованно получены верные ответы, но не проведено обоснованного сравнения значений конечных точек найденных промежутков	2
Для одного из двух неравенств системы обоснованно получен верный ответ	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Формулы перехода к рациональным неравенствам

$$\begin{aligned}\log_a b \geq 0 &\Leftrightarrow (a-1)(b-1) \geq 0, \\ \log_a b - \log_a c \geq 0 &\Leftrightarrow (a-1)(b-c) \geq 0, \\ a^b - a^c \geq 0 &\Leftrightarrow (a-1)(b-c) \geq 0.\end{aligned}$$

Задания С3

1. Решите неравенство

$$\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0.$$

2. Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{\log_x 2x}(6x-2) \geq 0, \\ 20^x - 64 \cdot 5^x - 4^x + 64 \leq 0. \end{cases}$

3. Решите систему неравенств $\begin{cases} 6^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x > 2, \\ 2^{x^2} \leq 4 \cdot 2^x. \end{cases}$

Литература

- Корянов А.Г., Прокофьев А.А., Математика ЕГЭ 2012. Системы неравенств с одной переменной (типовые задания С3)
- Ященко И.В., Подготовка к ЕГЭ по математике в 2012 году. Методические указания – М.: МЦНМО, 2012. – 208 с.