Уравнение вида $\sqrt[3]{A(x)}+\sqrt[3]{B(x)}=C(x)$

Критерии выбора рационального способа решения

$$(a+b)^3 = \left[\begin{array}{l} a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ a^3 + b^2 + 3ab(a+b) \end{array}\right. \qquad a^3 + b^3 = \left[\begin{array}{l} (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\ (a+b)^3 - 3ab(a+b) \end{array}\right.$$

Если $a + b + c = 0$, **то** $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

Проверка домашнего задания.

№1. Решить уравнение

$$\sqrt[3]{8+x}+\sqrt[3]{8-x}=1.$$

<u>1способ</u>: «Метод замены»

$$8 + x - x + 8 + 3\sqrt[3]{(8+x)(8-x)}\left(\sqrt[3]{8+x}+\sqrt[3]{8-x}\right)=1$$

$$16+3\sqrt[3]{64-x}=1$$

$$\sqrt[3]{64-x}=-5,$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\sqrt{189}, \\ x=-\sqrt{189}. \end{array}\right.$$

Проверка: $\sqrt[3]{8+\sqrt{189}}+\sqrt[3]{8-\sqrt{189}}=1?!$

<u>2 способ</u>: «Система уравнений»

Пусть $\sqrt[3]{8-x}=a$ **и** $\sqrt[3]{8+x}=в$ **, тогда** $\begin{cases} a^3+в^3=16, \\ a+в=1; \end{cases}$ $\begin{cases} (a+в)^3-3aв(a+в)=16, \\ a+в=1; \end{cases}$

$$\begin{cases} 1-3aв=16, \\ a+в=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} aв=-5, \\ a+в=1; \end{cases}$$

Тогда a **и** $в$ **корни уравнения,** $к^2-к-5=0,$ **а значит** $\left[\begin{array}{l} к=\dfrac{\sqrt{21}+1}{2}, \\ к=\dfrac{1-\sqrt{21}}{2}. \end{array}\right.$

Вернемся к исходной переменной: $\sqrt[3]{8+x}=\dfrac{1+\sqrt{21}}{2}$**, или** $\sqrt[3]{8+x}=\dfrac{1-\sqrt{21}}{2},$

$x=3\sqrt{21}$ $\qquad$ $x=-3\sqrt{21}.$

Практическая работа

1.Каждое из уравнений решить способом «подстановки» или сведением к системе уравнений. Первые номера в паре начинают работу с «подстановки», а вторые- с системы уравнений.

Меняясь способом решения, вы решаете следующее уравнение.

№1. $$\sqrt[3]{x-7}+\sqrt[3]{5-x}=1$$

№2. $$\sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3}=1$$

Решение практической работы.

$$\sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3}=1,$$
$$\sqrt[3]{x+34}+\sqrt[3]{3-x}=1,$$

Пусть $\sqrt[3]{x+34}=a$ и $\sqrt[3]{3-x}=в,$ **тогда** $\begin{cases} a+в=1, \\ a^3+в^3=37; \end{cases} \begin{cases} a+в=1, \\ (a+в)^3-3aв(a+в)=37; \end{cases}$

$$\begin{cases} a+в=1, \\ -3aв=36; \end{cases} \begin{cases} a+в=1, \\ aв=-12; \end{cases}$$

Тогда a **и** $в$ **корни уравнения,** $к^2-к-12=0,$ **а значит** $\left[\begin{array}{l} к=4, \\ к=-3. \end{array} \right.$

Вернемся к исходной переменной: $\sqrt[3]{3-x}=4,$

$$x=-61$$

или $\sqrt[3]{3-x}=-3,$

$$x=30$$

Закрепление нового материала.

№1. Определите появляются ли посторонние корни при решении уравнений:

1) $\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{x-1}=1,$

2) $\sqrt[3]{2x+1}+\sqrt[3]{6x+1}=\sqrt[3]{2x-1},$

3) $\sqrt[3]{12-x}+\sqrt[3]{4+x}=2.$

№2. Решите уравнение, выбрав рациональный способ решения:

1) $\sqrt[3]{2x+3}+\sqrt[3]{2x+1}=\sqrt[3]{1-2x},$

2) $\sqrt[3]{2+x}+\sqrt[3]{x+0{,}4}=\sqrt[3]{1{,}2-x}.$

Домашнее задание:

Решите уравнение, выбрав рациональный способ решения:

$$\sqrt[3]{6+x}+3\sqrt[3]{x-1{,}3}=\sqrt[3]{8{,}6-x},$$

$$\sqrt[3]{x+3}-\sqrt[3]{x-3}=\sqrt[6]{3x^2-27}-\sqrt{\left(|x|-3\right)^2}$$