

# Решение заданий В10 ЕГЭ (теория вероятностей)

Часть 1



## • Справочный материал

*Однотипные задачи под номерами одного цвета.*

*Чтобы увидеть решение задачи, кликните по тексту.*

*Чтобы увидеть ответ к задаче, кликните по кнопке:*



# • *Справочный материал*



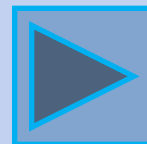
## *Классическое определение вероятности*

*Вероятностью события  $A$  называется отношение числа благоприятных для него исходов испытания к числу всех равновозможных исходов.*

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

*где  $m$  - число исходов, благоприятствующих осуществлению события,*

*а  $n$  - число всех возможных исходов.*



## *Некоторые свойства и формулы*

- 1. Вероятность достоверного события равна единице.*
- 2. Вероятность невозможного события равна нулю.*
- 3. Сумма вероятностей противоположных событий равна 1.*
- 4. Формула сложения вероятностей совместных событий:*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- 5. Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- 6. Вероятность произведения независимых событий  $A$  и  $B$  (наступают одновременно) вычисляется по формуле:*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

- 7. Формула умножения вероятностей:*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A),$$

*где  $P(B/A)$  – условная вероятность события  $B$ ,  
при условии, что событие  $A$  наступило.*



**8. Формула Бернулли – формула вероятности  $k$  успехов в серии из  $n$  испытаний**

$$P(A) = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где  $C_n^k$  – число сочетаний,

$p$  – вероятность успеха,

$q = 1 - p$  – вероятность неудачи.

При подбрасывании симметричной монеты, когда  $p = q = 1/2$ , формула Бернулли принимает вид:

$$P(A) = \frac{C_n^k}{2^n}.$$

Например, вероятность выпадения орла дважды в трех испытаниях:

$$P(A) = \frac{C_3^2}{2^3} = \frac{3}{8}.$$



## Некоторые методы решения задач

1. Большинство задач можно решить с помощью классической формулы вероятности:

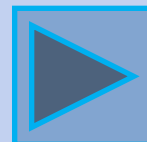
$$P(A) = \frac{m}{n}$$

2. Задачи с монетами (и игральной костью) при небольшом количестве подбрасываний удобно решать методом перебора комбинаций.

### Метод перебора комбинаций:

- выписываем все возможные комбинации орлов и решек. Например, ОО, ОР, РО, РР. Число таких комбинаций –  $n$ ;
- среди полученных комбинаций выделяем те, которые требуются по условию задачи (благоприятные исходы), –  $m$ ;
- вероятность находим по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$



3. При решении задач с монетами число всех возможных исходов можно посчитать по формуле  $n = 2^N$ ,

где  $N$  – количество бросков, 2 – число исходов в одном испытании (орел или решка). Например, монету подбросили 3 раза, тогда число всех исходов  $2^3 = 8$ ; четыре раза -  $2^4 = 16$ .

Аналогично при бросании кубика  $n = 6^N$ ,

где  $N$  – количество бросков, 6 – число исходов в одном испытании (1, 2, 3, 4, 5 или 6). Например, кубик подбросили 3 раза, тогда число всех исходов -  $6^3 = 216$ .

4. Комбинаторный метод решения можно применять при подсчете количества исходов с помощью формул комбинаторики.



## Задачи на сложение и умножение вероятностей

**27.** Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ:



### Решение

Вероятность попадания в мишень равна 0,7; вероятность промаха равна  $1 - 0,7 = 0,3$ .

Т. к. результаты выстрелов – независимые события, вероятность того, что биатлонист четыре раза попал в мишень, а один раз промахнулся, равна:

$$P = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \approx 0,07$$

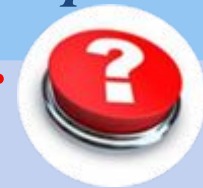
Ответ: 0,07





**28.** В магазине стоят три платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

**Ответ:**



**Решение**

Событие  $A$  – хотя бы один автомат исправен.

Найдем вероятность противоположного ему события  $\bar{A}$ , когда все три автомата неисправны, по формуле умножения вероятностей независимых событий.



$$P(\bar{A}) = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$$

$$\text{Тогда } P(A) = 1 - 0,001 = 0,999$$

**Ответ: 0,999**



29. В интернет-магазине три телефонных оператора. В случайный момент оператор занят разговором с клиентом с вероятностью 0,7 независимо от других. Клиент звонит в магазин. Найдите вероятность того, что в этот момент хотя бы один оператор не занят.

Ответ:



Решение

I способ

Событие  $A$  – не занят хотя бы один оператор, т.е. не занят один, два или все три оператора.

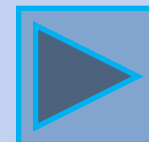
$$P(A) = (0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,7) \cdot 3 + (0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,7) \cdot 3 + 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,657$$

II способ

$$P(A) = \frac{m}{n},$$
$$P(A) = \frac{m}{n},$$



Ответ: 0,657



**30.** В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну группу.

Ответ:



Решение

$21 : 3 = 7$  – количество учеников (мест) в одной группе;

$\frac{7}{21}$  - вероятность того, что Тоша попадет в первую группу;

$\frac{7-1}{21-1} = \frac{6}{20}$  - вероятность того, что Гоша попадет в ту же группу;

$\frac{7}{21} \cdot \frac{6}{20} = 0,1$  - вероятность того, что Тоша и Гоша попадут в первую группу;

Всего групп три. Поэтому

$$P = 0,1 + 0,1 + 0,1 = 0,1 \cdot 3 = 0,3$$



Ответ: 0,3

**31.** В классе 28 учащихся, среди них Наташа и Владик - брат и сестра. Для проведения медосмотра класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найти вероятность того, что Владик и Наташа попали в разные группы.

Ответ:



Решение

$28 : 2 = 14$  – количество учеников (мест) в одной группе;

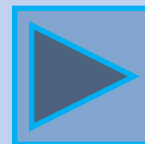
$\frac{14}{28} = \frac{1}{2}$  - вероятность того, что Наташа попадет в I группу;

$\frac{14}{28-1} = \frac{14}{27}$  - вероятность того, что Владик попадет во II группу (в ней тоже 14 мест);

$\frac{1}{2} \cdot \frac{14}{27} = \frac{7}{27}$  - вероятность того, что

Наташа попадет в I группу, а Владик - во II;  
Второй случай: Владик в I группе, Наташа – во II.

Поэтому  $P = \frac{7}{27} \cdot 2 = \frac{14}{27}$ . **Ответ:**  $\frac{14}{27}$



**32.** В группе иностранных туристов 51 человек. Среди них два испанца. Для посещения музея группу делят на две подгруппы – 25 и 26 человек – случайным образом. Найти вероятность того, что оба испанца окажутся в одной подгруппе.

Ответ:



Решение

$P(A) = \frac{25}{51} \cdot \frac{24}{50} = \frac{12}{51}$  - вероятность, что оба испанца окажутся в I подгруппе;

$P(B) = \frac{26}{51} \cdot \frac{25}{50} = \frac{13}{51}$  - вероятность, что оба испанца окажутся во II подгруппе;

$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{12}{51} + \frac{13}{51} = \frac{25}{51}$  - вероятность, что оба испанца окажутся в I или во II подгруппе



Ответ:  $\frac{25}{51}$



# Задачи на сложение и умножение вероятностей

27. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням.

Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.



28. В магазине стоят три платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.



29. В интернет-магазине три телефонных оператора. В случайный момент оператор занят разговором с клиентом с вероятностью 0,7 независимо от других. Клиент звонит в магазин. Найдите вероятность того, что хотя бы один оператор не занят.



30. В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали



31. В классе 28 учащихся, среди них Наташа и Владик - брат и сестра. Для проведения медосмотра класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Владик и Наташа попали в разные группы



32. В группе иностранных туристов 51 человек. Среди них два испанца. Для посещения музея группу делят на две подгруппы – 25 и 26 человек – случайным образом. Найдите вероятность того, что оба испанца окажутся в одной подгруппе.





# *Источники:*

- 1. И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко Рабочая тетрадь  
ЕГЭ 2012 Математика .Задача В10*
- 2. Первое сентября. Математика, январь, март 2012*
- 3. ЕГЭ 3000 задач с ответами. Математика.  
Все задания группы В. Закрытый сегмент / А.Л. Семенов,  
И.В. Яценко, и др. /– Издательство «Экзамен», 2012.*
- 4. <http://mathege.ru> Открытый банк заданий по  
математике*
- 5. <http://www.postupivuz.ru>*
- 6. <http://alexlarin.com>*
- 7. <http://www.berdov.com>*
- 8. <http://www.youtube.com>*

