



Функционально -
графический метод
решения уравнений.

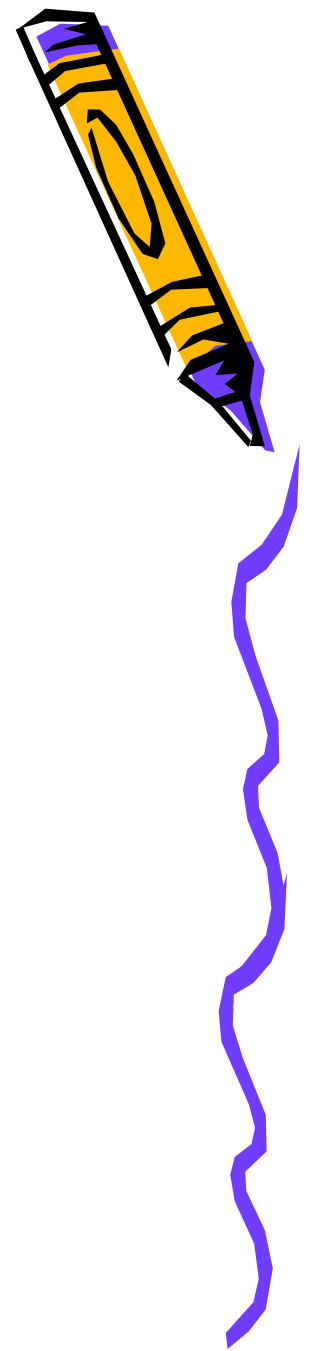




Цель урока: Научиться решать уравнения методом подстановки, используя свойства монотонности и ограниченности функций.



Справочный материал



- 1. Функция называется **возрастающей (убывающей)** на множестве X , если на этом множестве при увеличении (уменьшении) аргумента значение функции увеличивается (уменьшается).

Пример 1:

$$y = \sqrt{3x+5}; \quad y = 2^x \quad y = 5x-1$$

- являются возрастающими функциями

Пример 2:

$$y = \sqrt{6-2x}; \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x; \quad y = -2x-5$$

являются убывающими функциями



Справочный материал



2. Сумма двух возрастающих функций, есть возрастающая функция.

Пример: $y = \sqrt{3x + 5} + \sqrt{2x - 6}$

3. Сумма двух убывающих функций, есть убывающая функция.

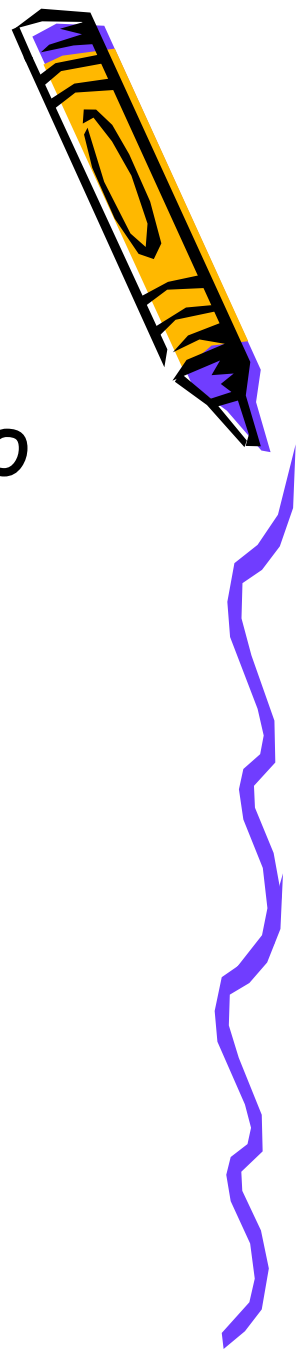
Пример:

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

4. Функция возрастающая или убывающая на множестве X называется

МОНОТОННОЙ на этом множестве





СВОЙСТВО МОНОТОННОСТИ.

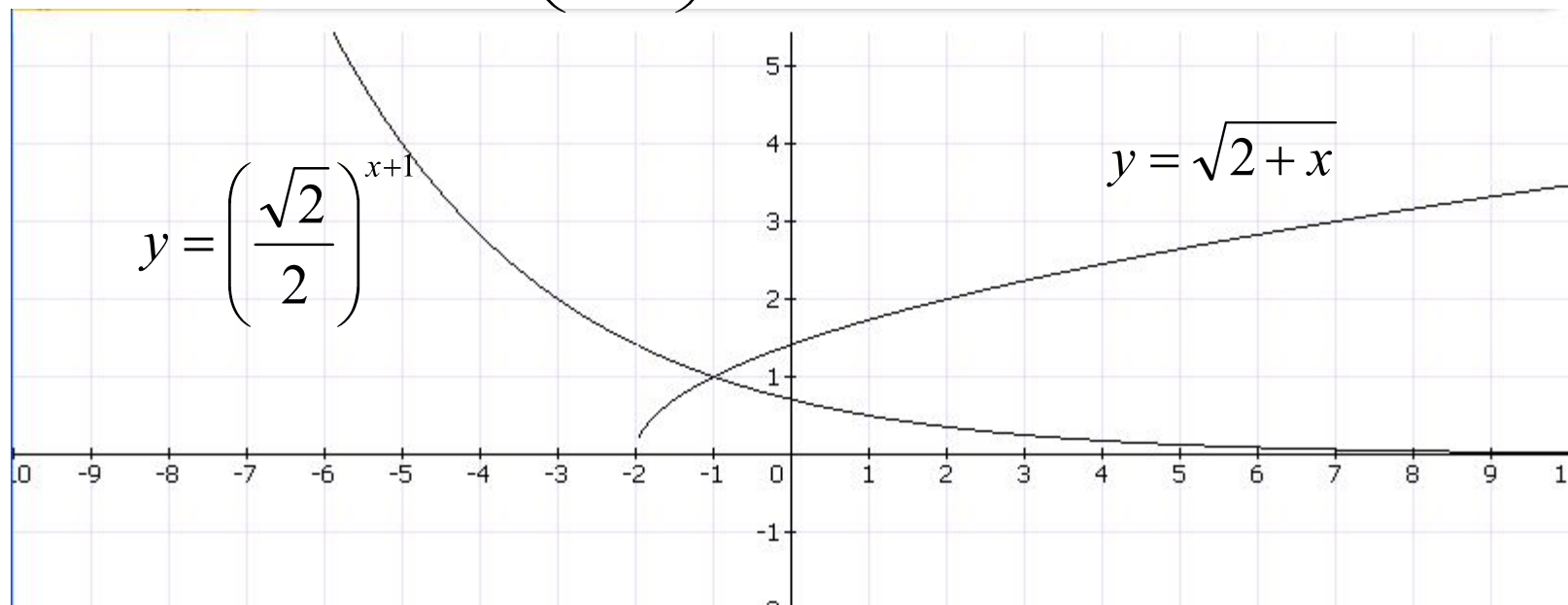
- Если одна из функций монотонно возрастает, а другая монотонно убывает, то графики функций пересекутся в одной точке, или вообще не пересекутся.

Уравнение $f(x)=g(x)$ либо имеет одно решение, либо не имеет решений.



Решить уравнение:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x+1} = \sqrt{2+x}$$



При $x = -1$, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^0 = \sqrt{2-1}$ $1=1$. Ответ: $x = -1$



СВОЙСТВО МОНОТОННОСТИ



- Если на некотором промежутке одна из функций монотонно возрастает (или убывает), а другая принимает постоянное значение, то графики функций пересекутся в одной точке или вообще не пересекутся.

Уравнение $f(x) = A$ имеет одно решение, либо не имеет решений.



Решить уравнение:

$$\sqrt{6x-3} + \sqrt{2x} = 5$$

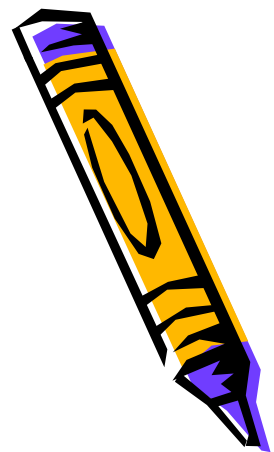
$y = \sqrt{6x-3} + \sqrt{2x}$ – возрастает на своей области определения

Уравнение имеет один корень или не имеет корней.

При $x = 2$, $\sqrt{12-3} + \sqrt{4} = 5$.

$$5 = 5$$

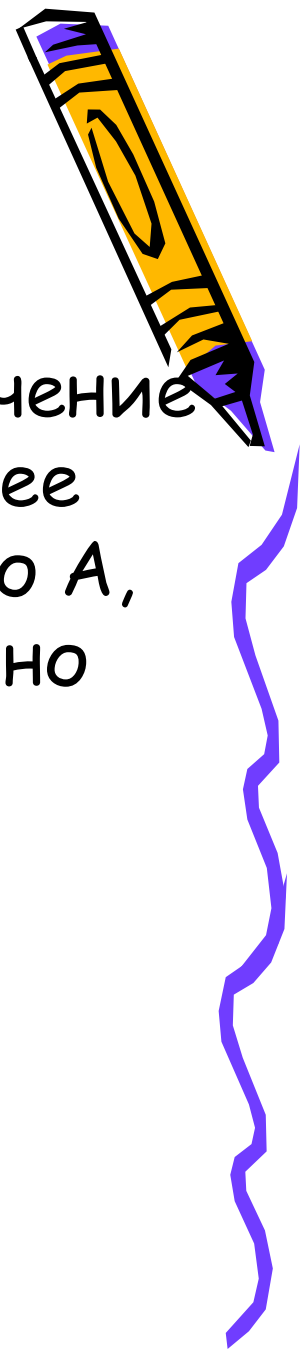
Ответ : $x = 2$.



СВОЙСТВО ОГРАНИЧЕННОСТИ.

- Если на промежутке X наибольшее значение одной из функций равно A и наименьшее значение другой из функций тоже равно A , то уравнение $f(x) = g(x)$ равносильно системе уравнений

$$\begin{cases} f(x) = A \\ g(x) = A \end{cases}$$



Решить уравнение:

$$\cos x = x^2 + 1$$

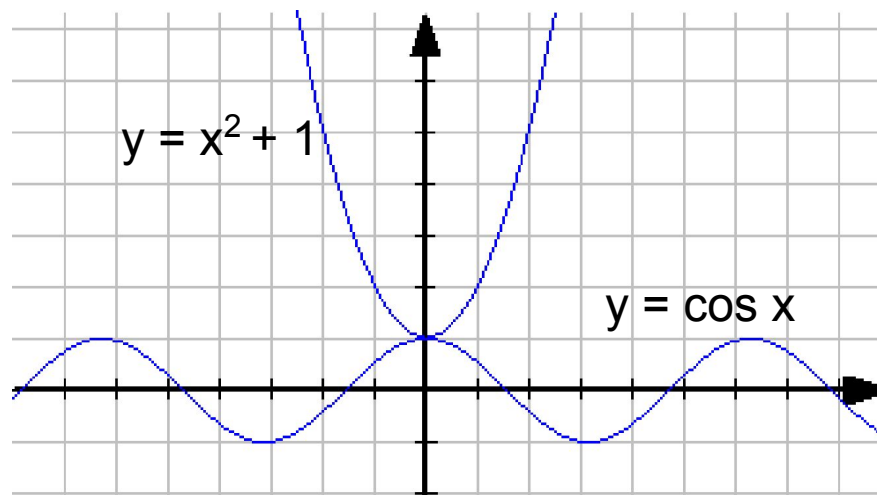
Решение: $y = \cos x$ – ограничена, $D(y) = [-1; 1]$

$y = x^2 + 1$ – ограничена снизу; $D(y) = [1; \infty]$;

Уравнение равносильно системе уравнений

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ x^2 + 1 = 1 \end{cases}$$

Система имеет
решение при $x = 0$



Спасибо за внимание.

