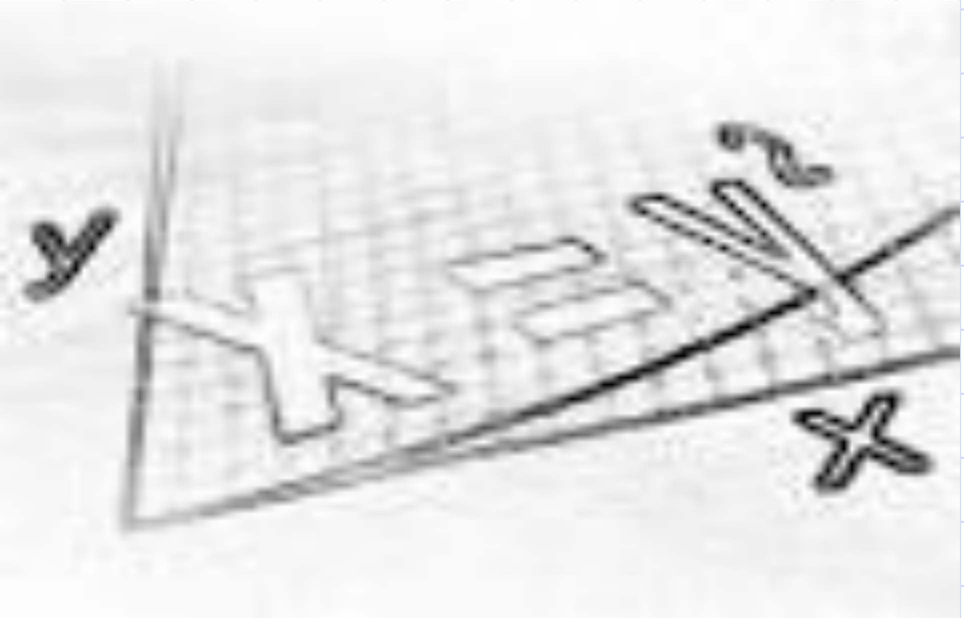
# Решение квадратных уравнений различными способами



А.А. Вахрушев
Ученик МОУ СОШ № 32 8 «Г» класса

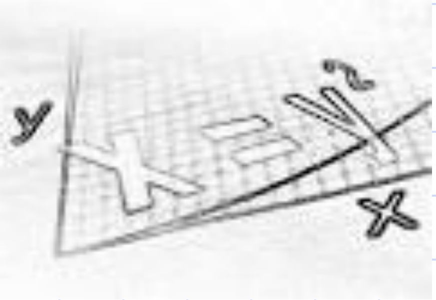
Л.Н. Радионова
Учитель математики МОУ СОШ № 32

Если ты услышишь, что кто-то не любит математику, не верь.

е любить - её

ко не знать»

## Цель реферата:




Научиться правильно отображать формулы с применением различных способов решения уравнений

## Задачи реферата:

- улучшить навыки решения уравнений;
- наработать новые способы решения уравнений;
- выучить некоторые новые способы и формулы для решения этих уравнений.

# История квадратных уравнений

Необходимость решать уравнения еще в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земельными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Решения этих уравнений, совпадает с современными.

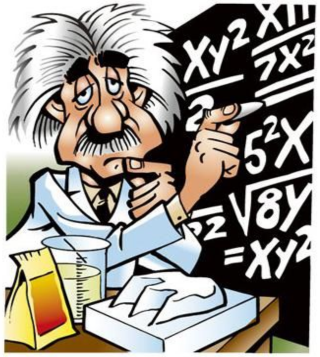
- Некоторые алгебраические приемы решения линейных и квадратных уравнений были известны еще 4000 лет назад в Древнем Вавилоне.

- Задачи на квадратные уравнения встречаются в 499 году составленные индийским математиком и астрономом Ариабхаттой. Индийский ученый, Брахмагупта (VII век), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой конической форме:
  $ax^2 + bx = c$, *где* $a > 0$

- Решения квадратных уравнений по образцу ал-Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202 г. итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. Его книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Германии, Франции и других странах Европы.

# Нестандартные способы решения уравнений

Решение уравнений способом «переброски»

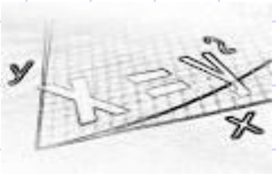


Свойства коэффициентов квадратного уравнения

Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

Геометрический способ решения квадратных уравнений

# Решение уравнений способом «переброски»




**Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.**

Умножая обе его части на *a*

$ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ $\qquad$ $a^2x^2 + a\,bx + ac = 0$

Перейдем к уравнению

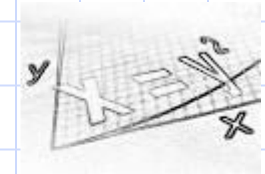
Пусть $ax = y$, откуда $x = \dfrac{y}{a}$ $\qquad$ $y^2 + by + ac = 0$

корни $y_1$ и $y_2$ найдем с помощью теоремы Виета

получим

$x_1 = \dfrac{y_1}{a}$ и $x_1 = \dfrac{y_2}{a}$.

# Свойства коэффициентов квадратного уравнения




**А.** **ах**2 + *б***х** + **с** = 0, **а ≠ 0**

**1.** Если a + b + c = 0, то $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a}$

Разделим обе части уравнения на а ≠ 0

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Согласно теореме Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$ по условию $a + b + c = 0$

откуда $b = -a - c$

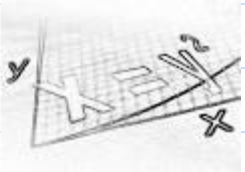
Таким образом

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-a-c}{a} \\ x_1 x_2 = 1 \cdot \frac{c}{a} \end{cases}$$

получим

$x_1 =$ и $-1$ $\quad x_2 = \frac{c}{a}$

# Свойства коэффициентов квадратного уравнения



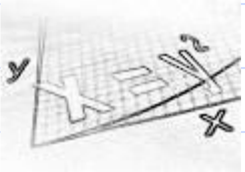

**А.** $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

**2.** Если $a - b + c = 0$ или $b = a + c$, то $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{c}{a}$

по теореме Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$ по условию $a - b + c = 0$

откуда $b = a + c$ Таким образом $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{a+b}{a} = -1 - \frac{c}{a} \\ x_1 x_2 = -1 \cdot \left(-\frac{c}{a}\right) \end{cases}$ получим $x_1 = -1$ и $x_2 = \frac{c}{a}$

# Свойства коэффициентов квадратного уравнения



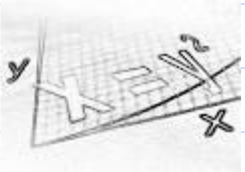

**Б.** **ах**2 + *б***х** + **с** = 0, **а ≠** 0

Если второй коэффициент b = 2k – четное число, то

формулу корней $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ можно записать в виде

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

# Свойства коэффициентов квадратного уравнения



**В. уравнение $x2 + px + q = 0$ совпадает с уравнением общего вида**

где $a = 1$, $p$ и $c = q$ , то формула корней $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Примет вид $x_{1,2} = \dfrac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$,

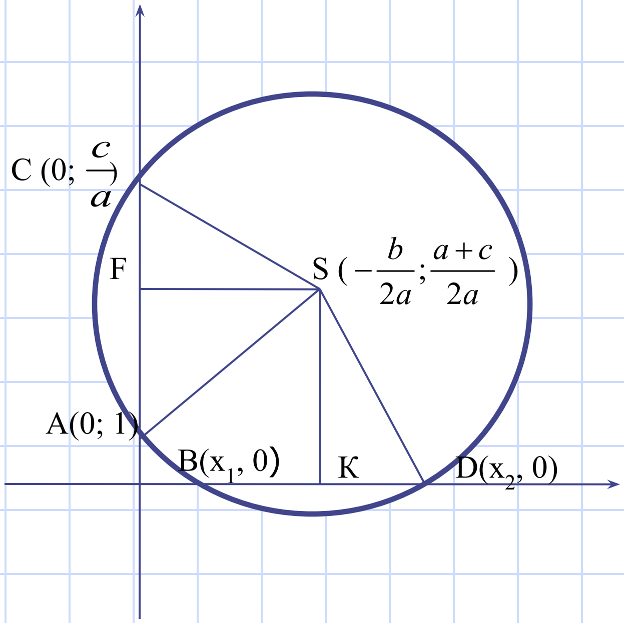
или $x_{1,2} = -\dfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{p}{2}\right)^2 - q}$.

# Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

$$ax2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

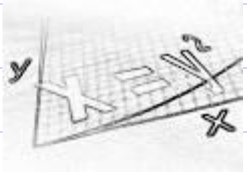
По теореме о секущих имеем $OB \cdot OD = OA \cdot OC$, откуда $OC = \dfrac{OB \cdot OD}{OA} = \dfrac{x_1 \cdot x_2}{1} = \dfrac{c}{a}$

Центр окружности находиться в точке пересечения перпендикуляров $SF$ и $SK$, восстановленных в серединах хорд $AC$ и $BD$, поэтому



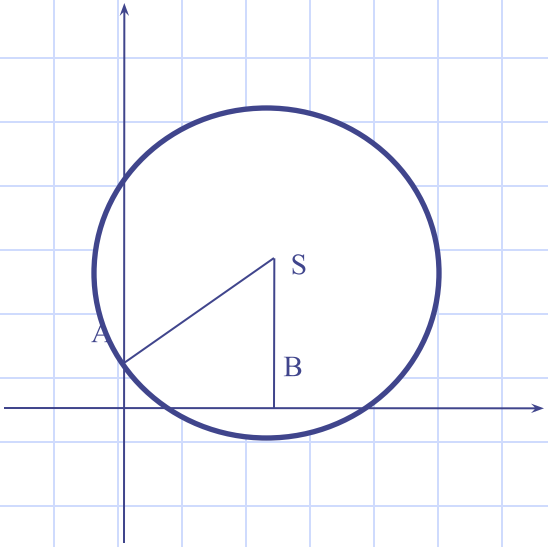

$$SK = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = -\frac{b}{2a}, \quad SF = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1 + \frac{c}{a}}{2} = \frac{a+c}{2a}$$

# Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки



## при этом возможны три случая

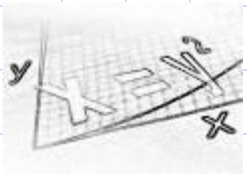
1. Радиус окружности больше ординаты центра ($AS > SK$, или $R > \frac{a+c}{2a}$), окружность пересекает ось $Ox$ в двух точках $B$ ($x_1$; 0) и $D$ ($x_2$;0), где $x_1$ и $x_2$ – корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.




$$AS > SB, \text{ или } R > \frac{a+c}{2a}$$

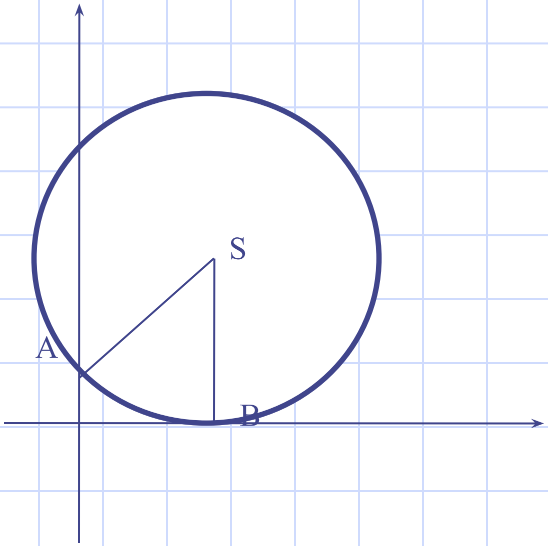
Два решения $x_1$ и $x_2$

# Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки



## 2 случай

Радиус окружности равен ординате центра ($AS = SB$, или $R = \frac{a+c}{2a}$), окружность касается оси $Ox$ в точке $B(x_1; 0)$, где $x_1$ – корень квадратного уравнения.



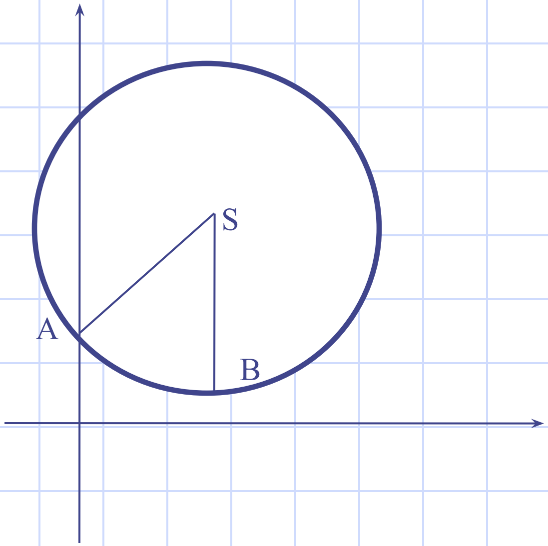

$$AS = SB, \text{ или } R =$$

Одно решение $x_1 \frac{a+c}{2a}$

# Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

## 3 случай

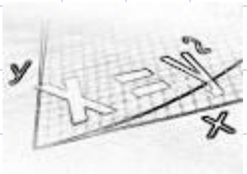
Радиус окружности меньше ординаты центра ($AS < SB$, или $R < \frac{a+c}{2a}$), окружность не имеет общих точек с осью абсцисс, в этом случае уравнение не имеет решения.




$$AS < SB, \text{ или } R < \frac{a+c}{2a}$$

Нет решения

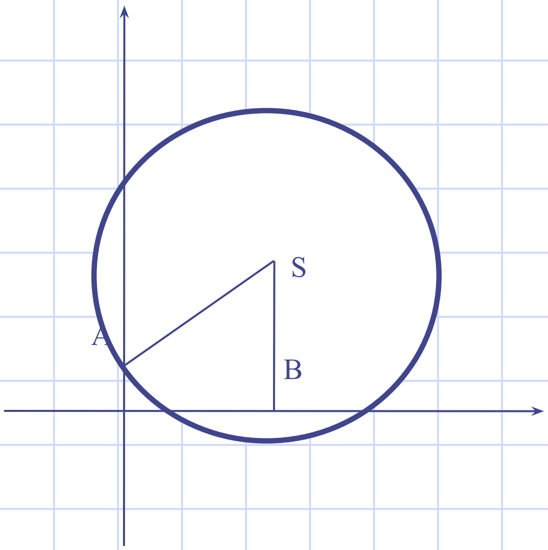
# Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки



## при этом возможны три случая

1. Радиус окружности больше ординаты центра ($AS > SK$, или $R > \frac{a+c}{2a}$), окружность пересекает ось $Ox$ в двух точках $B\,(x_1; 0)$ и $D\,(x_2; 0)$, где $x_1$ и $x_2$ – корни квадратного уравнения

$ax^2 + bx + c = 0.$




$$AS > SB, \text{ или } R > \frac{a+c}{2a}$$

Два решения $x_1$ и $x_2$

# Геометрический способ решения квадратных уравнений

**В древности, когда геометрия была более развита, чем алгебра, квадратные уравнения решали не алгебраически, а геометрически**

*1.* древние *греки решали уравнение* $y^2 + 6y - 16 = 0$

y y 3

| | |
|---|---|
| $y^2$ | 3y |
| 3y | 9 |

3

*2. …кое уравнение* $y^2 - 6y - 16 = 0$

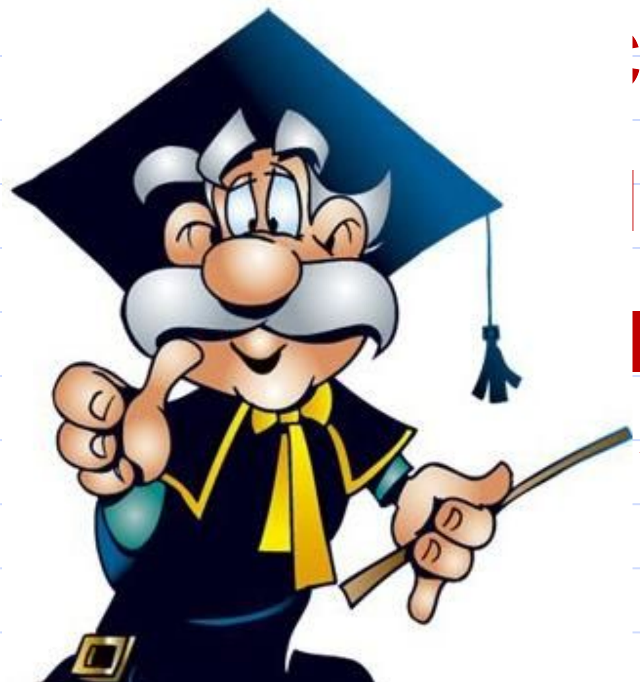
y y 3

| | |
|---|---|
| y – 3<br>y – 3 | 3 |
| 3 | 9 |

Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных и трансцендентных уравнений и неравенств

**Вывод:**

Квадратные уравнения играют огромную роль в развитии математики. Все мы умеем решать квадратные уравнения со школьной скамьи. Эти знания могут пригодиться нам на протяжении всей жизни методы решения квадратных уравнений просты в применении, то они,



словно, должно

нтересовать

цихся математикой

учеников

Спасибо за внимание!