



Проценты

Методическая разработка
учителя математики и физики
МОУ «Пуровская СОШ №3» п. Сывдарма
Ямало-Ненецкого автономного округа
Бокова Наталья Леонидовна

Введение



- ◆ Задачи на части и проценты часто вызывают затруднения у учащихся. Причина такой ситуации, на мой взгляд, в том, что тема «Проценты» изучается в классах, когда собственно математики еще нет, изучается непродолжительно и, наконец, к задачам на части и проценты не возвращаются в старших классах.
- ◆ В своей работе я хотела показать методику объяснения решения задач на проценты самым слабым ученикам.

Проценты

Типы задач

1 тип:
нахождение части от
числа;

2 тип:
нахождение числа
по его части

3 тип:
определение,
какую часть числа a
составляет число b .

Нахождение части числа

- ◆ Пусть дан отрезок АВ, длина которого условно примем за единицу: $AB=1$. Разделим АВ на семь равных частей. Пусть РТ- одна из этих частей. Тогда очевидно, что $РТ=1/7$, а так как $AB=7РТ=1$, то $7*1/7=1$. Зачем писать эти тривиальные равенства? Ответ прост: необходимо добиться того, чтобы учащиеся понимали и связывали арифметические операции с действиями над отрезками. В этом случае усвоение рассматриваемой темы не будет формальным, основанным на применении «правил» и «формул».
- ◆ Итак, необходимо подчеркнуть, что запись $7*1/7$ означает, что отрезок длины $1/7$, отложен семь раз, дает целый отрезок длины 1.
- ◆ Рассмотрим отрезок КС= $3/7$. Ясно, что $3/7=3*1/7=1/7+1/7+1/7$. Здесь опять такая же ситуация: $3/7$ есть отрезок, полученный откладыванием отрезка длины $1/7$ три раза.
- ◆ Обобщим полученные результаты. Пусть длина отрезка АВ выражена числом р. Разделим АВ на q равных частей. Тогда каждый из полученных q отрезков будет иметь длину p/q .
- ◆ Если теперь взять n таких отрезков длины p/q . Имеем равенство $p/q + p/q + \dots + p/q = n p/q$

Иное рассмотрение

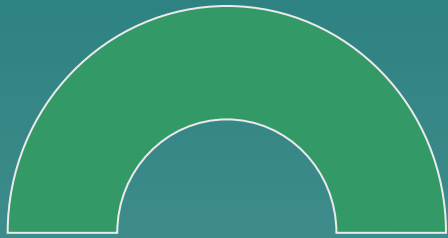
- ◆ Посмотрим теперь на все сказанное с иной точки зрения. Равенство $1/7 * 1 = 1/7$ можно рассматривать как нахождение $1/7$ -й части 1. Аналогично произведение $1/q * p$ дает величину $1/q$ -й части числа p .
- ◆ *Теперь полезно задать вопрос: что означает нахождение $3/4$ числа 16 в терминах деления отрезков ?*
- ◆ **Правильный вариант ответа такой: чтобы найти $3/4$ от 16, нужно отрезок длины 16 единиц разделить на четыре равные части и затем взять отрезок, равный трем таким частям: $16/4=4$, $3*4=12$.** Поэтому $3/4$ от 16 равно 12. Тот же самый результат дает формальное умножение $3/4$ на 16. Слово «от» является ключевым для решения задачи. Увидя его, ребенок запомнит, что всегда надо число умножить на данную дробь.
- ◆ Нужно отдавать себе отчет в том, что при хорошем усвоении темы «Нахождении части числа» задачи на проценты не вызывают никаких затруднений.

Процент

- ◆ Итак, вначале даем определение процента:
- ◆ 1 % от числа a есть $1/100$ числа a ;
- ◆ p % от числа a есть $p/100$ числа a .
- ◆ Отсюда следует, что p % от числа a равно $p * a/100$.



Нахождение числа по известной его части



- ◆ Рассмотрим теперь постановку обратной задачи: нахождение числа по известной его части.
- ◆ Здесь проще всего воспользоваться понятием уравнения:
- ◆ пусть λ – я часть неизвестного числа x равна заданному числу a . Тогда на основании определения части числа имеем: $x * \lambda = a$. Отсюда легко находим:
- ◆ $x = a/\lambda$.

Пример

- ◆ Найти число, если $12/17$ его равны 60.
- ◆ Я предлагаю ученикам запомнить ключевое слово «это».
- ◆ Например, $12/17$ это 60.
- ◆ Если ребенок в задаче подставит это слово в условие, то сразу поймет к какому типу относится задача. Он будет знать, что число 60 надо разделить на дробь $12/17$ ($60 / 12/17 = 85$).
- ◆ Ответ в этой задаче: 85.

3 тип задач на проценты

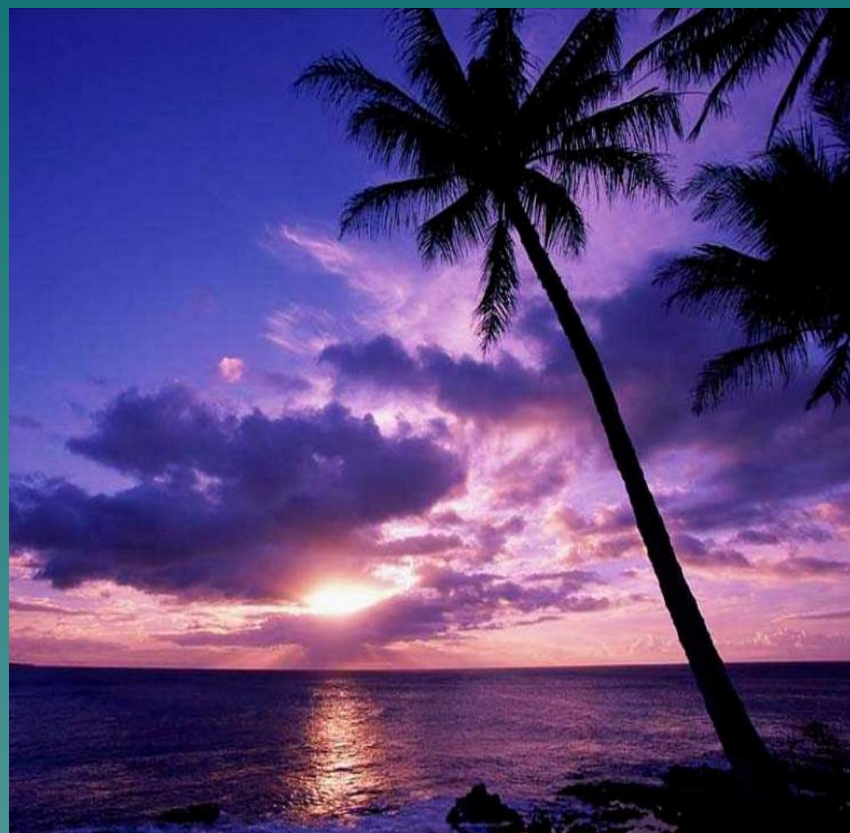
- ◆ К третьему типу задач относятся задачи на нахождение определения того, какую дробь одно число составляет от другого.
- ◆ Например, задача: «от поселка до города 5 км. Турист прошел 3 км. Какую часть пути прошел турист?»
- ◆ Решение задачи:
- ◆ $3/5 * 100 \% = 60 \%$
- ◆ Ответ: турист прошел 60 % пути.



3 км
5 км

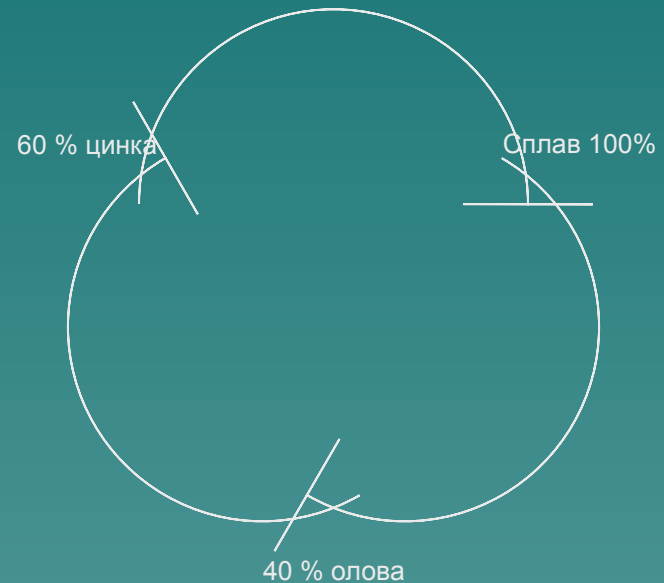
Процентное содержание

- ♦ Часто при решении задач по химии в старших классах приходится сталкиваться с понятием процентное содержание, p %-й раствор.
- ♦ Задача: пусть в ведре 10 л соленой воды. Если процентное содержание соли в нем составляет, например, 15 %, то это значит, что в этом ведре $10 \cdot 0,15 = 1,5$ кг соли. 10 л воды весят 10 кг, а удельный вес воды равен 1000 кг/м^3 . Говорят также, что в ведре 15 % раствор соли



Задачи на сплавы

- ◆ Часто встречаются задачи на сплавы.
- ◆ Есть сплав только двух металлов: олова и цинка. Пусть вес олова и цинка в сплаве составляет соответственно 10 и 15 кг. Каково процентное содержание олова и цинка в сплаве?
- ◆ Под процентным содержанием олова (цинка) понимается часть, которую составляет вес олова (цинка) от веса всего сплава. Так как вес всего сплава равен 25 кг, то вес олова составляет $10/25=0,4$ веса сплава, соответственно вес цинка составляет $15/25=0,6$ веса сплава. Следует обратить внимание на то, что $0,4 + 0,6 = 1,0$. Если найденные части выразить теперь в сотых долях частей, то получим значение этих частей, выраженное в процентах: 40 и 60 %.
- ◆ Здесь необходимо опять подчеркнуть, что $40 \% + 60 \% = 100 \%$.



Концентрация

- ◆ Термин «концентрация» часто встречается в химии, там, где рассматриваются различные соединения.
- ◆ Дадим простейшее определение концентрации одного вещества в соединении по массе (весу). *Если концентрация вещества в соединении по массе составляет p %, то это означает, что масса этого вещества составляет p % от массы всего соединения.*
- ◆ Например, если концентрация серебра в сплаве 300г составляет 87 %, то в этом сплаве $0,87 * 300 = 261$ г чистого серебра.

Стандарты математического образования

- ♦ **Выпускник основной школы должен знать: выражать отношение чисел в процентах, записывать процент в виде дроби; находить процент от заданного числа.**
- ♦ **Примеры:**
 - а) Выразите отношение данных чисел в процентах: 2 к 5; 3 к 4; 17 к 25; 19 к 20; 31 к 50. ($2/5 * 100 \% = 40 \%$).
 - б) Запишите в виде десятичной дроби: 8 %; 29 %; 53 %. ($8 \% = 0,08$).
 - в) Сколько процентов числа составляет его: половина, четвертая часть, пятая часть? (50 %, 25 %, 20 %)
 - г) В весеннем кроссе приняли участие от 9^а класса 9 человек и от 9^б – 8 человек. В 9^а учатся 30 человек, а в 9^б – 25 человек. Какой процент учеников класса принял участие в кроссе? Где он был больше? ($9/30 * 100 = 30 (\%)$, $8/25 * 100 = 32 (\%)$).
Ответ: 30 % и 32 %; больше в 9^б классе).
 - д) Найти: а) 25 % от 48; б) 5 % числа 120; в) 20 % числа 140; г) 16 % числа 75. ($0,25 * 48 = 12$).
 - е) Товар стоил 35000 руб. Затем он подешевел на 8 %. Найдите новую стоимость этого товара.
($35000 * 0,08 = 2800(р.)$, $35000 - 2800 = 32200(р.)$)



Задачи вступительных экзаменов

(Московский государственный Горный университет 1999 г.)

- ◆ 1. На сколько процентов уменьшится дробь, если её числитель уменьшить на 85 %, а знаменатель уменьшить на 25 %?
- ◆ Решение. Пусть первоначальная дробь имеет вид a/b . Тогда после уменьшения числителя и знаменателя она примет вид $(a - 0,85a) / (b - 0,25b) = 0,15a/0,75b = 0,2a/b$.
- ◆ Дробь уменьшилась на $0,8 a/b$.
- ◆ Составим пропорцию: $a/b - 100\%$

$$0,8 a/b - x \%$$

Ответ: на 80 %



Об авторе

- ◆ Мой стаж работы в школе – 32 года.
- ◆ Моя цель в обучении математике – воспитать уверенность у учащихся в своих математических силах, научить школьников рассуждать.
- ◆ Помочь преодолеть затруднения в решении задач на других предметах в школе.



Заключение



- ◆ В своей небольшой презентации я предложила свой вариант рассмотрения темы «Проценты», показала, где в дальнейшем встречаются задачи на проценты, показала практическое применение этих задач на уроках химии, на вступительных экзаменах.