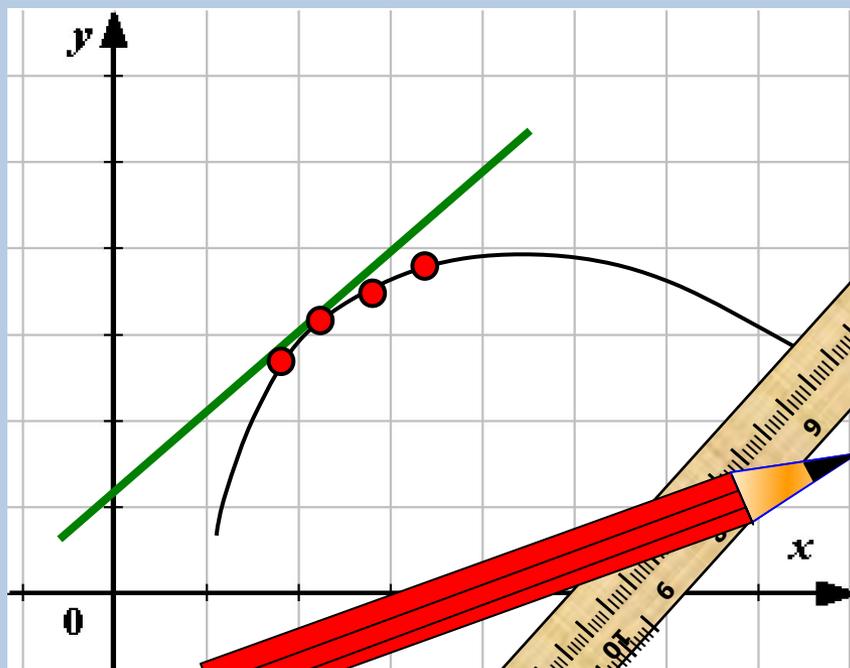


Задачи типа В8 в ЕГЭ Геометрический смысл производной.



10 класс «А» ГБОУ СОШ №717
учитель: Чернецова Карина Игоревна

Типы задач:

1. Нахождение производной в точке
2. Нахождение промежутков возрастания и убывания
3. Нахождение точек, в которых производная равна 0
4. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции
5. Задачи на уравнение касательной

Правила дифференцирования

1. Производная суммы равна сумме производных.

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

2. Постоянный множитель можно вынести за знак производной.

$$(kf(x))' = kf'(x)$$

3. Производная произведения двух функций равна сумме двух слагаемых; первое слагаемое есть произведение производной первой функции на вторую функцию, а второе слагаемое есть произведение первой функции на производную второй функции.

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

4. Производная частного

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Основные формулы дифференцирования

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
c	0	$\sin x$	$\cos x$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\cos x$	$-\sin x$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\operatorname{tg}x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
x^α	$\alpha \cdot x^{\alpha-1}$	$\operatorname{ctg}x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Геометрический смысл производной

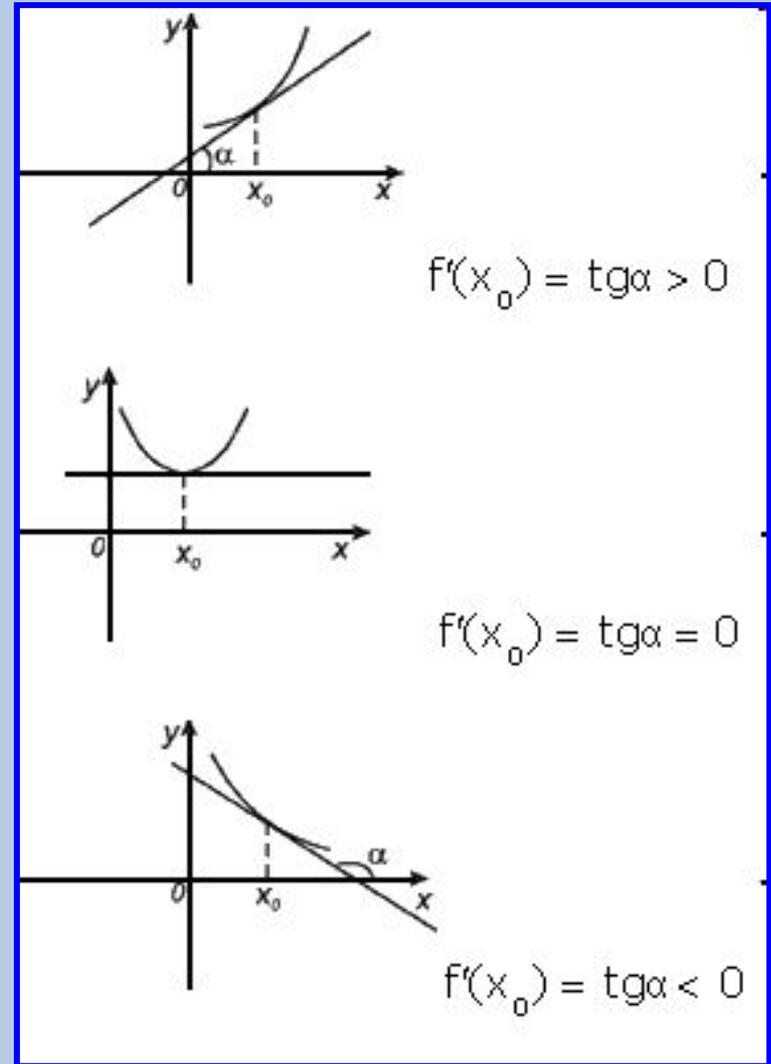
Производная в точке

$x = x_0$ равна
угловому коэффициенту
касательной к
графику функции
 $y = f(x)$ в этой точке.

Т.е. $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$

Причем, если

1. $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha > 0$, то α – острый
2. $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = 0$, то α – развернутый
3. $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha < 0$, то α – тупой



Уравнение касательной

Пусть прямая задана уравнением: $y = kx + m$, $M(a; f(a))$

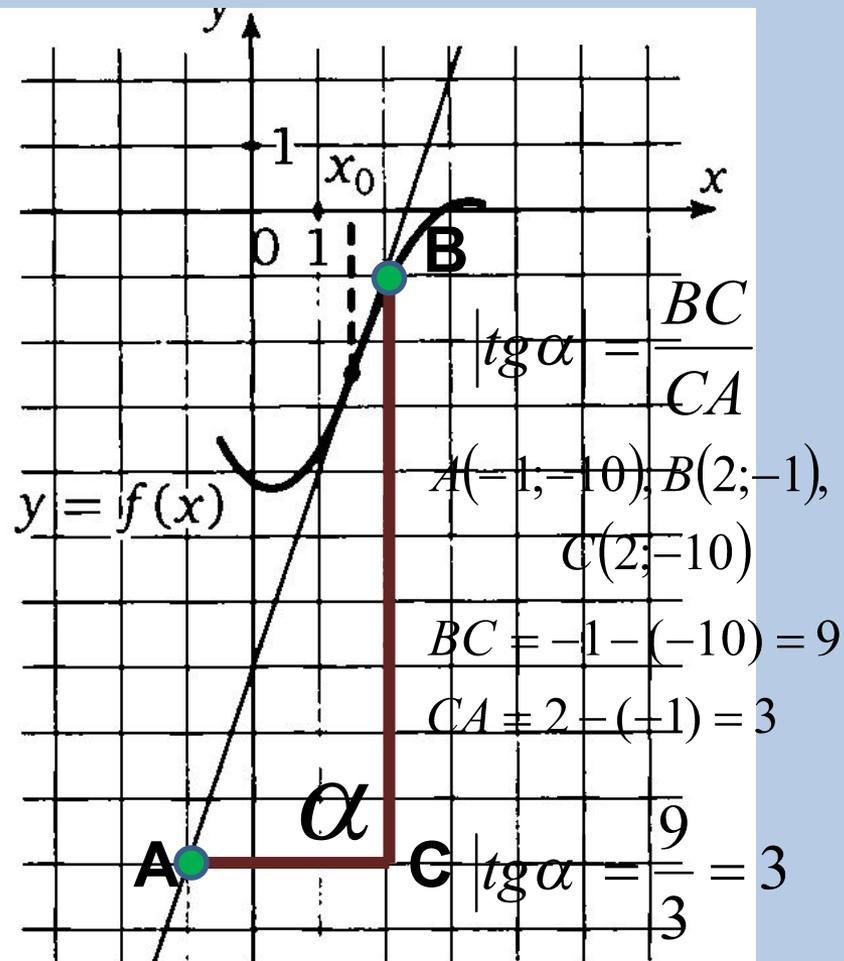
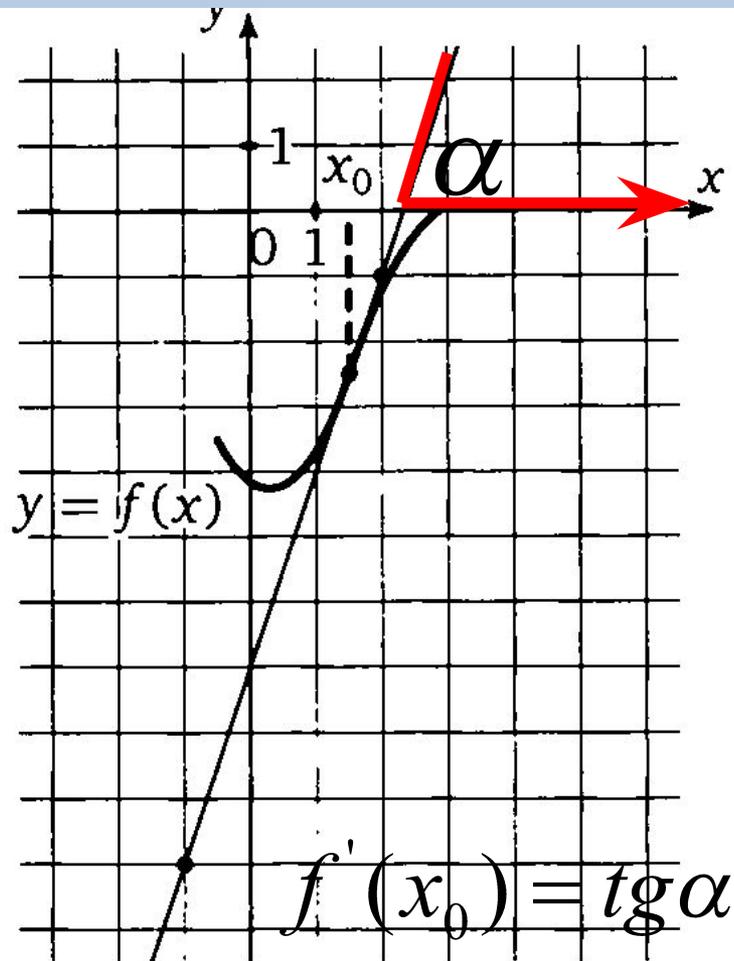
$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

уравнение касательной к

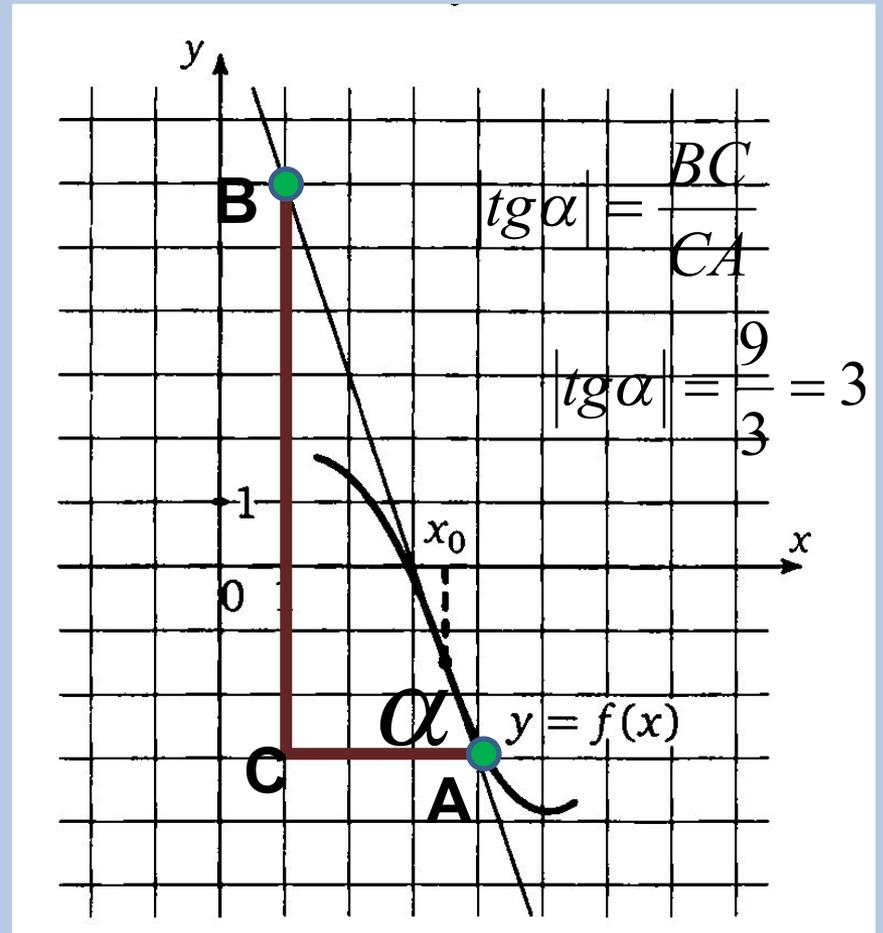
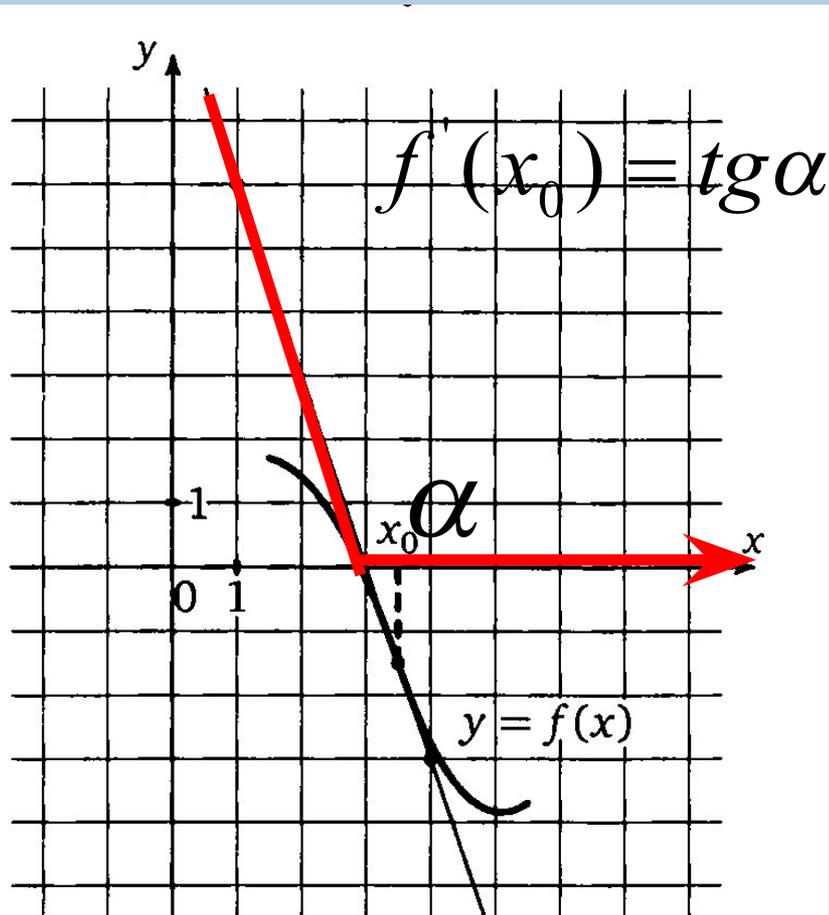
графику функции

$$y = f(x)$$

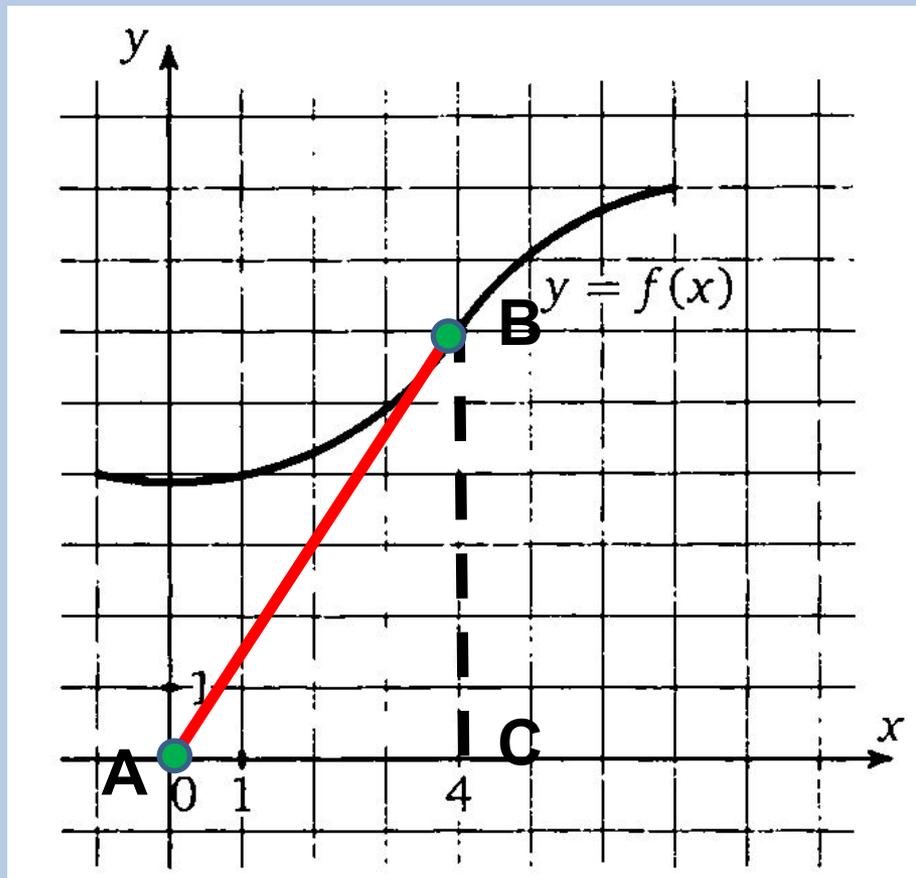
№1. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



№ 2. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0



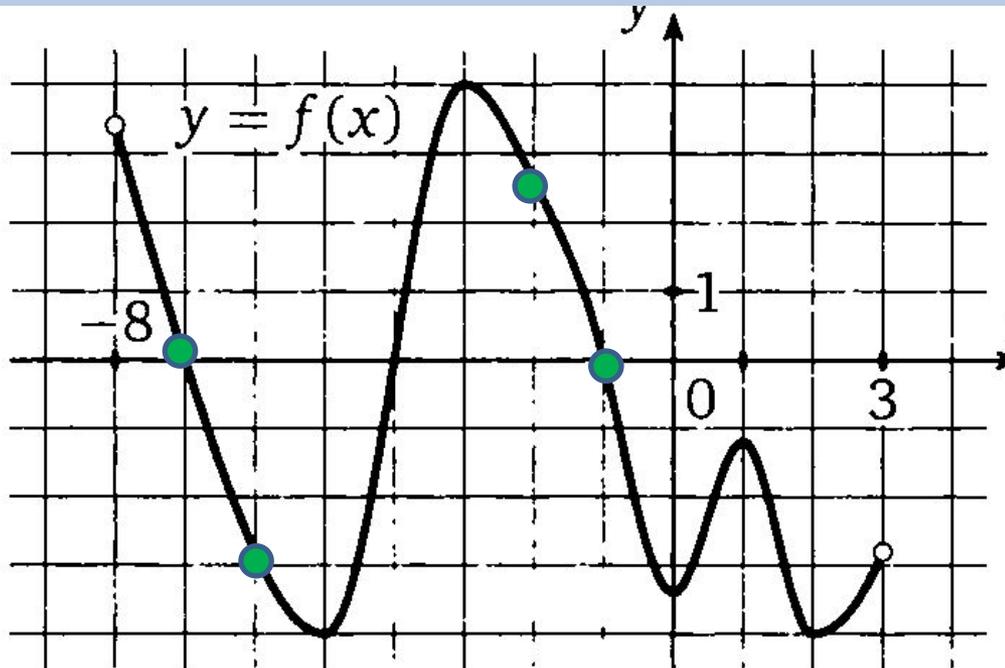
№3. Сколько раз за наблюдаемый период точка остановилась?



$$|\operatorname{tg} \alpha| = \frac{BC}{CA}$$

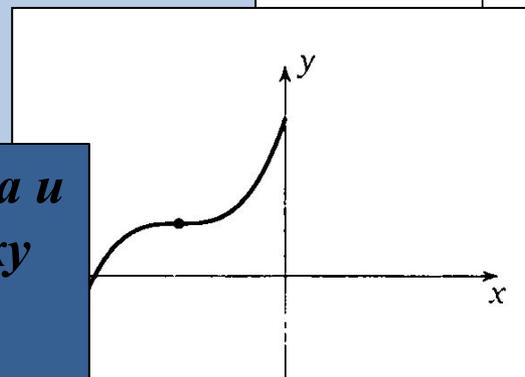
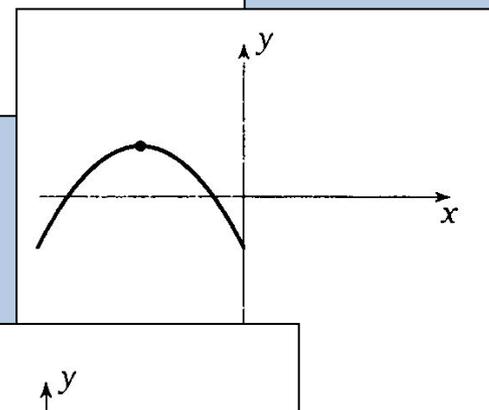
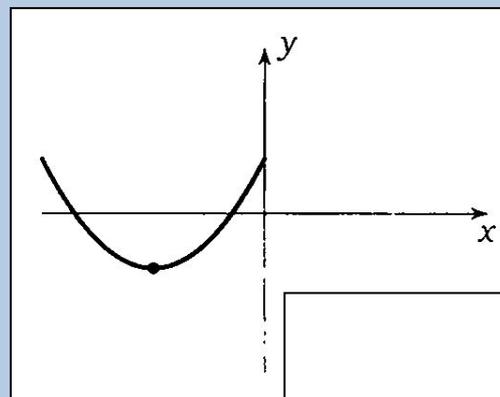
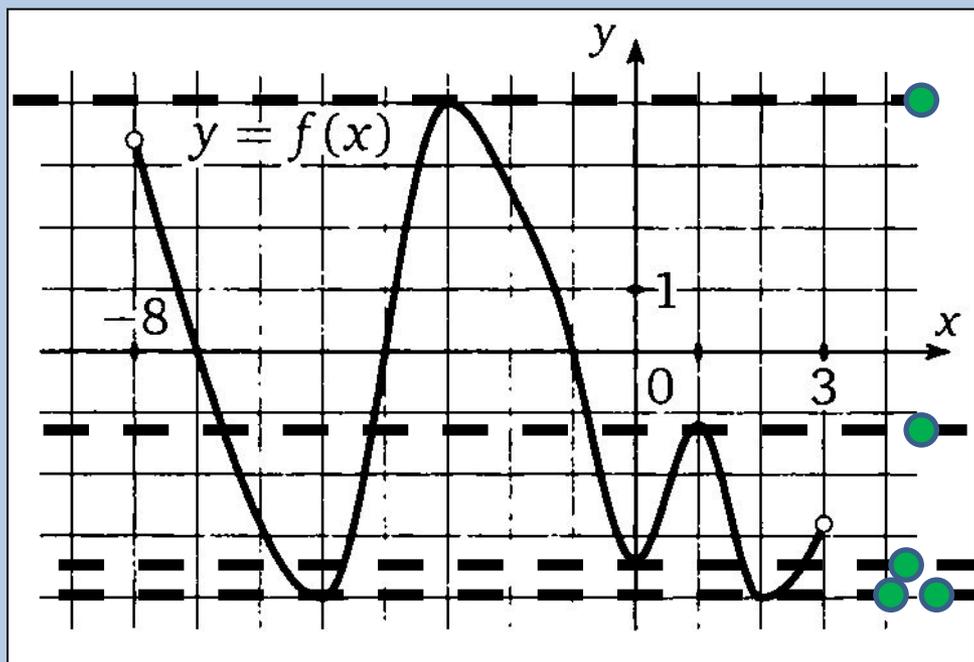
$$|\operatorname{tg} \alpha| = \frac{6}{4} = 1,5$$

№4. Определите количество целых чисел x_i таких, что $f'(x_i)$ отрицательно?



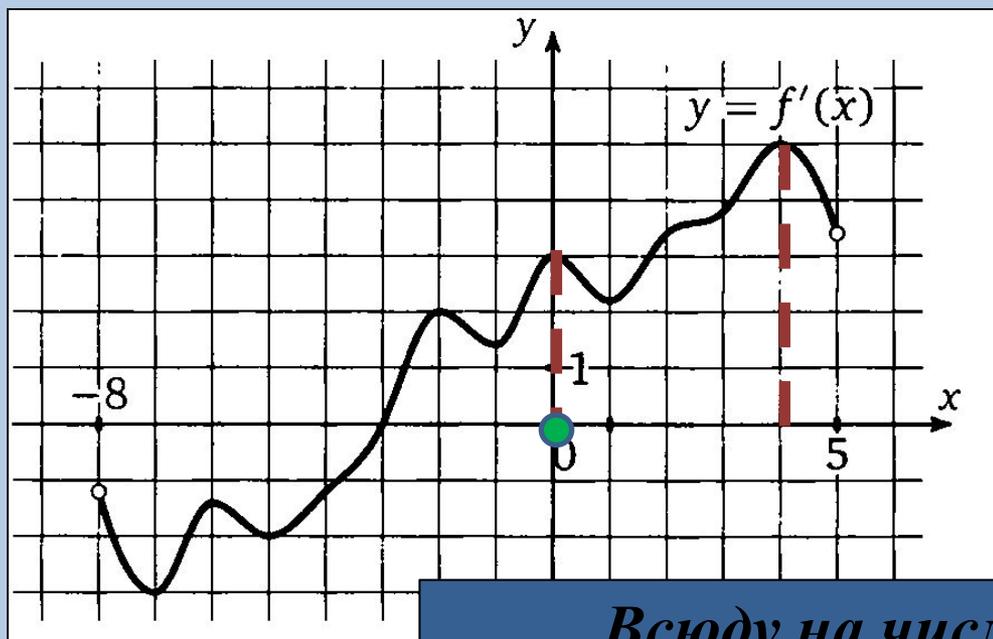
Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания (возрастания) отрицательна (положительна)

№5. Найдите количество точек, в которых $f(x)$ равна 0.



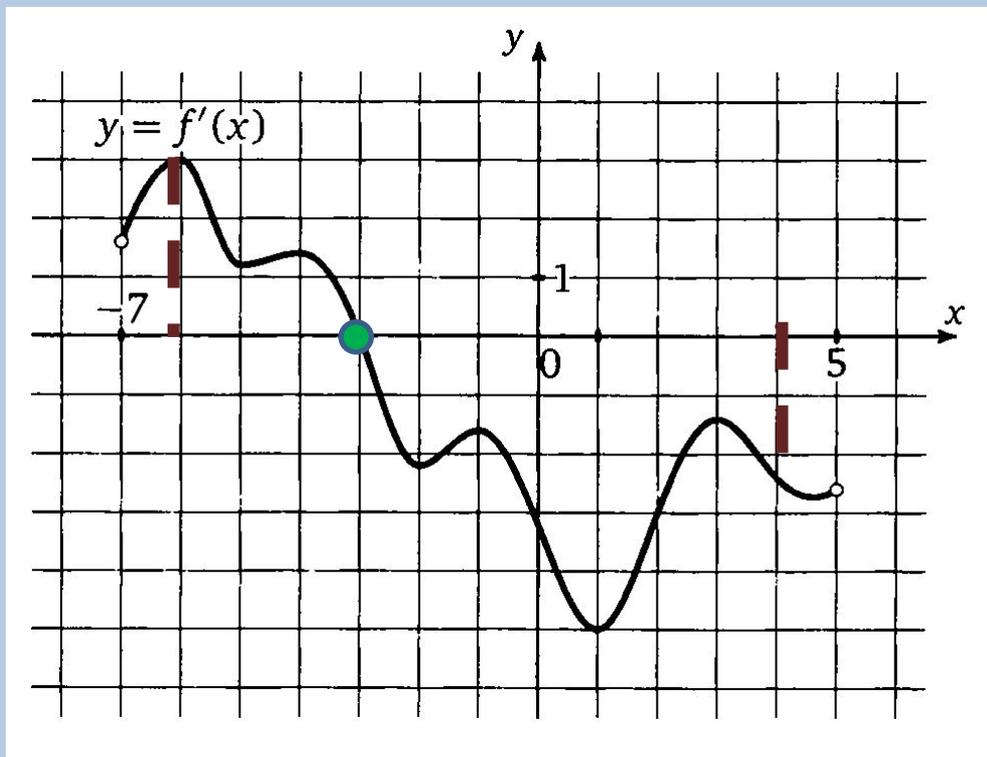
Производная функции в точке равна 0 тогда и только тогда, когда касательная к графику функции, проведенная в этой точке, горизонтальна.

№5. В какой точке отрезка $f(x)$ принимает наименьшее значение?

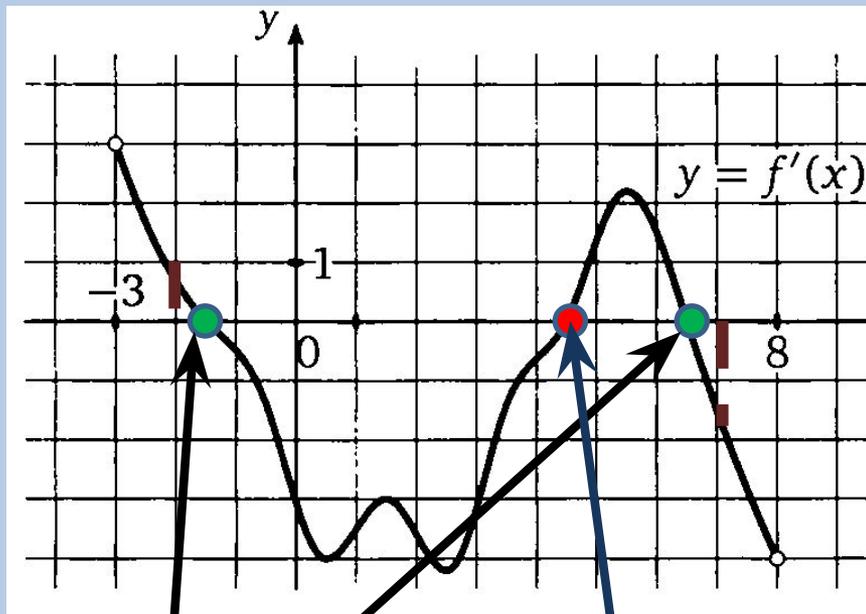


*Всюду на числовом промежутке
возрастает, следовательно принимает
наименьшее значение на левом конце
отрезка*

№6. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащей отрезку?

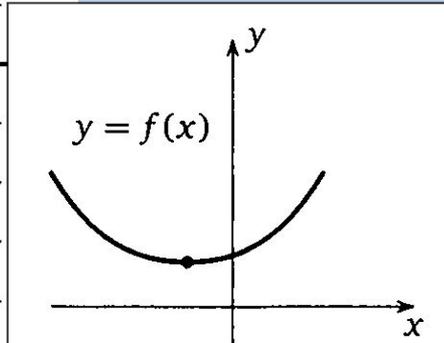


№6. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ принадлежащих отрезку.

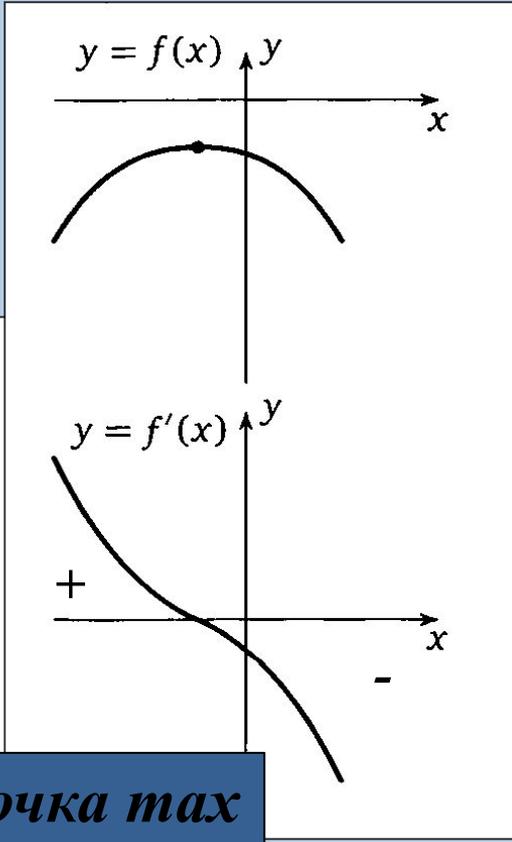


точка max

точка min

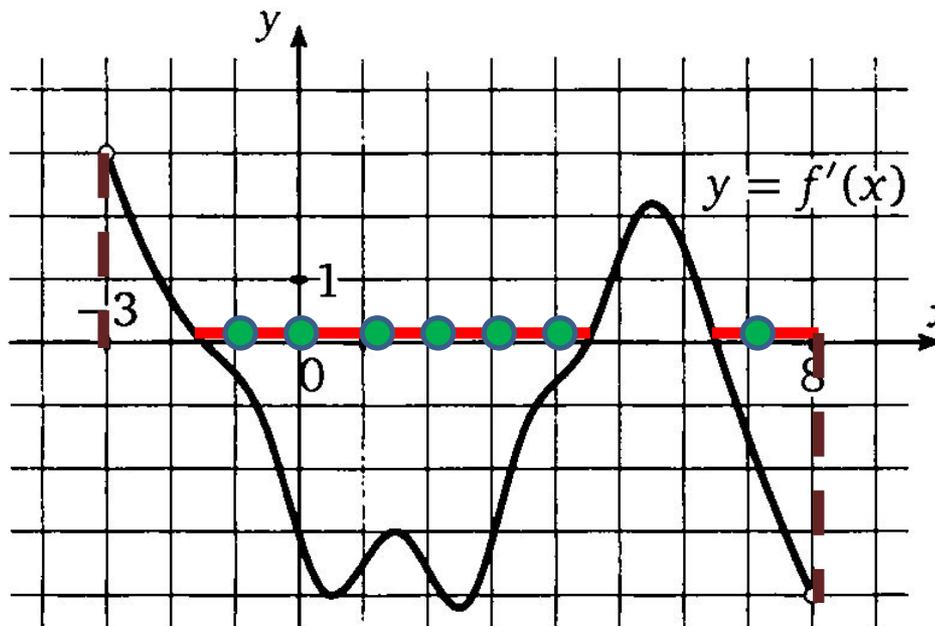


точка min



точка max

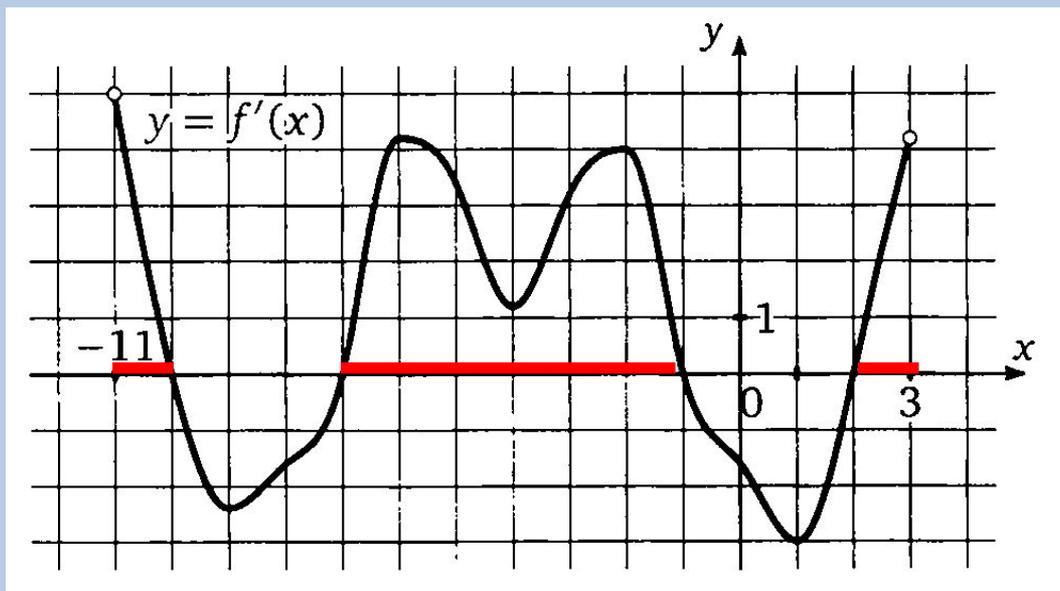
№7. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых чисел, входящих в эти промежутки.



Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания (возрастания) отрицательна (положительна)

$$-1+0+1+2+3+4+7=16$$

№8. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину большего из них.

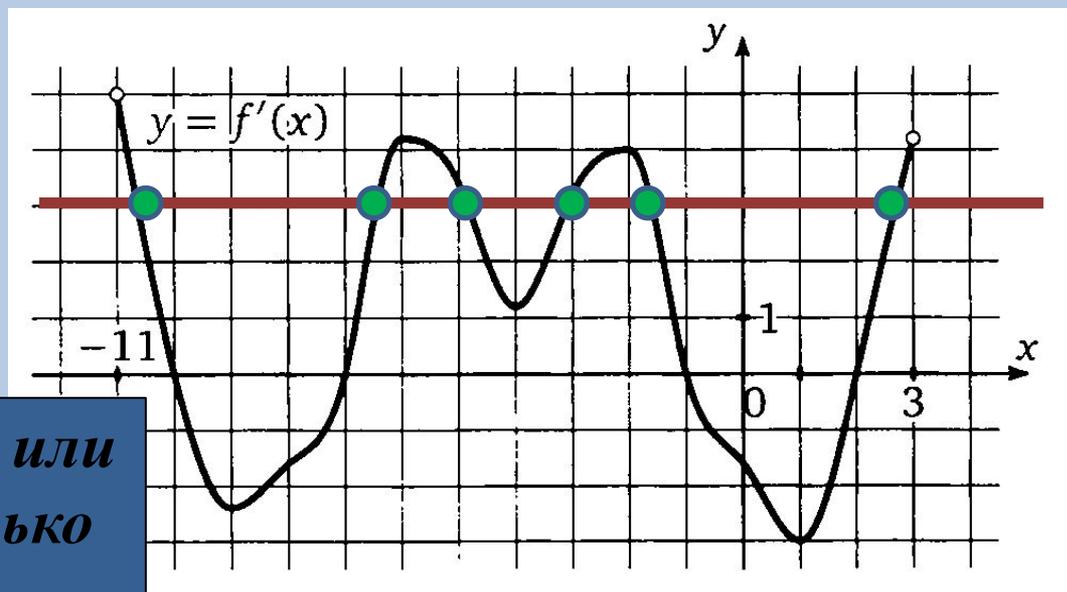


$$-10 - (-11) = 1$$

$$-1 - (-7) = 6$$

$$3 - 2 = 1$$

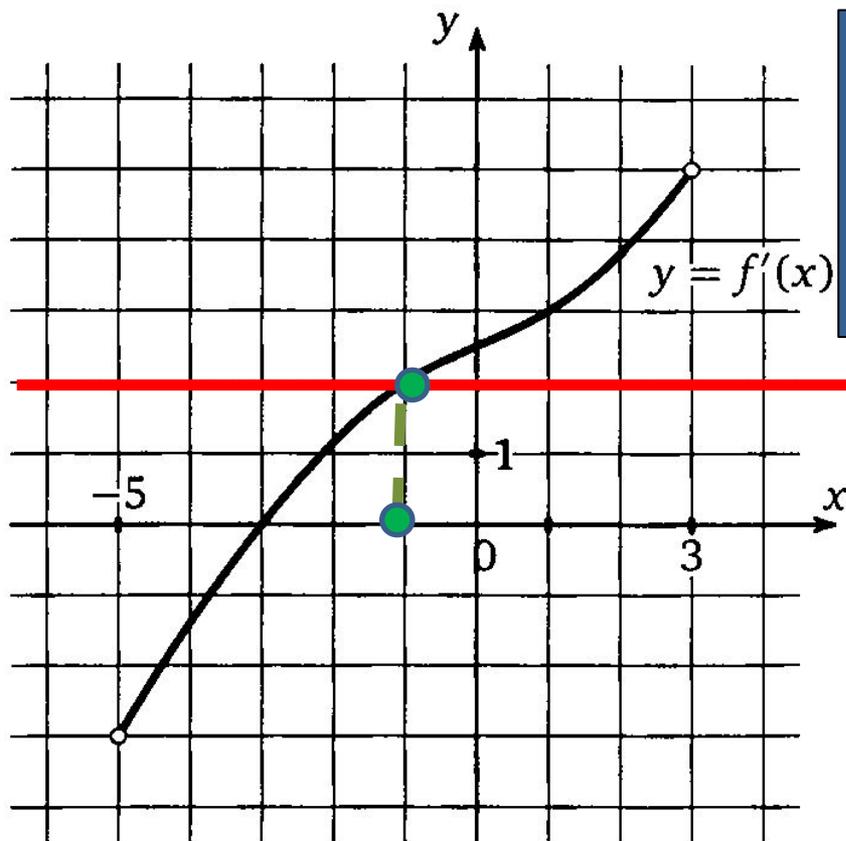
№9. Найдите количество таких чисел x_i , что касательная у графику $f(x)$ в точке x_i параллельна прямой $y=3x-11$ или совпадает с ней.



Две прямые параллельны или совпадают, тогда и только тогда, когда угловые коэффициенты равны.

$$f'(x) = 3$$

№10. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y=2x+7$ или совпадает с ней.



Две прямые параллельны или совпадают, тогда и только тогда, когда угловые коэффициенты равны.

$$f'(x) = 2$$

**№11. Прямая $y = 4x + 13$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + 5$.
Найдите абсциссу точки касания.**

Две прямые параллельны или совпадают, тогда и только тогда, когда угловые коэффициенты равны.

$$f'(x) = 4$$

$$f'(x) = 2x - 3 \quad 2x = 3 + 4$$

$$2x - 3 = 4 \quad 2x = 7 \quad |:2$$

$$x = 3,5$$

№12. Прямая $y = 2x + 37$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 3x^2 - 7x + 10$. Найдите абсциссу точки касания.

Если прямая является касательной к графику функции, то ее угловой коэффициент должен быть равен производной функции в точке касания.

$$f'(x) = 2 \quad f'(x) = 3x^2 + 6x - 7 \quad 3x^2 + 6x - 7 = 2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{16}}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$f(-3) = -27 + 27 + 21 + 10 = 31 \Rightarrow (-3; 31) \quad (1; 7) \notin y = 2x + 37, \text{ т.к. } 7 \neq 2 \cdot 1 + 37$$

$$f(1) = 1 + 3 - 7 + 10 = 7 \Rightarrow (1; 7) \quad (-3; 31) \in y = 2x + 37, \text{ т.к. } 31 = 2 \cdot (-3) + 37$$

Ответ: -3