

Тригонометрические функции

Тангенс и котангенс

Тангенс и котангенс

- **Тангенсом угла x** называется отношение синуса этого угла к косинусу этого же угла.
- **Котангенсом угла x** называется отношение косинуса этого угла к синусу этого же угла.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Тангенс и котангенс

- Поскольку деление на нуль невозможно, эти функции определены не для всех значений аргумента. Тангенс определен для всех $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. Котангенс определен для всех $x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$. Обе функции непрерывны на всей области определения и имеют разрывы в точках вида $\frac{\pi}{2} + \pi n$ (тангенс) и πn (котангенс).

Задача 1.



Демонстрация

Решить задачу

Дано:

Высота кактуса

$h = 5$ м

Длина тени

$L = 3$ м

Найти:

Угол подъема солнца
над горизонтом α .

Решение:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{h}{L} \\ \alpha &= \operatorname{arctg} \frac{h}{L} \\ \alpha &\approx 59^\circ \end{aligned}$$

Проверить ответ

Решение

Следующая

- Тень от солнца

Тангенс и котангенс являются периодическими функциями.
Их основной период равен π .

Значения этих функций в некоторых точках приведены в таблице.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\operatorname{ctg} x$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$

Тангенсы и котангенсы

- Промежутки монотонности и знакопостоянства.
Функции $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{ctg} x$ нечетны.

Функция	0	$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$	$\frac{\pi}{2}$	$\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
$\operatorname{tg} x$	0	Положителен, возрастает от 0 до $+\infty$	—	Отрицателен, возрастает от $-\infty$ до 0
$\operatorname{ctg} x$	—	Положителен, убывает от $+\infty$ до 0	0	Отрицателен, убывает от 0 до $-\infty$

Тангенсы и котангенсы

- Формулы приведения:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\pi - x) &= -\operatorname{tg} x, & \operatorname{ctg}(\pi - x) &= -\operatorname{ctg} x \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \operatorname{ctg} x, & \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \operatorname{tg} x \end{aligned}$$

**Тождества,
связанные с тангенсами и котангенсами.**

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}, x \neq \pi n$$

Графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$

