

Неизвестное об известных квадратных уравнениях

Ученица 8 класса

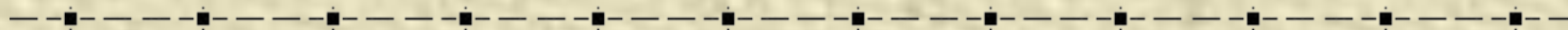
Каргопольской средней школы

Алькеевского района РТ

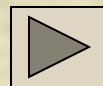
Яхина Лилия Фирдусовна

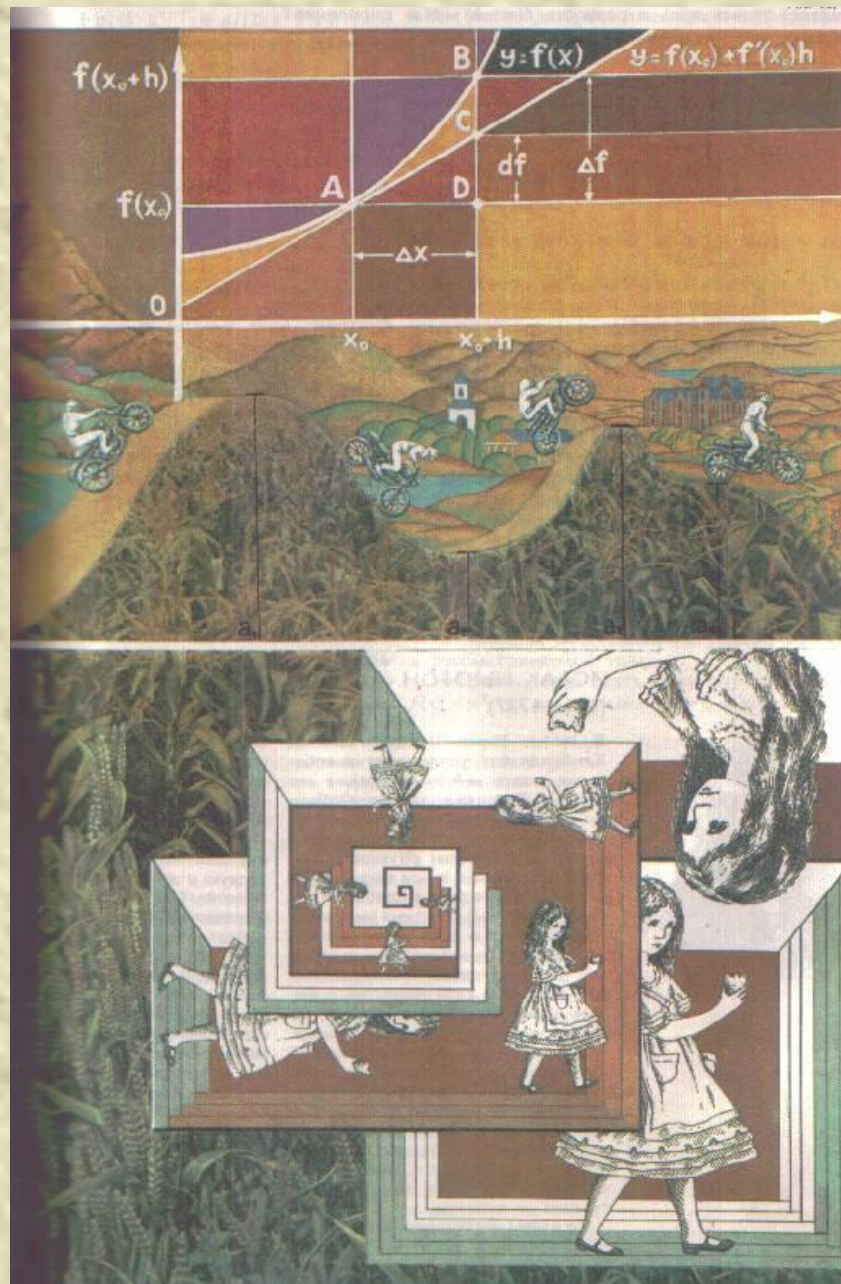


Цель исследования:



История решения
квадратных уравнений
(с древности до наших дней)





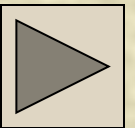
- “Маршрут” исследований:
- 1) Древний Вавилон
- 2) Диофант
- 3) Индия
- 4) Европа
- 5) Казань



Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне



- Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени еще в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики



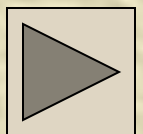
Вавилон

Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей эры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения:



$$x^2 + x = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - x = 14\frac{1}{2}$$

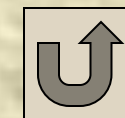


Вавилон



Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены.

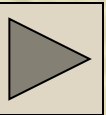
Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилоне, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.



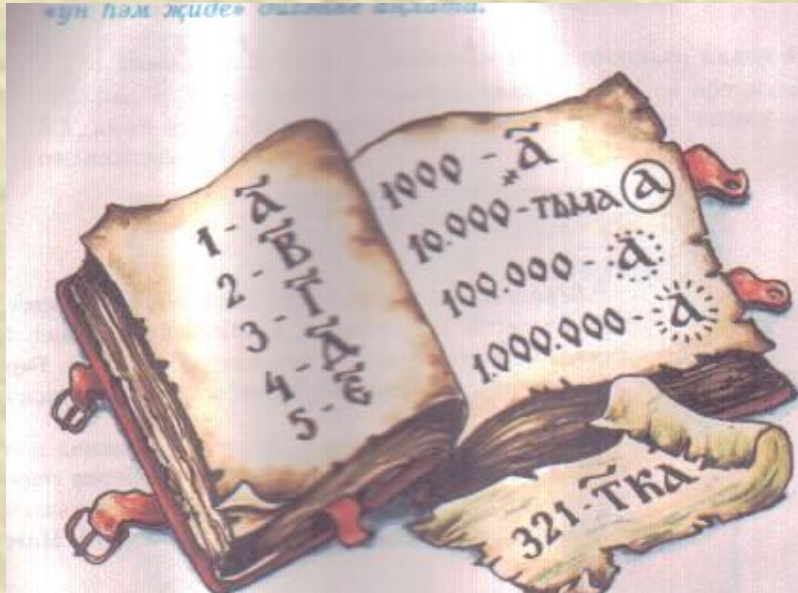
Как составлял и решал Диофант квадратные уравнения



- В «Арифметике» Диофанта содержится систематизированный ряд задач, сопровождаемых объяснениями и решаемых при помощи составления уравнений разных степеней.
- При составлении уравнений Диофант для упрощения решения умело выбирает неизвестные.



Задача Диофанта

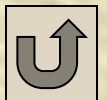
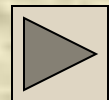


- «Найти два числа, зная, что их сумма равна 20, а произведение -96 »
- Диофант рассуждает следующим образом: из условия задачи вытекает, что искомые числа не равны, т.к. если бы они были равны, то их произведение равнялось бы не 96, а 100. Таким образом, одно из них будет больше половины их суммы, т.е. $10+x$, другое же меньше, т.е. $10-x$. Разность между ними $2x$. Отсюда уравнение $(10+x)(10-x)=96$

$$\text{или же } 10-x^2=96,$$

$$x^2-4=0$$

- Отсюда $x=2$. Одно из искомых чисел равно 12, другое 8. Решение $x=-2$ для Диофанта не существует, т.к. греческая математика знала только положительные числа.

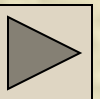


Квадратные уравнения в Индии

- Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в астрономическом трактате «Ариабхаттиам», составленном в 499 г. индийским математиком и астрономом Ариабхаттой. Другой индийский ученый, Брахмагупта (VII в.), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой канонической форме:

$$x^2 + vx = c, a > 0.$$

В этом уравнении коэффициенты, кроме a , могут быть и отрицательными. Правило Брахмагупты по существу совпадает с нашим.



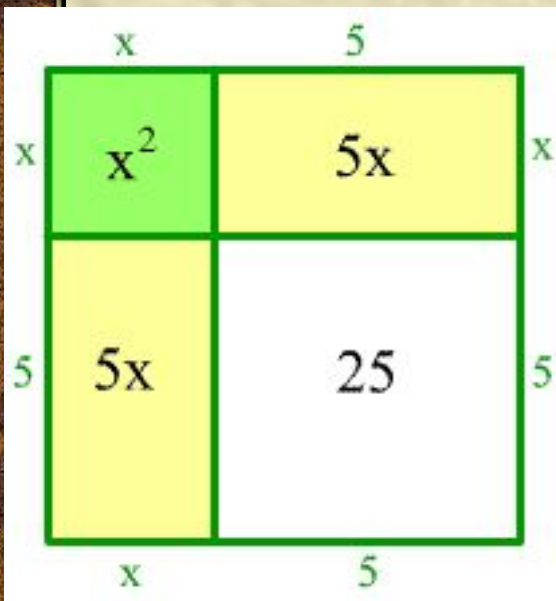


Индия

- Задача Мухаммеда ибн Мусы ал-Хорезми “Квадрат и 10 корней равны 39”.

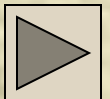
Эта задача соответствует уравнению $x^2 + 10x = 39$.

Ал-Хорезми предлагает решать ее следующим образом:



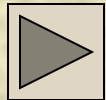
если бы у нас был квадрат со стороной $(x+5)$, тогда его можно было бы разбить на квадрат со стороной x , два прямоугольника $5x$ и квадрат со стороной 5 (см. рисунок). Нам известно, что $x^2 + 2 \cdot 5x = 39$. Тогда площадь большого квадрата $39 + 25 = 64$, а значит его сторона равна 8 . Но сторона этого квадрата равна $x+5$, то есть $x = 8 - 5 = 3$.

Ответ: $x=3$.



В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: «Как солнце блеском своим затмевает звёзды, так учёный человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи» Задачи часто облекались в стихотворную форму.

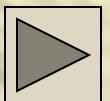
**«Обезьянок резвых стая
Всласть поевши, развлекалась,
Их в квадрате часть восьмая
На поляне забавлялась.
А двенадцать по лианам...
Стали прыгать, повисая...
Сколько ж было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?»**



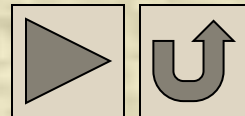
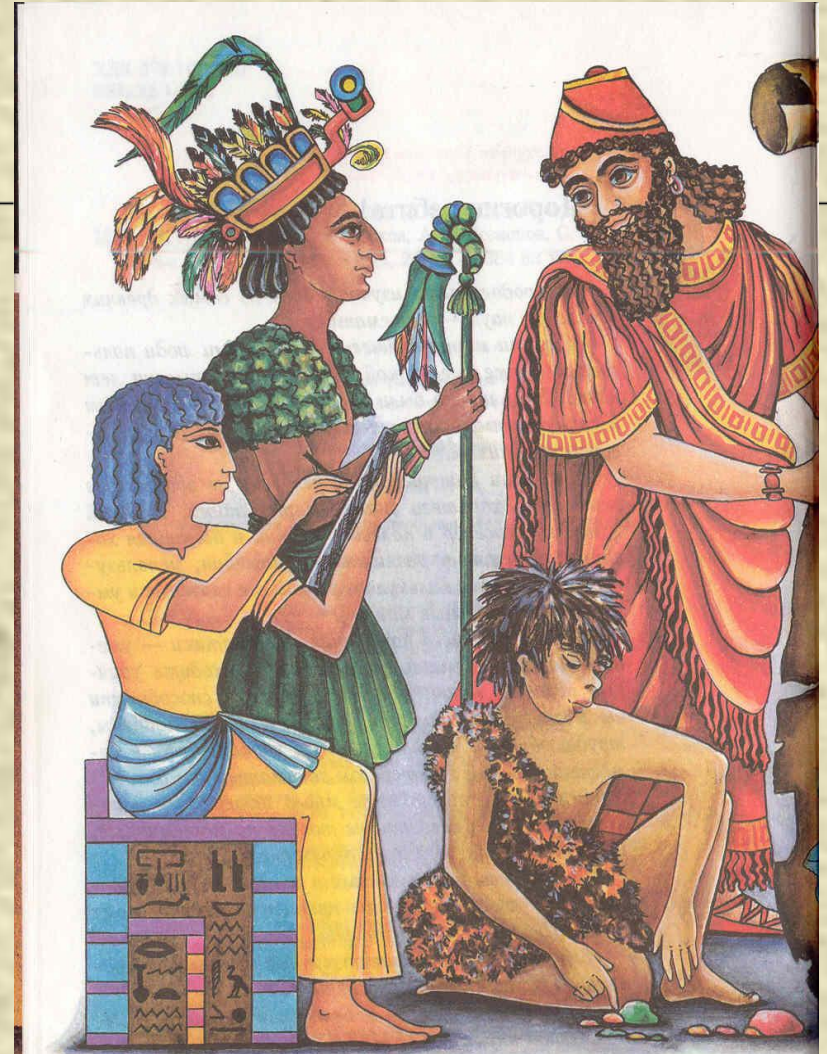
Квадратные уравнения в Европе XIII-XVII вв.



- Формулы решения квадратных уравнений по образцу ал-Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202 г. итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. Книга способствовала распространению алгебраических знаний в Италии, в Германии, Франции и др. странах Европы.

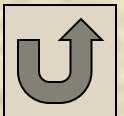
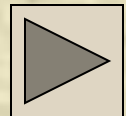


- В глубокой древности была найдена формула для решения квадратного уравнения с помощью радикалов (корней). Вывод формулы имеется у Виета, но он признавал только положительные корни. Итальянские математики Тарталья, Кордано, Бомбелли в XVI в. учитывают и отрицательные корни. В XVII в. благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.



Казанские ученые-математики

- **Большой вклад в теорию решения уравнений внесли казанские ученые-математики.**
- **Н.Г.Чеботарев в казанский период жизни и научной деятельности создал казанскую алгебраическую школу. Он и его ученики работали над теориями алгебраических чисел, распределением корней, теориями алгебраических функций.**
- **Н.Г.Четаев работал над проблемами устойчивости движения, аэродинамикой и качественными методами решения дифференциальных уравнений.**



Традиционное решение квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

1) $ax^2 + c = 0, c \neq 0$

2 корня, если a и c числа с разными знаками; нет корней, если a и c числа с одинаковыми знаками.

2) $ax^2 + vx = 0, v \neq 0$ 2 корня: $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$

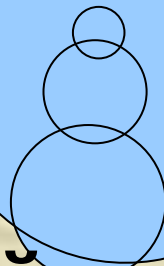
3) $ax^2 = 0$

1 корень, $x=0$

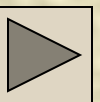


Нетрадиционное решение квадратных уравнений

- На зависть древним грекам и индийцам вы можете научиться решать квадратные уравнения быстрее.

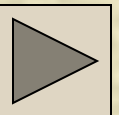


Найдите связь между суммой коэффициентов и корнями квадратных уравнений.

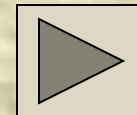
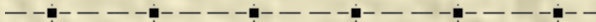
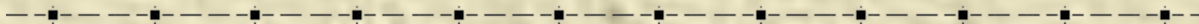


Выводы:

-
- Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в 499 году.
 - После работ Жирара (1592-1632), Декарта и Ньютона метод решения квадратных уравнений приобрёл нынешний вид.
 - Выявляются новые методы решения квадратных уравнений.

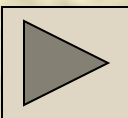


Квадрат тигезлэмэлэр



Каралачак мәсьәләләр:

- Квадрат тигезләмәләрне чишү тарихы белән танышу
- Тулы булмаган квадрат тигезләмәләрне чишү
- Квадрат тигезләмәләрне:
 - 1) икебуынның квадратын аерып чыгару юлы белән чишү
 - 2) формула кулланып чишү
 - 3) Виет теоремасын кулланып чишү
 - 4) традицион булмаган юллар белән чишү
- Тигезләмәләрне график юл белән чишү
- Укучыларда математика, аның тарихы белән кызыксыну тәрбияләү
- Квадратик функция һәм аның графигы белән танышу



Әгәр $x^2+10x-39=0$ тигезләмәсен безгә билгеле формула ярдәмендә чишсәк, сезнең исәпләүләр мең ел элек гарәп математиклары башкарган исәпләүләрдән нигездә аерылырмы? Билгеле инде, юк. Димәк, әгәр сез, уй белән генә, квадрат тигезләмәләрне чишү тизлеге буенча шул заман математиклары белән ярышсагыз, кем кемне жиңүе әлегә билгесез. Мөгаен, сез оттырырга мөмкин-алар телдән бик тиз исәпләгәннәр. Ә сез?



и	ә	р	х	й	я
16	<u>8</u> 15	5	91	8	128

а) $\sqrt{169 \cdot 49}$;

б) $\sqrt{\frac{64}{225}}$;

в) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$;

г) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$;

д) $\sqrt{-128 \cdot (-2)}$;

е) $\sqrt{(-128)^2}$.