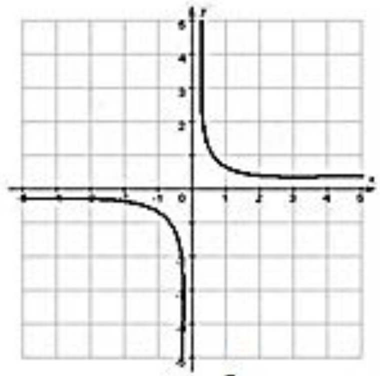
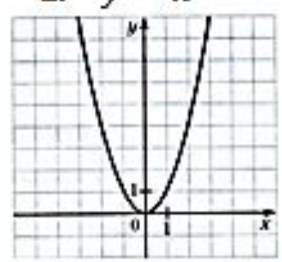
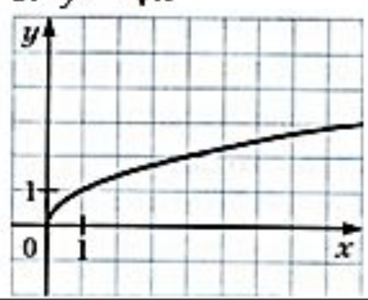
Составьте таблицу последовательного расширения понятия степени и изучения соответствующих случаев степенной функции в основной и старшей школе по 2-3 учебникам.

АЛГЕБРА МЕРЗЛЯК, ПОЛОНСКИЙ, ЯКИР

Класс	Понятие степени	Определение	Функция и её график	Свойства
7	Степень с натуральным показателем.	1) Степенью числа a с натуральным показателем n, большим 1, называют произведение n множителей, каждый из которых равен a. 2) Степенью числа a с показателем 1 называют само это число.	-	1. Для любого числа a и любых натуральных чисел m и n справедливо равенство: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2. Для любого числа a, отличного от нуля, и любых натуральных чисел m и n таких, что m>n, справедливо равенство: $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 3. Для любого числа a и любых натуральных чисел m и n справедливо равенство: $(a^m)^n = a^{mn}$ 4. Для любых чисел a и b и любого натурального числа n справедливо равенство: $(ab)^n = a^n b^n$

8	Степень с целым отрицательным показателем.	Для любого числа a, не равного нулю, и натурального числа n: $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$	1. $y=\frac{k}{x}$  2. $y=x^2$  3. $y=\sqrt{x}$ 	+ свойство 5. Для любых a≠0 и b≠0 и любого целого n выполняется равенство: $(\frac{a}{b})^n=\frac{a^n}{b^n}$

$$y = \frac{k}{x}$$

Область определения	Все числа, кроме 0
Область значений	Все числа, кроме 0
График	Гипербола
Нуль функции (значение аргумента, при котором значение функции равно 0)	Не существует
Свойство графика	Начало координат является центром симметрии гиперболы

$$y = x^2$$

Область определения	Все числа
Область значений	Все неотрицательные числа
График	Парабола
Нуль функции (значение аргумента, при котором значение функции равно 0)	$x = 0$
Свойство графика	Ось ординат является осью симметрии параболы

$$y = \sqrt{x}$$

Область определения	Множество неотрицательных чисел
Область значений	Множество неотрицательных чисел
График	Ветвь параболы
Нуль функции (значение аргумента, при котором значение функции равно 0)	$x = 0$
Сравнение значений функции	Большему значению аргумента соответствует большее значение функции

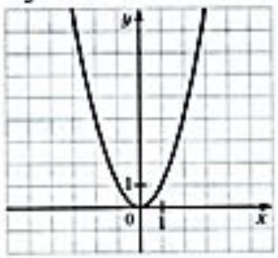
9	Квадратичная функцияя, её график и свойства.	Функцию, которую можно задать формулой вида $y = ax^2 + bx + c$, где x- независимая переменная, a,b и c – некоторые числа, причем a≠0, называют квадратичной.	$y = ax^2 + bx + c$	

Функция	Область определения	Область значений	График
$y = kx + b$	$(-\infty; +\infty)$	Если $k \neq 0$, то $(-\infty; +\infty)$; если $k = 0$, то область значений состоит из одного числа b	Прямая
$y = \frac{k}{x}$, $k \neq 0$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	Гипербола
$y = x^2$	$(-\infty; +\infty)$	$[0; +\infty)$	Парабола
$y = \sqrt{x}$	$[0; +\infty)$	$[0; +\infty)$	—

10	Степенная функция с натуральны м показателе м. Степенная функция с целым показателе м.	$y = x$ и $y = x^2$ эти функции являются частными случаями функции $y = x^n$, n ϵ N, которую называют степенной функцией с натуральным показателем. Функцию, которую можно задать формулой $y = x^n$, n ϵ Z, называют степенной функцией с целым показателем.	$y = x^n$	1. n=2k 2. n=2k+1

Алгебра Алимов, Колягин, Ткачева

Класс	Понятие степени	Определение	Функция и её график	Свойства
7	Степень с натуральным показателем.	1) Степенью числа a с натуральным показателем n, большим 1, называют произведение n множителей, каждый из которых равен a. 2) Степенью числа a с показателем 1 называют само это число. 3) В выражении a^n число a называют основанием степени, число n называют показателем степени.	-	1. Для любого числа a и любых натуральных чисел m и n справедливо равенство: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2. Для любого числа a, отличного от нуля, и любых натуральных чисел m и n таких, что m>n, справедливо равенство: $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 3. Для любого числа a и любых натуральных чисел m и n справедливо равенство: $(a^m)^n = a^{mn}$ 4. Для любых чисел a и b и любого натурального числа n справедливо равенство: $(ab)^n = a^n b^n$ 5. При возведении в степень дроби в эту степень возводятся числитель и знаменатель. $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$, b≠0.

8	Квадратичная функция.	Функция вида $y = ax^2 + bx + c$, где a,b и c – заданные действительные числа, a≠0, x – действительная переменная, называется квадратичной функцией. График функции $y = ax^2$ при любом a≠0 также называют параболой. При a>0 ветви параболы направлены вверх, а при a<0 -0 вниз.	1. $y = x^2$  2. $y = ax^2$ 3. $y = ax^2 + bx + c$	1. Положительно при x≠0 и равно нулю при x=0. 2. Симметричен относительно оси ординат. 3. При x≥0 большему значению x соответствует большее значение y, и наоборот.

9	Степень с целым показателем. Арифметический корень натуральной степени.	1.Если a≠0 и n – натуральное число, то $$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$$ 2. Если a≠0, то $a^0=1$. 3. Арифметическим корнем натуральной степени n≥2 из неотрицательного числа a называется неотрицательное число, n-я степень которого равна a.		1. $a^n a^m = a^{n+m}$ 2. $a^n : a^m = a^{n-m}$ 3. $(a^n)^m = a^{nm}$ 4. $(ab)^n = a^n b^n$ 5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ Для арифметического корня: 1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$ 2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 3. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ 4. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nm]{a}$
	Степень с рациональным показателем.	Если n- натуральное число, n≥2, m- целое число и частное $\frac{m}{n}$ является целым числом, то при a>0 справедливо равенство $$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$$	$y=\frac{k}{x}$	1. $a^p a^q = a^{p+q}$ 2. $a^p : a^q = a^{p-q}$ 3. $(a^p)^q = a^{pq}$ 4. $(ab)^p = a^p b^p$ 5. $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$

10-11	Степенная функция.	1. Функция y=f(x), определенная на множестве X, называется ограниченной снизу на множестве X, если существует число C_1 такое, что для любого x∈X выполняется неравенство $f(x) \geq C_1$. 2. Функция y=f(x), определенная на множестве X, называется ограниченной сверху на множестве X, если существует число C_2 такое, что для любого x∈X выполняется неравенство $f(x) \leq C_2$. 3. Функцию, ограниченную и сверху, и снизу на множестве X, называют ограниченной на этом множестве.	$y = x^2$ $y = x^3$ $y = \frac{1}{x}$	

1. Показатель $p = 2n$ — чётное натуральное число.

В этом случае степенная функция $y = x^{2n}$, где n — натуральное число, обладает следующими свойствами:

— область определения — все действительные числа, т. е. множество R;
— множество значений — неотрицательные числа, т. е. $y \geq 0$;
— функция $y = x^{2n}$ чётная, так как $(-x)^{2n} = x^{2n}$;
— функция является убывающей на промежутке $x \leq 0$ и возрастающей на промежутке $x \geq 0$;
— функция ограничена снизу;
— функция принимает наименьшее значение $y = 0$ при $x = 0$.

2. Показатель $p = 2n - 1$ — нечётное натуральное число.

В этом случае степенная функция $y = x^{2n-1}$, где n — натуральное число, обладает следующими свойствами:

— область определения — множество R;
— множество значений — множество R;
— функция $y = x^{2n-1}$ нечётная, так как $(-x)^{2n-1} = -x^{2n-1}$;
— функция является возрастающей на всей действительной оси;
— функция не является ограниченной;
— функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.

3. **Показатель $p = -2n$, где n — натуральное число.**

В этом случае степенная функция $y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}$

обладает следующими свойствами:

— область определения — множество R, кроме $x = 0$;
— множество значений — положительные числа $y > 0$;
— функция $y = \frac{1}{x^{2n}}$ чётная, так как $\frac{1}{(-x)^{2n}} = \frac{1}{x^{2n}}$;
— функция является возрастающей на промежутке $x < 0$ и убывающей на промежутке $x > 0$;
— функция ограничена снизу;
— функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.

4. **Показатель $p = -(2n - 1)$, где n — натуральное число.**

В этом случае степенная функция $y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}$, где $n \in N$, обладает следующими свойствами:

— область определения — множество R, кроме $x = 0$;
— множество значений — множество R, кроме $y = 0$;
— функция $y = \frac{1}{x^{2n-1}}$ нечётная, так как $\frac{1}{(-x)^{2n-1}} = -\frac{1}{x^{2n-1}}$;
— функция является убывающей на промежутках $x < 0$ и $x > 0$;
— функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.

5*. Показатель p — положительное действительное нецелое число.

В этом случае функция $y = x^p$ обладает следующими свойствами:

— область определения — множество неотрицательных чисел $x \geqslant 0$;
— множество значений — множество неотрицательных чисел $y \geqslant 0$;
— функция является возрастающей на промежутке $x \geqslant 0$;
— функция не является ни чётной, ни нечётной;
— функция ограничена снизу;
— функция принимает наименьшее значение $y = 0$ при $x = 0$.

6*. Показатель p — отрицательное действительное нецелое число.

В этом случае функция $y = x^p$ обладает следующими свойствами:

— область определения — множество положительных чисел $x > 0$;
— множество значений — множество положительных чисел $y > 0$;

— функция является убывающей на промежутке $x > 0$;
— функция не является ни чётной, ни нечётной;
— функция ограничена снизу.