

Задачи на работу. Математические модели

«Текстовые задачи по математике»

Решение задачи с помощью уравнения обычно проводят в такой последовательности:

1. Вводят переменную, т.е. обозначают буквой x ... величину, которую требуется найти по условию задачи, либо ту, которая необходима для отыскания искомых величин.
2. Используя введенную переменную, а также указанные в условии задачи конкретные значения переменных и соотношения между ними, составляют уравнение, т.е. «переводят» текст задачи на язык алгебры, составляя равенство алгебраических выражений.
3. Решают составленное уравнение и из полученных решений отбирают те, которые подходят по смыслу задачи.

1. Одно звено собрало со своего участка 875 ц пшеницы, а другое звено с участка, меньшего на 2 га, - 920 ц пшеницы. Сколько центнеров пшеницы собрало каждое звено с 1 га, если известно, что с 1 га во втором звене собрали на 5 ц пшеницы больше, чем в первом?

	S, га	A, ц	урожайность, ц/га
1	x	875	$\frac{875}{x}$
2	x - 2	920	$\frac{920}{x - 2}$

← на 5 ц >

$$\frac{920}{x - 2} - \frac{875}{x} = 5 \quad \text{1 способ}$$

Из большей величины вычтем меньшую, разность равна 5

Второй столбец — площадь участков. внесем урожайность, для этого

$$\frac{920}{x - 2} = \frac{875}{x} + 5 \quad \text{2 способ}$$

К меньшей величине прибавим 5, уравнием с большей величиной

$$\frac{920}{x - 2} - 5 = \frac{875}{x} \quad \text{3 способ}$$

Из большей величины вычтем 5, уравнием с меньшей величиной

1. Одно звено собрало со своего участка 875 ц пшеницы, а другое звено с участка, меньшего на 2 га, - 920 ц пшеницы. Сколько центнеров пшеницы собрало каждое звено с 1 га, если известно, что с 1 га во втором звене собрали на 5 ц пшеницы больше, чем в первом?

	S, га	A, ц	урожайность, ц/га
1	x	875	$\frac{875}{x}$
2	x - 2	920	$\frac{920}{x - 2}$

← на 5 ц $>$

ОДЗ : $x \neq 0; 2$

$$\frac{920}{x - 2} - \frac{875}{x} = 5 \quad / \cdot x(x - 2)$$

$$x_1 = 25$$

$$x_2 = -14 \quad \text{Не уд. усл.}$$

$$920x - 875(x - 2) = 5x(x - 2)$$

$$920x - 875x + 1750 = 5x^2 - 10x$$

$$\frac{875}{x} = \frac{875}{25} = 35$$

$$5x^2 - 55x - 1750 = 0 \quad / : 5$$

$$\frac{920}{x - 2} = \frac{920}{25 - 2} = 40$$

$$x^2 - 11x - 350 = 0$$

**Очень часто решить задачу можно разными способами.
Например, мы ввели x из условия...**

Одно звено собрало со своего участка 875 ц пшеницы,
Это условие помогло ввести x ...
а другое звено с участка, меньшего на 2 га, - 920 ц пшеницы. Сколько центнеров пшеницы собрало каждое звено с 1 га, если известно, что с 1 га во втором звене собрали на 5 ц пшеницы больше, чем в первом?

**А можно начать «раскручивать» задачу с другого условия.
Введем x иначе...**

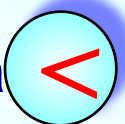
Одно звено собрало со своего участка 875 ц пшеницы,
а другое звено с участка, меньшего на 2 га, - 920 ц пшеницы. Сколько центнеров пшеницы собрало каждое звено с 1 га, если известно, что с 1 га во втором звене собрали на 5 ц пшеницы больше, чем в первом?
Это условие поможет ввести x ...

**Посмотрим, что получится? В этом случае мы «выйдем»
сразу на ответ, ведь за x будет обозначена искомая
величина.**


1. Одно звено собрало со своего участка 875 ц пшеницы, а другое звено с участка, меньшего на 2 га, - 920 ц пшеницы. Сколько центнеров пшеницы собрало каждое звено с 1 га, если известно, что с 1 га во втором звене собрали на 5 ц пшеницы больше, чем в первом?

Это условие поможет ввести x ...


	урожайность, ц/га	A, ц	S, га
1	x	875	$\frac{875}{x}$
2	$x + 5$	920	$\frac{920}{x + 5}$

← на 2 га 


$$\frac{875}{x} - \frac{920}{x+5} = 2 \quad \text{1 способ}$$

Из большей величины вычтем меньшую, разность равна 2. 
 Для этого с правой стороны уравнения внесем

$$\frac{875}{x} = \frac{920}{x+5} + 2 \quad \text{2 способ}$$

К меньшей величине прибавим 2, уравняем с большей величиной. 
 для этого с правой стороны уравнения внесем

$$\frac{875}{x} - 2 = \frac{920}{x+5} \quad \text{3 способ}$$

Из большей величины вычтем 2, уравняем с меньшей величиной. 

Решив, любое из уравнений, мы сразу получим ответ на вопрос задачи, без дополнительных действий.

Задачи на работу обычно содержат следующие величины:

t – время, в течение которого производится работа,

v – производительность труда, работа, произведенная в единицу времени (возможны и другие обозначения N , W);

A – работа, произведенная за время t

Уравнения, связывающее эти три величины:

$$A = vt$$

$$t = \frac{A}{v}$$

$$v = \frac{A}{t}$$


2. При одновременной работе двух насосов пруд был очищен за 2 ч 55 мин. За сколько времени мог бы очистить пруд каждый насос, работая отдельно, если **Это условие поможет ввести x ...** один из них может эту работу выполнить на 2 ч быстрее другого?

	t , ч	A , часть	v , часть/ч
1	$x-2$	1	$\frac{1}{x-2}$
2	x	1	$\frac{1}{x}$

Первый столбик – время, необходимое на выполнение работы (каждым насосом) отдельно.


Реши уравнение самостоятельно

$$v = \frac{A}{t}$$

Скорость совместной работы находим сложением скоростей 

$$v_{\text{совм}} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x}$$

справка

Работа выполнена полностью, т.е. выполнена 1 часть 

$$A = 1$$

справка

$$t = 2\frac{55}{60} \text{ ч} = 2\frac{11}{12} \text{ ч}$$

справка

Формула $A = vt$ поможет нам составить уравнение 

Это условие поможет ввести x ...

3. Одна из дорожных бригад может заасфальтировать некоторый участок дороги на 4 ч быстрее, чем другая. За сколько часов может заасфальтировать участок каждая бригада, если известно, что за 24 ч совместной работы они заасфальтировали 5 таких участков?

	t , ч	A , часть	v , часть/ч
1	x	1	$\frac{1}{x}$
2	$x-4$	1	$\frac{1}{x-4}$

В новом столбике можно выразить производительность (скорость) работы, для этого работу : время

$$v = \frac{A}{t}$$

Реши уравнение самостоятельно

Скорость совместной работы находим сложением скоростей ❌

$$v_{\text{совм}} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x}$$

справка

За 24ч заасфальтировали 5 участков, т.е. работа составляет 5 частей ❌

справка

$$A = 5$$

$$5$$

$$t = 24$$

справка

Формула $A = vt$ поможет нам составить уравнение ❌

Это условие поможет ввести x ...

4. Бассейн наполняется через первую трубу на 5 ч быстрее, чем через вторую. Бассейн можно наполнить, если открыть сначала первую трубу на 5 ч, а затем вторую на 7,5 ч. За сколько часов наполнится бассейн при совместной работе обеих труб?

	t , ч	A , часть	v , часть/ч
1	$x - 5$	1	$\frac{1}{x - 5}$
2	x	1	$\frac{1}{x}$

В ~~каждой~~ строке ~~названия~~,
в ~~каждой~~ строке ~~названия~~ ~~названия~~
(~~каждой~~ трубе)
длительного.

работу : время

Реши уравнение самостоятельно

$$v = \frac{A}{t}$$

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = 5 \cdot \frac{1}{x-5} \\ A_2 = 7,5 \cdot \frac{1}{x} \end{array} \right\} = 1$$

справка

Найдем работу, которую выполнит I труба за 5 ч по формуле $A = vt$ ❌

справка

Найдем работу, которую выполнит II труба за 7,5 ч по формуле $A = vt$ ❌

5. На строительстве работали две бригады. После 5 дней совместной работы вторую бригаду перевели на другой объект. Оставшуюся часть работы первая бригада закончила через 9 дней. За сколько дней могла бы выполнить всю работу каждая бригада, работая отдельно, если известно, что второй бригаде на выполнение всей работы потребовалось бы на 12 дней меньше, чем одной первой бригаде?

Это условие поможет ввести $x \dots$

	t , дн.	A , часть	v , часть/дн.
1	x	1	$\frac{1}{x}$
2	$x-12$	1	$\frac{1}{x-12}$

В новом столбике время, в другой столбике введем неизвестное на выполнение работы каждой бригадой отдельно.
 $(\frac{1}{x-12} + \frac{1}{x}) \cdot 5 + \frac{1}{x} \cdot 9$
 работу : время
 Реши уравнение самостоятельно

$$v = \frac{A}{t}$$

$$v_{\text{совм}} = \frac{1}{x-12} + \frac{1}{x}$$

Скорость совместной работы находим сложением скоростей ❌

справка

$$A = (\quad)$$

По формуле $A = vt$ найдем работу, выполненную за 5 дн. совместно ❌

справка

= 1

По формуле $A = vt$ найдем работу, выполненную за 9 дн. I бригадой ❌

$$A = \frac{1}{x}$$

справка

Задачи для самостоятельной работы.

1.

Два экскаватора, работая одновременно, выполняют некоторый объем земляных работ за 3 ч 45 мин. Один экскаватор, работая отдельно, может выполнить этот объем работ на 4 ч быстрее, чем другой. Сколько времени требуется каждому экскаватору в отдельности для выполнения того же объема земляных работ?

2.

Чтобы наполнить бассейн, сначала открыли одну трубу и через 2 ч, не закрывая её, открыли вторую. Через 4 ч совместной работы труб бассейн был наполнен. Одна вторая труба могла бы наполнить бассейн в 1,5 раза быстрее, чем одна первая. За сколько часов можно наполнить бассейн через каждую трубу?

3.

Бригада слесарей может выполнить некоторое задание по обработке деталей на 15 ч быстрее, чем бригада учеников. Если бригада учеников отработает 18 ч, выполняя это задание, а потом бригада слесарей продолжит выполнение задания в течение 6 ч, то и тогда будет выполнено только 0,6 всего задания. Сколько времени требуется бригаде учеников для самостоятельного выполнения данного задания?

Уравнения

Задача 2. 1 насос 2 насос

Задача 3. 1 бригада 2 бригада

Задача 4. 1 бригада

Задача 5. 1 бригада 2 бригада

Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. 1 экскав. 2 экскав.

Задача 2. 1 труба 2 труба

Задача 3. Бригада учеников

**Форма для
поверки
ответов.**



Порой, не сразу узнаешь задачу на работу.

Дополнительные задачи

1. Рыжий и серый коты вместе могут съесть миску сметаны за 6 мин. За сколько времени может съесть эту сметану каждый кот в отдельности, если рыжий кот ест сметану на 25 % быстрее, чем серый?

Ответ: серый кот съест сметану за _____ мин., рыжий кот _____ мин.

2. Опытный дрессировщик может вымыть слона за 40 мин, а его сын – за 2 ч. За сколько времени они вымоют трех слонов, работая вместе?

Ответ: _____ ч

3. В кинотеатре имеются две разные двери. Через обе двери зрители могут покинуть зал в течение $3\frac{3}{4}$ мин. Если их выпускать через одну большую дверь, то выход из зала займет времени на 4 мин меньше, чем в том случае, если их выпускать через меньшую дверь. Сколько времени требуется, чтобы выпустить зрителей из зала через каждую дверь в отдельности?

Ответ: через большую дверь _____ мин, через маленькую - _____ мин.

