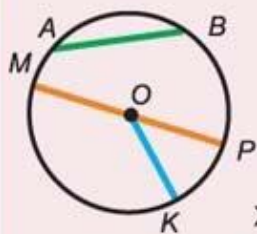
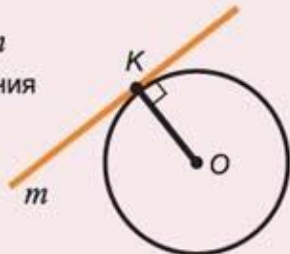


1 ОКРУЖНОСТЬ. ХОРДЫ И КАСАТЕЛЬНЫЕ

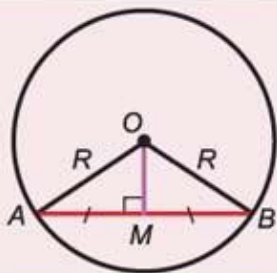


Касательная m
 K – точка касания
 $OK \perp m$



Хорда AB
 Диаметр MP
 Радиус OK

СВОЙСТВО ОТРЕЗКА РАДИУСА, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОГО ХОРДЕ

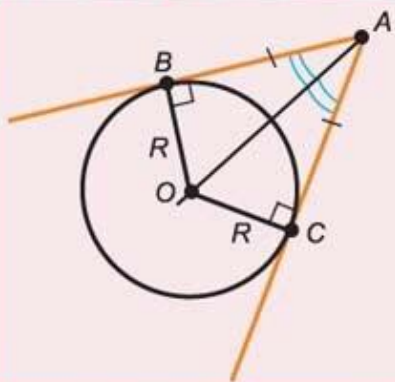


M – середина хорды AB



$OM \perp AB$

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ, ПРОВЕДЕННЫХ ИЗ ОБЩЕЙ ТОЧКИ

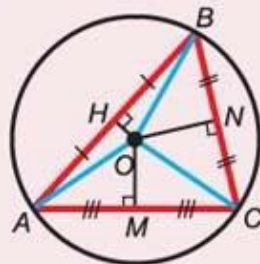


B и C – точки касания



$AB = AC$,
 AO – биссектриса угла BAC

2 ОКРУЖНОСТЬ, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



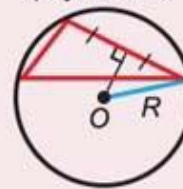
Стороны AB, BC, AC – хорды
 $OA = OB = OC = R$
 $\angle ABC, \angle BAC, \angle ACB$ – вписанные
 OH, OM, ON – серединные перпендикуляры к сторонам

ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

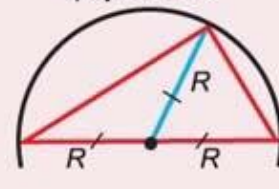
Остроугольный
 треугольник



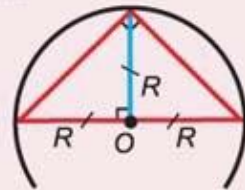
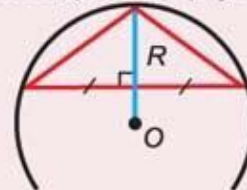
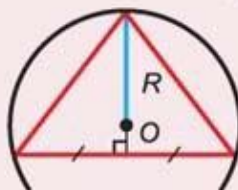
Тупоугольный
 треугольник



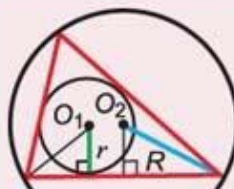
Прямоугольный
 треугольник



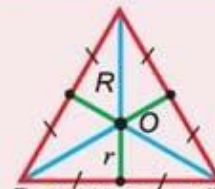
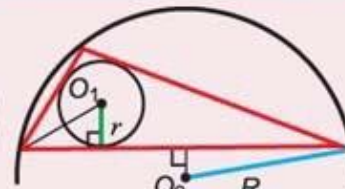
Равнобедренный
 треугольник



ЦЕНТРЫ И РАДИУСЫ ВПИСАННОЙ И ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

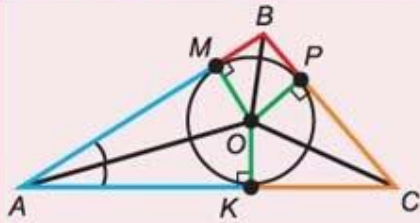


Разносторонний
 треугольник



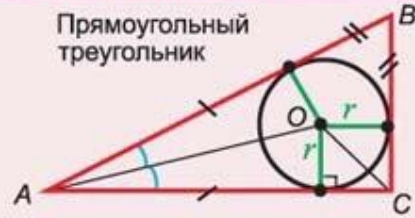
Равносторонний
 треугольник

ОКРУЖНОСТЬ, ВПИСАННАЯ В ТРЕУГОЛЬНИК

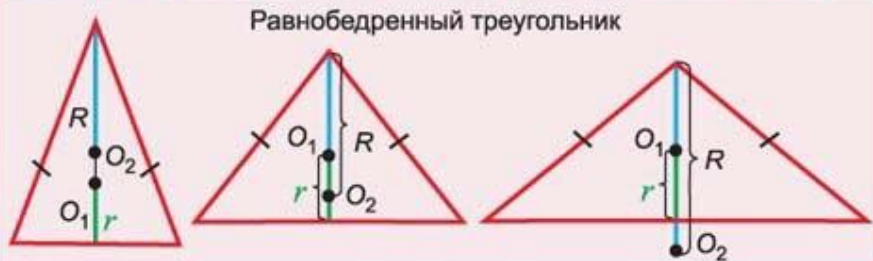


AB, BC, AC – касательные
 Отрезки касательных равны:
 $AM = AK, BM = BP, CP = CK$
 $OM = OK = OP = r$
 AO, BO, CO – биссектрисы углов

ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

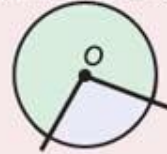


ЦЕНТРЫ И РАДИУСЫ ВПИСАННОЙ И ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТЕЙ

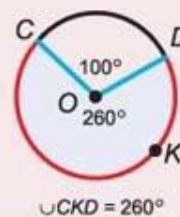
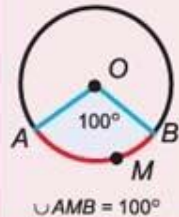


ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

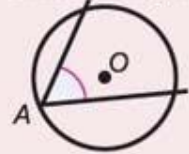
Центральный угол



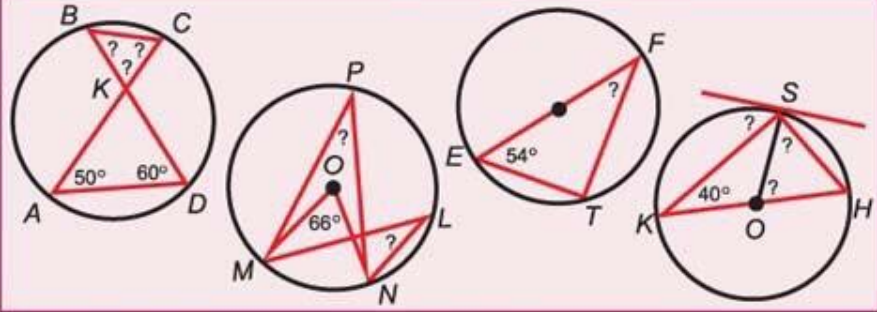
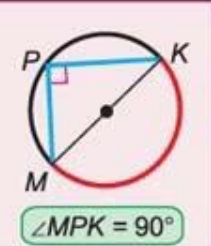
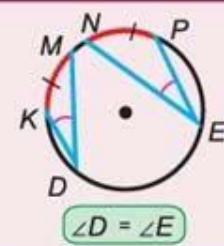
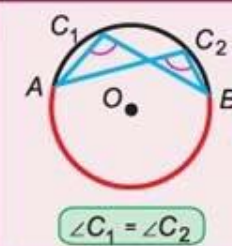
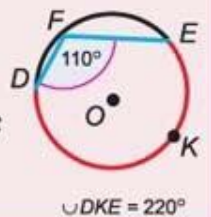
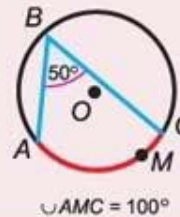
Величина центрального угла равна величине соответствующей дуги окружности



Вписанный угол



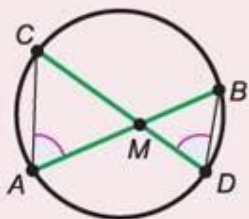
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается



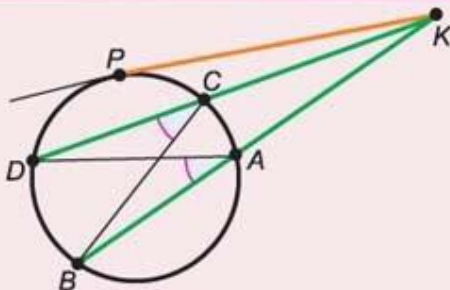
6

СВОЙСТВА ХОРД И СЕКУЩИХ

ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОТРЕЗКОВ ХОРД И СЕКУЩИХ ОКРУЖНОСТИ

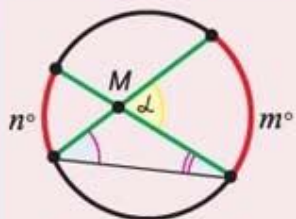


$$MA \cdot MB = MC \cdot MD$$

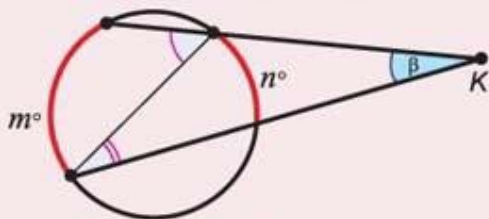


$$KA \cdot KB = KC \cdot KD = KP^2$$

УГЛЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ ПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ ХОРДАМИ И СЕКУЩИМИ ОКРУЖНОСТИ

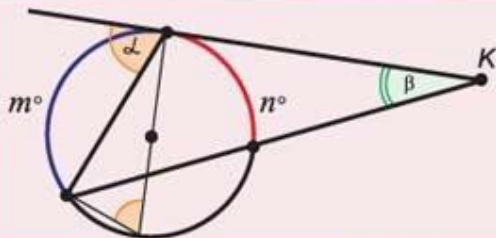


$$\alpha = \frac{1}{2}(n^\circ + m^\circ)$$



$$\beta = \frac{1}{2}(m^\circ - n^\circ)$$

УГЛЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ КАСАТЕЛЬНОЙ С ХОРДОЙ И СЕКУЩЕЙ



$$\alpha = \frac{1}{2} m^\circ$$

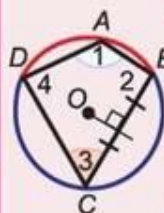
$$\beta = \frac{1}{2}(m^\circ - n^\circ)$$

7

ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

ПРОИЗВОЛЬНЫЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

Четырехугольник, вписанный в окружность

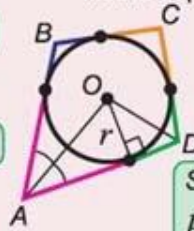


стороны – хорды

углы – вписанные

$$\begin{aligned} \angle 1 + \angle 3 &= 180^\circ \\ \angle 2 + \angle 4 &= 180^\circ \end{aligned}$$

Четырехугольник, описанный около окружности



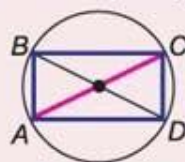
стороны лежат на касательных

$$AB + CD = BC + AD$$

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= p \cdot r \\ p & \text{ – полупериметр,} \\ r & \text{ – радиус вписанной} \\ & \text{окружности} \end{aligned}$$

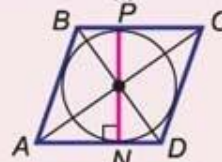
ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ

Параллелограмм, вписанный в окружность, – прямоугольник



$$AC = 2R$$

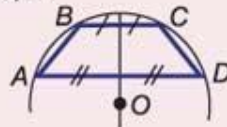
Параллелограмм, описанный около окружности, – ромб



$$h = PN = 2r$$

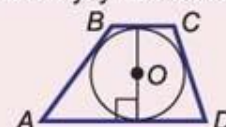
ТРАПЕЦИИ

Трапеция, вписанная в окружность, – равнобедренная трапеция



Центр O лежит на серединном перпендикуляре к основаниям

В трапеции, описанной около окружности, средняя линия равна полусумме боковых сторон



$$P_{ABCD} = 4m$$

(m – средняя линия)

$$h = 2r$$

8

ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ КРУГА

Длина окружности



$$L = 2\pi R$$

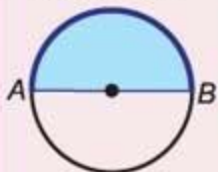
$$\pi = \frac{L}{2R} \approx 3,1416$$

Площадь круга



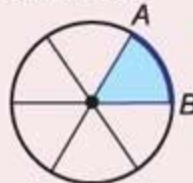
$$S = \pi R^2$$

ДЛИНА ДУГИ ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ СЕКТОРА

 $\cup AB = 180^\circ$ 

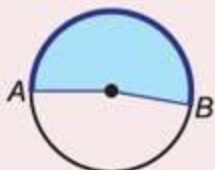
$$l = \frac{1}{2} L = \pi R$$

$$S = \frac{1}{2} \pi R^2$$

 $\cup AB = 60^\circ$ 

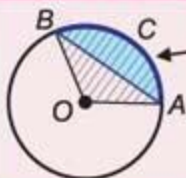
$$l = \frac{1}{6} L = \frac{\pi R}{3}$$

$$S = \frac{1}{6} \pi R^2$$

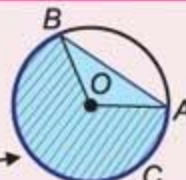
 $\cup AB = m^\circ$ 

$$l = \frac{m}{360} L = \frac{m}{180} \pi R \quad S = \frac{m}{360} \pi R^2$$

ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА



$$S_{\text{сегм.}ABC} = S_{\text{сект.}AOB} - S_{\Delta AOB}$$



$$S_{\text{сегм.}ABC} = S_{\text{сект.}AOB} + S_{\Delta AOB}$$

РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

$$\pi \leftrightarrow 180^\circ$$

$$\frac{\pi}{2} \leftrightarrow 90^\circ$$

$$\frac{\pi}{3} \leftrightarrow 60^\circ$$

$$\frac{\pi}{4} \leftrightarrow 45^\circ$$

$$\frac{\pi}{6} \leftrightarrow 30^\circ$$

$$1^\circ \leftrightarrow \frac{\pi}{180}$$

$$17^\circ \leftrightarrow 17 \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$1 \leftrightarrow \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$25 \leftrightarrow 25 \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$