

Карагандинский Государственный Медицинский
Университет

Булева алгебра.

Подготовили: Рсалиева К , Алимжанов А 114ОМФ

Проверил: Адалбек Алибек

Караганда 2009

План:

- ✓ Булева алгебра и логические схемы ЭВМ
- ✓ Этапы построения логической схемы
- ✓ Алгоритм составления СДНФ
- ✓ Основные законы булевой алгебры
- ✓ Логические основы ЭВМ.
- ✓ Алгебра Дж. Буля и ее применение в теории и практике информатики
- ✓ Процессоры
- ✓ Заключение

Булева алгебра и логические схемы ЭВМ

- Алгебра логики, созданная в середине 18 века англичанином Дж. Булем (булева алгебра) оперирует с логическими переменными. Основопологающим законом алгебры логики является закон исключения третьего, согласно которому логические переменные, в отличие от переменных обычной алгебры, могут принимать только два значения. Переменные обычно обозначаются, как и двоичные цифры, символами 0 и 1. Операции над переменными записываются с помощью логических операций.
- В электронных схемах операции выполняются с помощью логических элементов. При этом логические сигналы 0 и 1 задаются разными уровнями напряжения. Для изображения логических схем всегда используются условные графические обозначения элементов, описывающие только выполняемую элементами функцию и не зависящие от его схемы.

Таблица истинности

X	y	$X*y$	$X+y$	$X \vee y$
0	0	0	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1
		a	b	c

Этапы построения логической схемы:

- составляется таблица истинности;
- по таблице истинности строится логическая функция с помощью СДНФ (совершенной дизъюнктивной нормальной формы);
- по возможности полученная формула минимизируется;
- если заданы базисные элементы, то с помощью законов Моргана приводится к заданному базису.

Алгоритм составления СДНФ:

- выделяем в таблице истинные строки, в которых функция принимает единственные значения;
- для каждой выделенной строки составляются конъюнкции всех входных переменных; если переменные принимают нулевое значение, сделать их отрицание;
- записывается попарная дизъюнкция всех полученных конъюнкций.
- Основные соотношения (теоремы) булевой алгебры можно сформулировать в виде следующих законов (табл. 2):

Основные законы булевой алгебры

Таблица 2

1.	$\{0\}' = \{1\}$; $x+0=x$; $x*1=x$; $x+1=1$; $x*0=0$	-/-/-/-/-/-/-/-/-/-
2.	$x+x=x$; $x*x=x$	Идемпотентности
3.	$(x')' = x$	Двойного отрицания
4.	$x+y=y+x$; $x*y=y*x$	Коммутативности
5.	$x+x*y=x*(x+y)=x$; $x+x'*y=x+y$; $x*(x'+y)=x*y$	Поглощения
6.	$(x+y)' = x'*y'$; $(x*y)' = x'+y'$	Моргана
7.	$(x+y)+z=x+(y+z)=x+y+z$; $(x*y)*z=x*(y*z)=x*y*z$	Ассоциативности
8.	$x+y*z=(x+y)*(x+z)$; $x*(y+z)=x*y+x*z$	Дистрибутивности

Логические основы ЭВМ.

Элемент И (AND).

- Электронный логический элемент, на выходе которого появляется сигнал логической 1, соответствующий значению "истина" только тогда, когда на все его входы (два или более) поданы сигналы логической единицы; в противном случае на выходе этого элемента будет логический 0, соответствующий значению "ложь".
- Условное обозначение и таблица истинности элемента "И" с двумя выходами.

	A ₂	0	1	0	1
Выход	B	0	0	0	1

Элемент ИЛИ (OR gate).

Электронный логический вентиль, на выходе которого логический 0 (значение "ложь") появляется только тогда, когда на все его выходы (два и более) поданы сигналы логического 0; во всех остальных случаях на выходе появляется логическая 1 (значение "истина"). Этот вентиль реализует логическую операцию ИЛИ и имеет аналогичную с ней таблицу истинности.

	A ₂	0	1	0	1
Выход	B	0	1	1	1

Элемент НЕ-И (штрих Шеффера).

Электронная логическая схема, в которой выходной сигнал имеет уровень логической 0 (ложь) только тогда, когда на всех ее входах действуют сигналы логической 1. Во всех других случаях на его выходе появляется логическая 1.

	A ₂	0	1	0	1
Выход	B	1	1	1	0

Вентиль НЕ-И эквивалентен И с инвертированным выходом.

Элемент ИЛИ-НЕ (стрелка Пирса).

Электронная логическая схема, на выходе у которой появляется логическая 1 только тогда, когда на все ее входы поданы сигналы логического 0, а в любых других случаях на выходе схемы действует уровень логического 0.

	A ₂	0	1	0	1
Выход	B	1	0	0	0

Практически любые схемы могут быть построены на одних только элементах ИЛИ-НЕ.

Элемент НЕ (NOT gate).

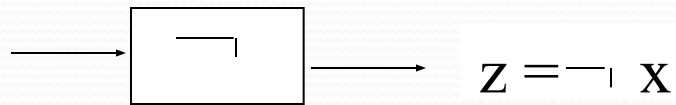
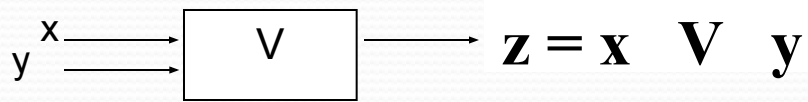
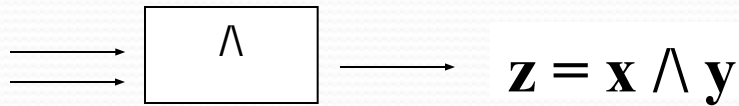
Электронный логический вентиль, инвертирующий входной сигнал, т.е. преобразующий логический 0 в логическую 1 и наоборот.

Выход В	И	Л
---------	---	---

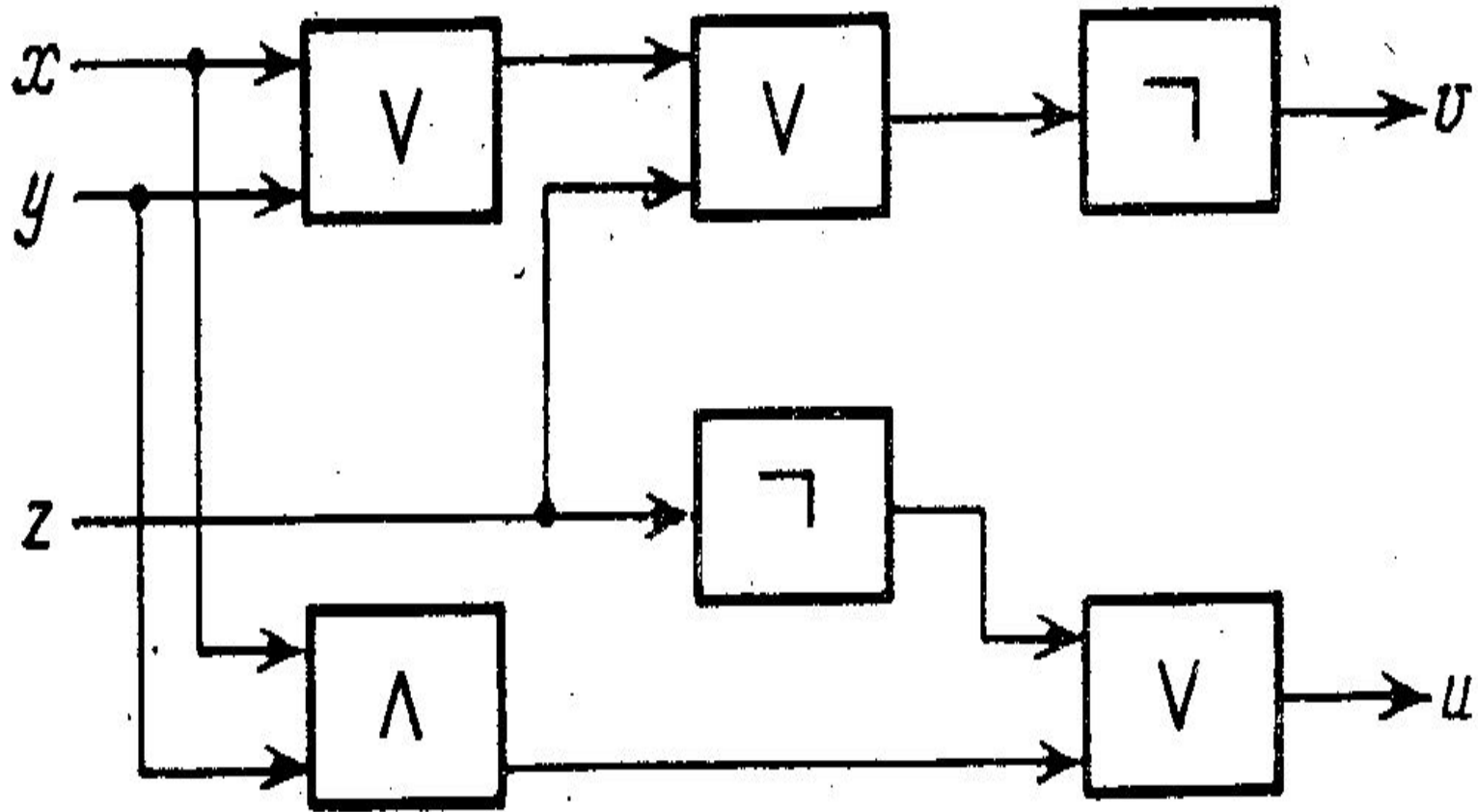
Алгебра Дж. Буля и ее применение в теории и практике информатики

- Информация, с которой имеют дело различного рода автоматизированные информационные системы, обычно называется *данными*, а сами такие системы — *автоматизированными системами обработки данных (АСОД)*. Различают *исходные (входные), промежуточные и выходные данные*.
- Данные разбиваются на отдельные составляющие, называемые *элементарными данными* или *элементами данных*. Употребляются элементы данных различных типов. *Тип данных* (элементарных) зависит от значений, которые эти данные могут принимать.
- В современной безбумажной информатике среди различных типов элементарных данных наиболее употребительными являются *целые и вещественные числа, слова* (в некотором подалфавите байтового алфавита) и так называемые *булевы величины*. Первые два типа величин нуждаются в пояснении только в связи с конкретными особенностями их представления в современных ЭВМ.
- Прежде всего различают двоичное и двоично-десятичное представления чисел. В *двоичном* представлении используется *двоичная система счисления* с фиксированным числом двоичных разрядов (чаще всего 32 или, для малых ЭВМ, 16 разрядов, включая разряд для представления знака числа). Если нулем обозначать плюс, а единицей — минус, то 00001010 означает целое число $+(2^3+2^1)=+10$, а 1000100 — число — $(2^3 + 2^2) = -12$ (для простоты взято 8-разрядное представление). Заметим, что знак числа в машинном представлении часто оказывается удобным ставить не в начале, а в конце числа.

- Поскольку любая алфавитная (буквенно-цифровая) информация может быть закодирована в двоичной форме, то подобным образом могут быть закодированы условия и решения задач ил любой области знаний. Если число таких задач конечно (хотя, может быть, и очень велико), то существуют максимальная длина m кода условий этих задач и максимальная длина n кода их решений. В таком случае решения всех данных задач (в двоичном коде) могут быть получены из их условий с помощью некоторой системы булевых функций $y_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_m)$ ($i = 1, \dots, n$). В свою очередь все эти функции могут быть выражены через элементарные булевы операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания.
- Существуют различные способы представления булевых величин (двоичных цифр) в виде тех или иных физических (обычно электрических) сигналов (высокое и низкое напряжение, импульсы тока разной полярности и т. п.).
- Выбрав форму представления (двоичных) сигналов, можно построить элементарные устройства, называемые обычно *логическими вентилями* (или *логическими элементами*), которые реализуют элементарные булевы операции. Иными словами, выходные
- сигналы этих устройств представляют собой элементарные булевы функции (результат выполнения элементарных булевых операций) от входных сигналов, как это показано на рис. 1.



- схемы, подсоединяя выходы одних элементов к входам других. Если при таких соединениях избегать возникновения замкнутых контуров (например, подсоединения выхода элемента на один из его собственных входов), то возникает класс схем, называемых обычно *комбинационными схемами*. Такие схемы находятся в однозначном соответствии с формулами булевой алгебры, так что с их помощью может быть выражена любая система булевых функций. Например, схема, изображенная на рис. 2, реализует систему булевых функций
- $u = x \wedge y \vee \neg z$ и $v = \neg(x \vee y \vee z)$.
- На практике построение комбинационных схем усложняется, поскольку сигналы при прохождении через вентили ослабляются, искажают свою первоначальную форму, запаздывают. Поэтому необходимо наряду с логическими элементами включать в схему различного рода *согласующие элементы* (усилители, формирователи сигналов и др.). Задача этих элементов—сделать схему работоспособной и надежной.



Процессоры

- *Процессором* называется устройство, способное выполнять некоторый заданный набор операций над данными в структурированной памяти и вырабатывать значение заданного набора логических условий над этими данными.
- Стандартная схема процессора состоит из двух устройств, называемых обычно *арифметико-логическим устройством (АЛУ)* и *устройством управления (УУ)*. В схему АЛУ включается структурированная память, состоящая, как правило, из регистров, к которым может добавляться один или несколько стеков. С помощью специальных комбинационных схем в структурированной памяти может осуществляться тот или иной набор преобразований.
- Как уже отмечалось выше, преобразования (операции), задаваемые комбинационными схемами, на сегодняшнем этапе развития микроэлектроники предпочитают делать достаточно простыми. Поэтому операции, выполняемые АЛУ за один такт синхронизирующего генератора, называются *микрооперациями*, а соответствующий их выполнению такт — *микротактом*. Выбор той или иной микрооперации осуществляется путем подачи кода этой микрооперации на специальный управляющий вход АЛУ.

Заключение

Булеву алгебру образуют все подмножества некоторого множества. То, что они образуют решетчатую структуру, очевидно. Нетрудно доказать и выполнение дистрибутивности. Нулевым элементом является пустое множество, а единичным — все основное множество. Для каждого подмножества существует дополнительный элемент — дополнение к множеству в теоретико-множественном смысле. Булевы алгебры находят применение главным образом в теории множеств, в математической логике, в теории вероятностей и в функциональном анализе.

Спасибо за внимание!