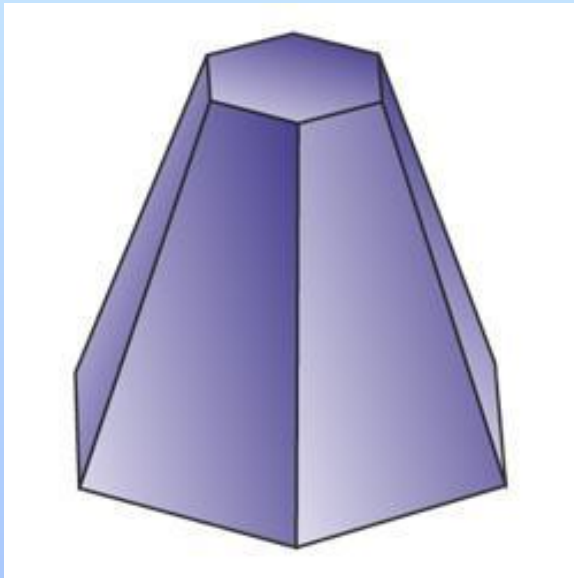


# Урок 1

## ■ Понятие пирамиды

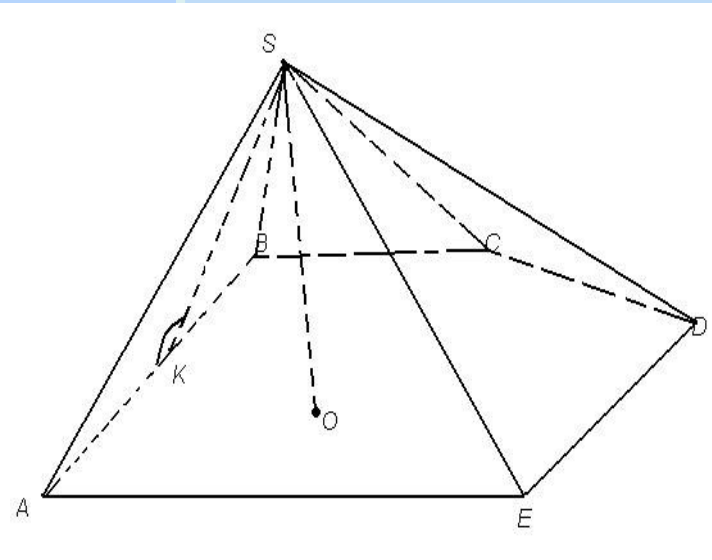


Слово «пирамида» в геометрию ввели греки, которые, как полагают, заимствовали его у египтян, создавших самые знаменитые

Другая теория вводит слово «пирамида» из греческого слова «пирос» (рожь) - считают, что греки выпекали хлебцы, имевшие форму пирамиды.

# Пирамида

называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника (основания пирамиды), точка, не лежащей в плоскости основания (вершины пирамиды), и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.



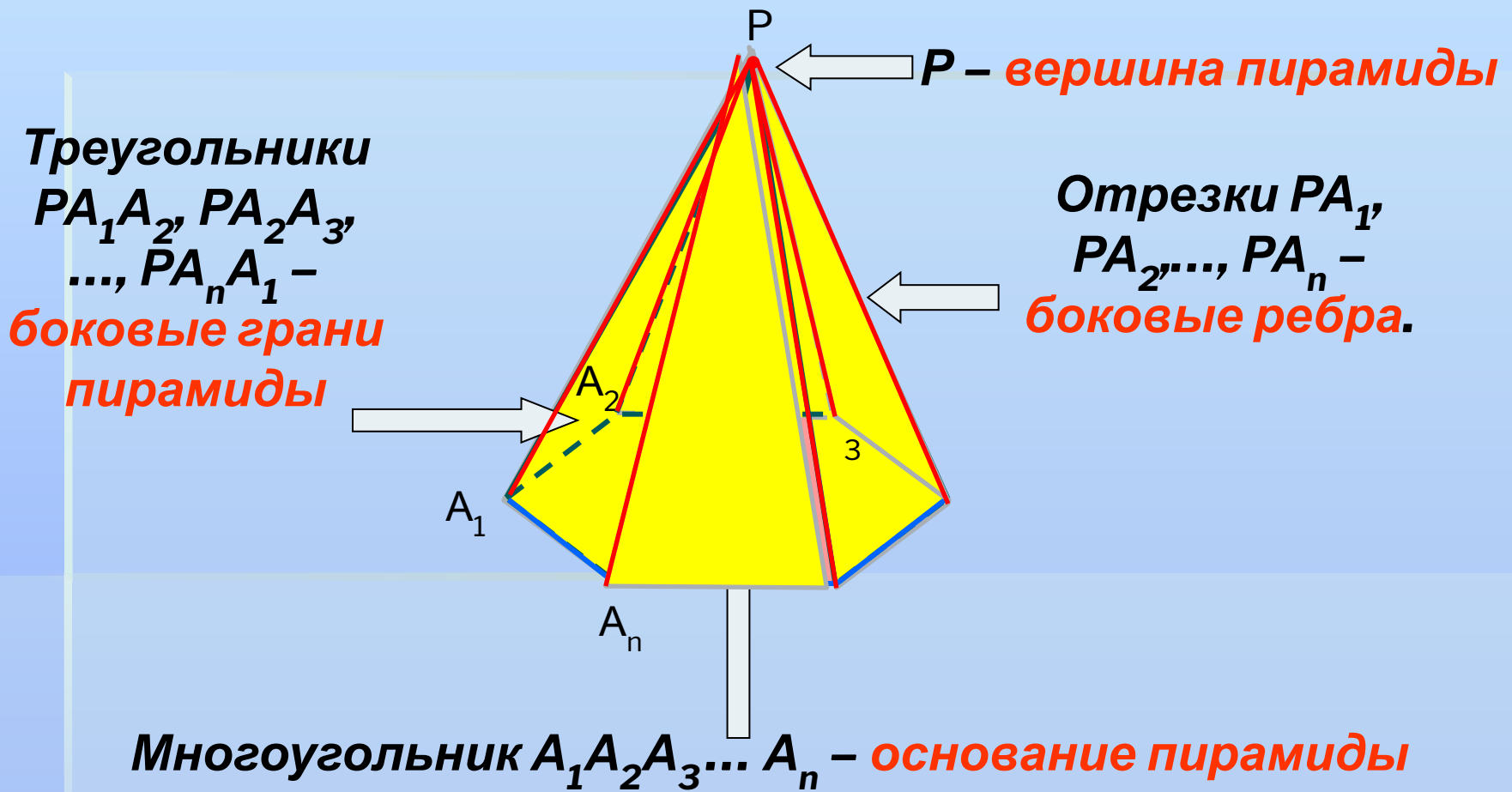
$SABCDE$  – пирамида,

$ABCDE$  – основание пирамиды,  $S$  – вершина пирамиды,

$SO$  – высота пирамиды ( $SO = H$ ,  $SO \perp (ABCDE)$ ),

$SK$  – высота боковой грани ( $SK \perp AB$ ,  $SK = h$ ).

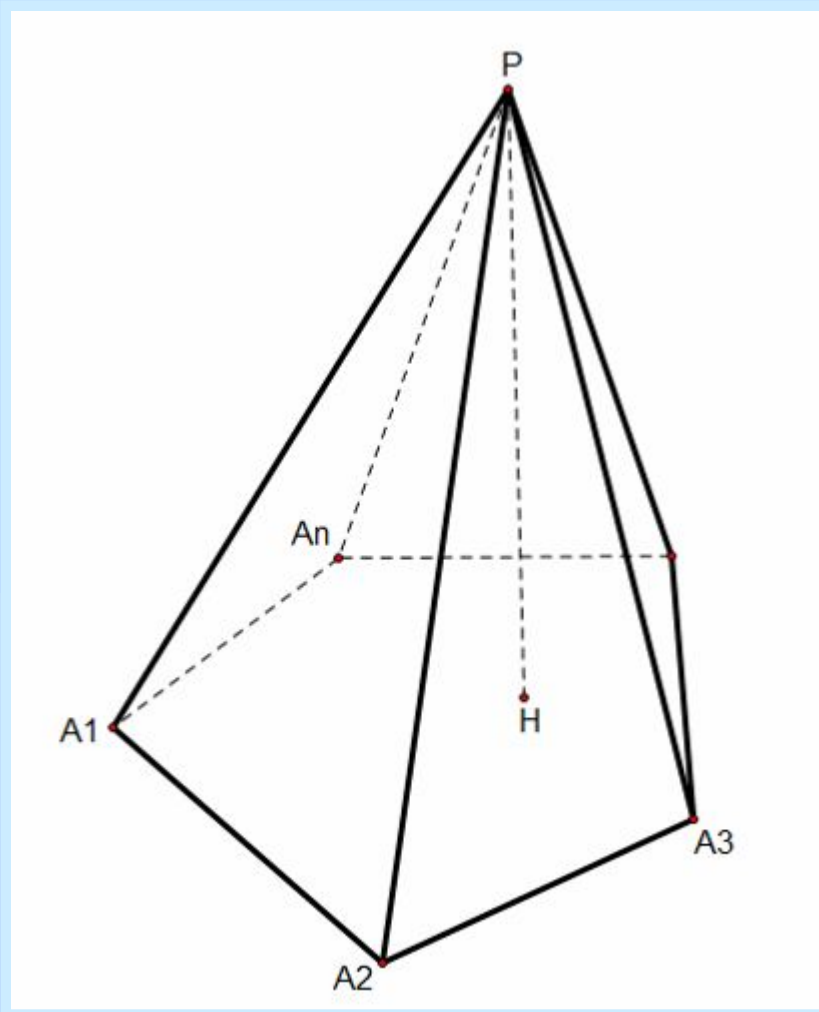
Многогранник, составленный из  $n$ -угольника  $A_1A_2A_3 \dots A_n$  и  $n$  треугольников  $PA_1A_2, PA_2A_3, \dots, PA_nA_1$  – называется пирамидой.



# Элементы пирамиды

<b>1. Высота пирамиды:</b>	<b>Перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.</b>	
<b>2. Боковые грани:</b>	<b>ASB, SBC, SDC, SDE, SAE.</b>	
<b>3. Боковые ребра:</b>	<b>SA, SB, SC, SD, SE.</b>	
<b>4. Боковая поверхность пирамиды равна сумме площадей боковых граней пирамиды.</b>	<b>5. Полная поверхность пирамиды равна сумме боковой поверхности пирамиды и площади основания пирамиды.</b>	<b>6. Объем пирамиды равен произведению одной третьей площади основания пирамиды на ее высоту.</b>
<b><math>S(\text{бок.}) = S(SAB) + S(SBC) + S(SCD) + S(SDE) + S(SEA)</math></b>	<b><math>S(\text{полн.}) = S(\text{бок.}) + S(\text{осн.})</math></b>	<b><math>V = 1/3 S(\text{осн.}) * H</math></b>

# Вопросы для обсуждения



- Сформулируйте определение пирамиды. Покажите на модели (чертеже) ее элементы.
- Сформулируйте определение высоты пирамиды.
- Сколько граней, перпендикулярных к плоскости основания, может иметь пирамида?
- Существует ли четырехугольная пирамида, у которой противоположные боковые грани перпендикулярны к основанию?
- Могут ли все грани треугольной пирамиды быть прямоугольными треугольниками?
- Что называется площадью боковой поверхности пирамиды, площадью полной поверхности пирамиды?

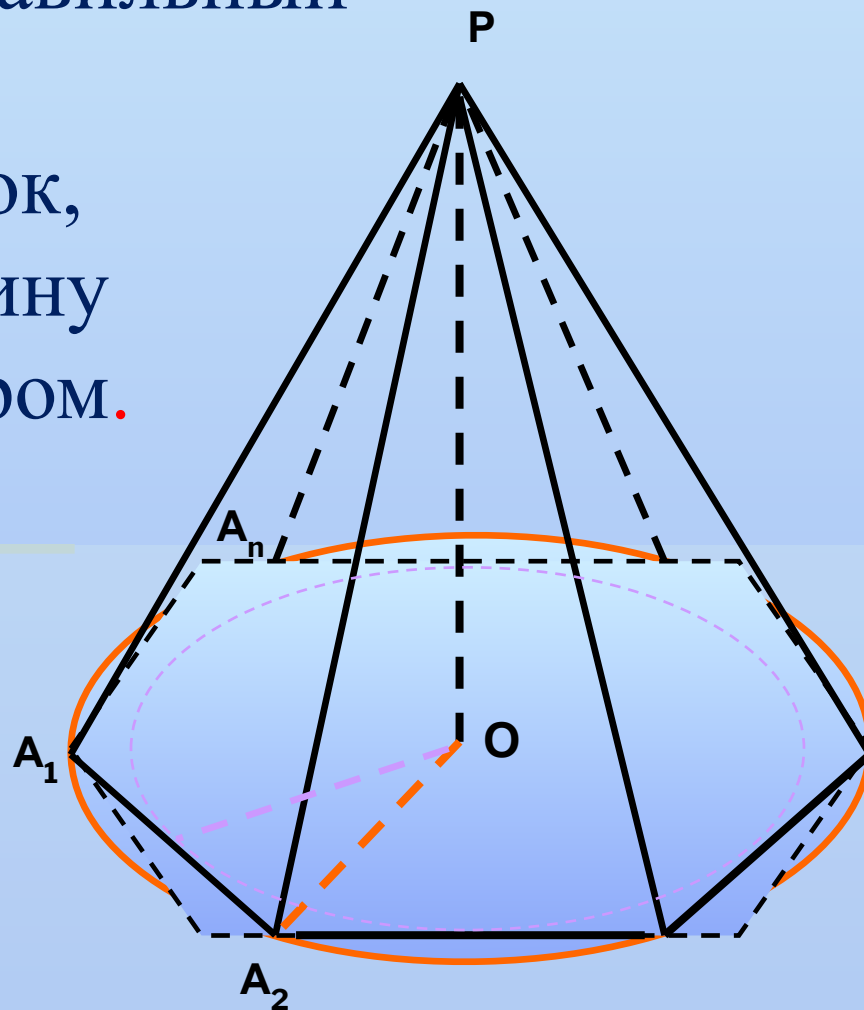
**Урок 2**

# **Правильная пирамида**

Пирамида – правильная, если

1) ее основание – правильный многоугольник;

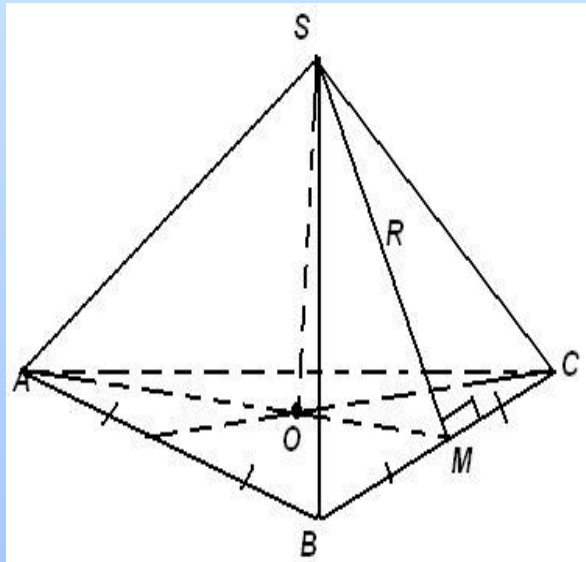
2) ее высота – отрезок, соединяющий вершину пирамиды с ее центром.



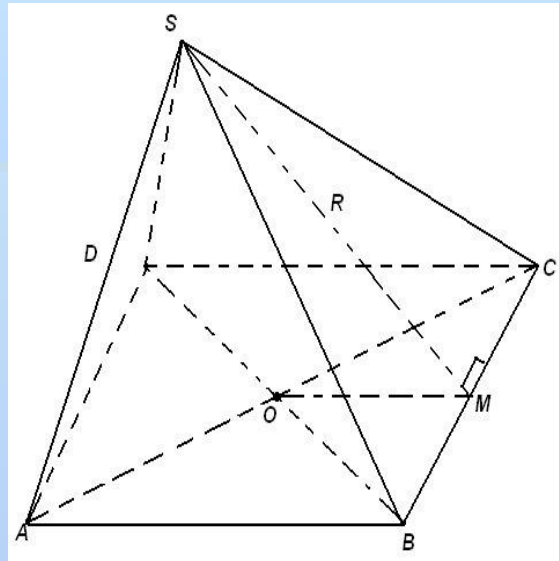


Некоторые  
виды  
правильных  
пирамид

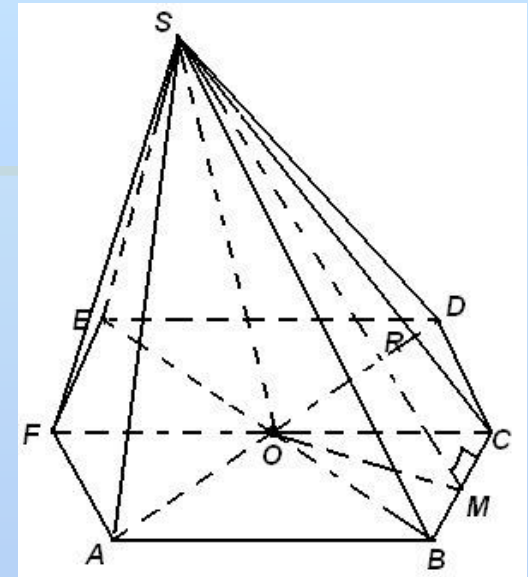
# Треугольная



# Четырехугольная



# Шестиугольная



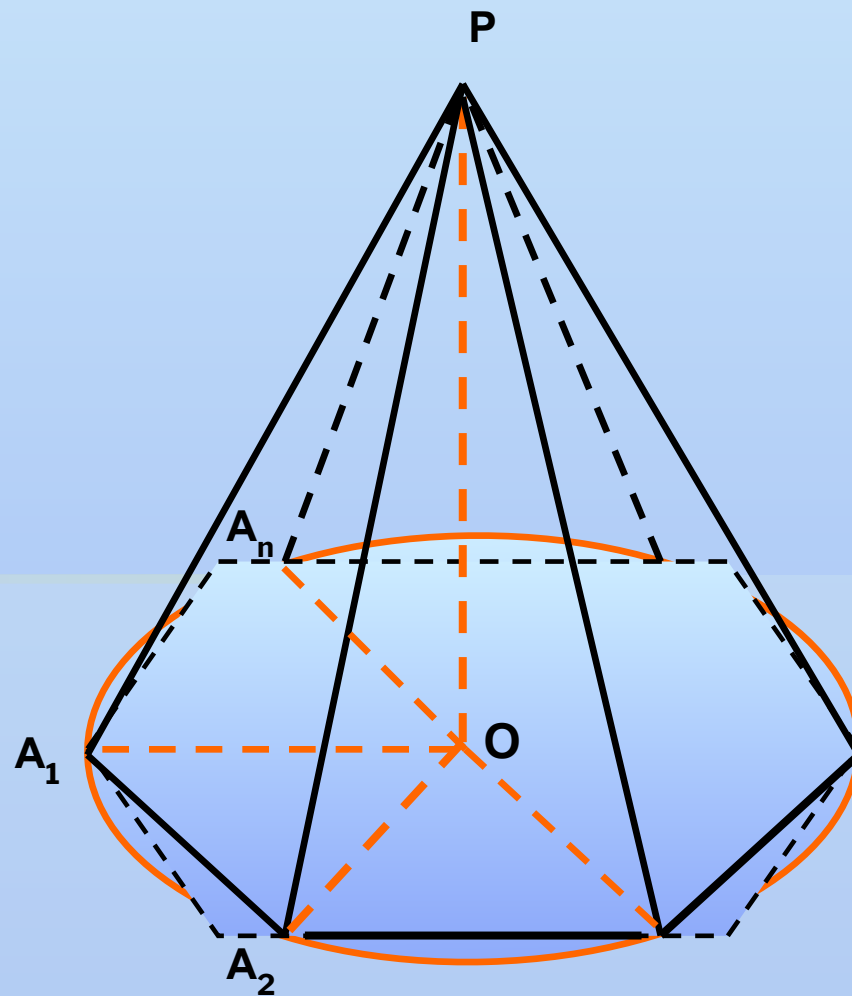
***ABC – правильный;  
O – точка пересечения  
медиан (высот и  
биссектрис), центр  
вписанной и описанной  
окружностей.***

***ABCD – квадрат;  
O – точка пересечения  
диагоналей.***

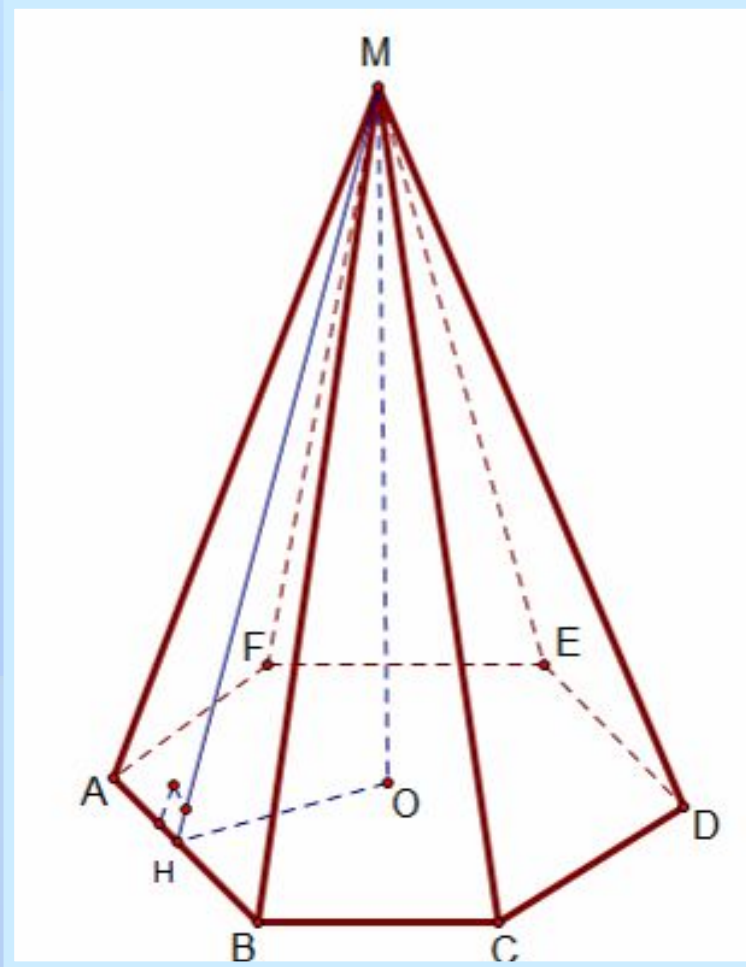
***ABCDEF – правильные  
шестиугольник;  
O – точка пересечения  
диагоналей AD, BE и FC.***

## В правильной пирамиде:

- ✓ боковые ребра равны;
- ✓ боковые грани – равные равнобедренные треугольники.



# Апофема.



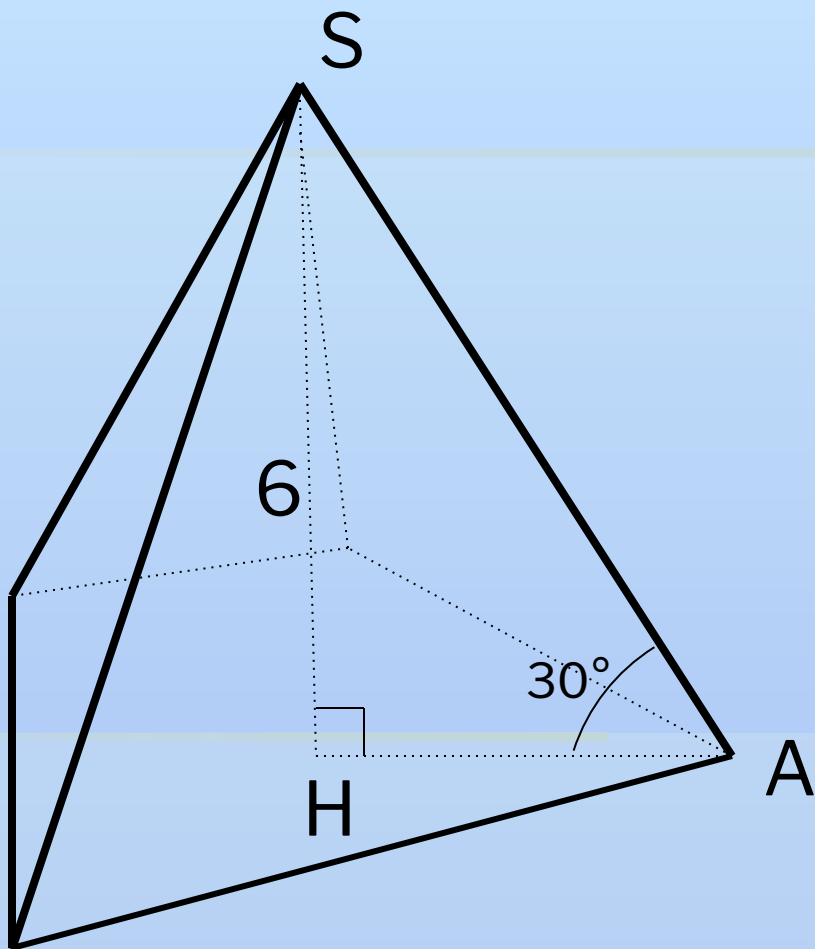
## **$MN$ – апофема**

Апофема – высота боковой грани  
правильной пирамиды,  
проведенная из ее вершины

## В правильной пирамиде:

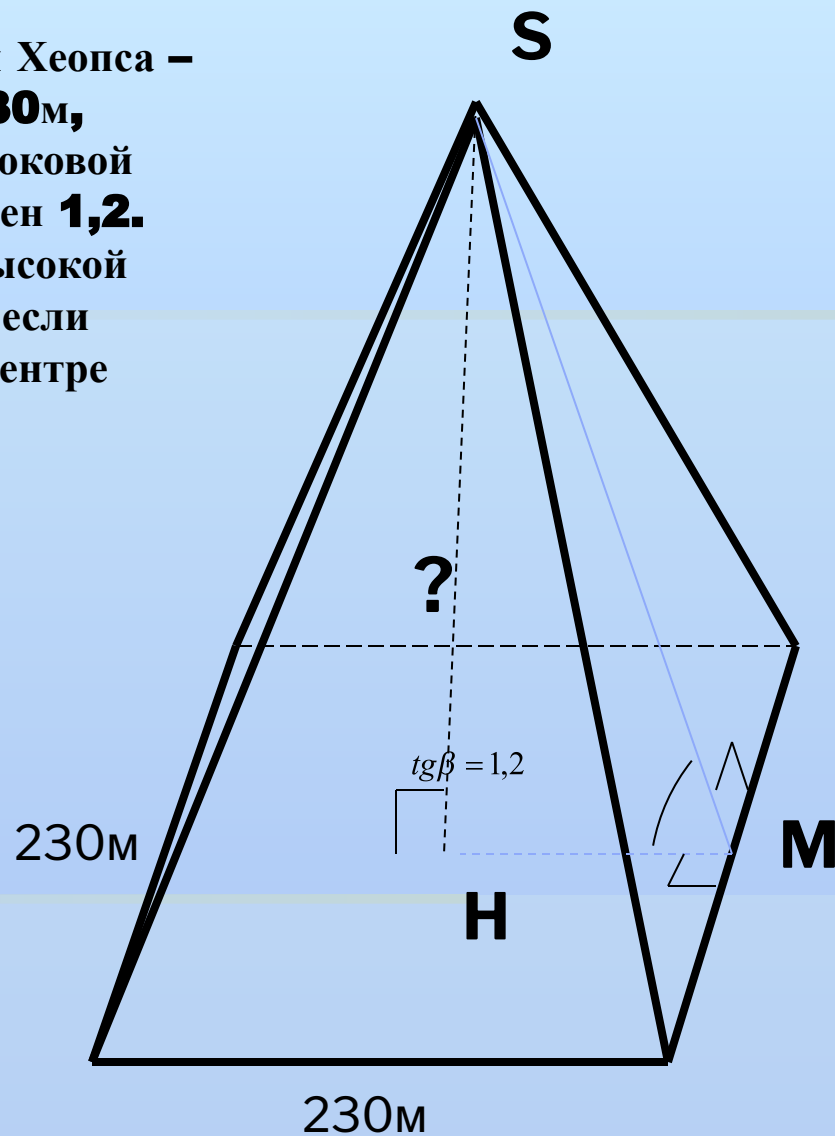
- 1. Боковые ребра образуют равные углы с плоскостью основания**
- 2. Боковые ребра образуют равные углы с высотой**
- 3. Боковые грани образуют равные углы с основанием**
- 4. Высота пирамиды образует равные углы с высотами боковых граней**
- 5. Апофемы равны**

Высота равна **6**, угол, образованный боковым ребром с плоскостью основания -  **$30^\circ$** . Найти ребро пирамиды **AS**.



В основании пирамиды Хеопса – квадрат со стороной **230м**, тангенс угла наклона боковой грани к основанию равен **1,2**. Найти высоту самой высокой египетской пирамиды, если основание ее лежит в центре

квадрата ■



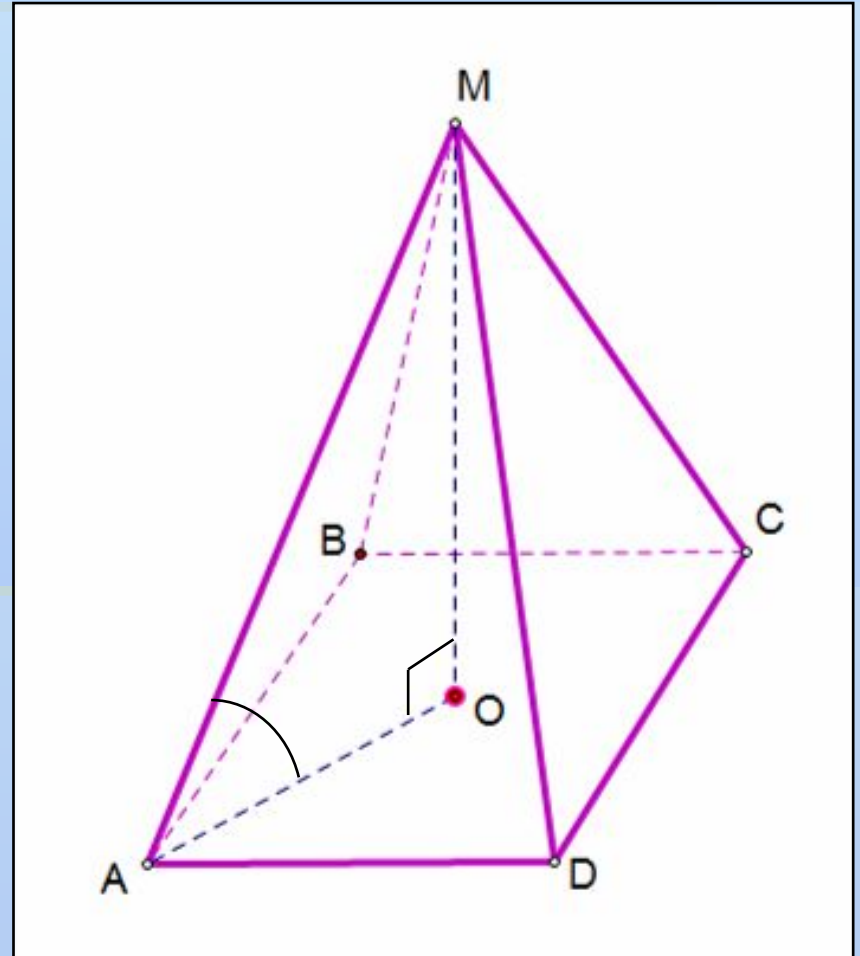
# Тест

- : Сколько граней, боковых ребер у  $n$ -угольной пирамиды?
- Какое наименьшее число граней может иметь пирамида?
- Высота пирамиды равна 3см. Чему равно расстояние от вершины пирамиды до плоскости основания?
- Боковые ребра треугольной пирамиды равны 7см, 12см, 5см. Одно из них перпендикулярно к плоскости основания. Чему равна высота пирамиды?



# Задача В правильной четырехугольной пирамиде построить:

- угол между боковым ребром и плоскостью основания; Дано:  $MABCD$  – правильная пирамида. Построить:  $(AM ; ABCD)$ .  
Построение:
- $MO \perp ABCD$ ;
- $AO$  – проекция  $AD$  на плоскость основания;
- $(AM ; ABCD) = \angle MAO$ .



# Задача В правильной четырехугольной пирамиде построить:

□ линейный угол двугранного угла при основании; Дано:  $MABCD$  – правильная пирамида. Построить:

□  $(SMD ; ABCD)$ . Построение:

□ Проведем апофему  $MH$ .

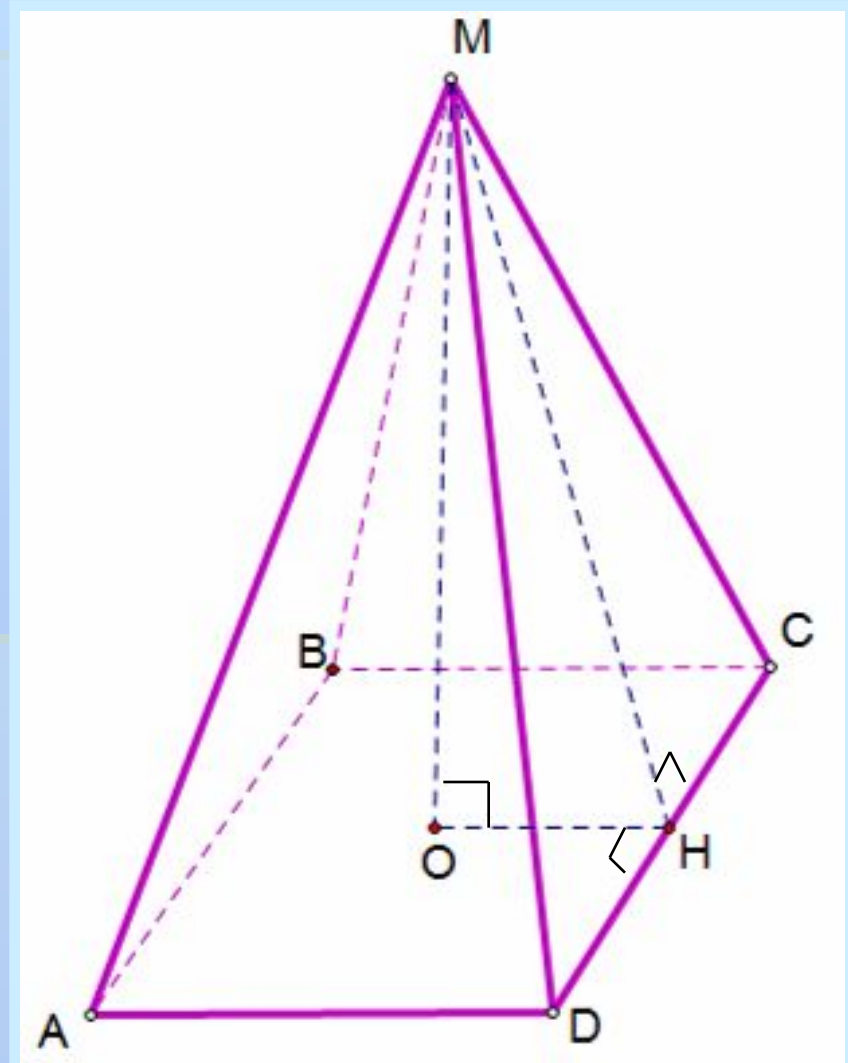
□  $MO \perp ABCD$ ;

□  $\underline{HO}$  – проекция  $MH$  на  $ABCD$ .

□ Следовательно,  $HO \perp CD$ .

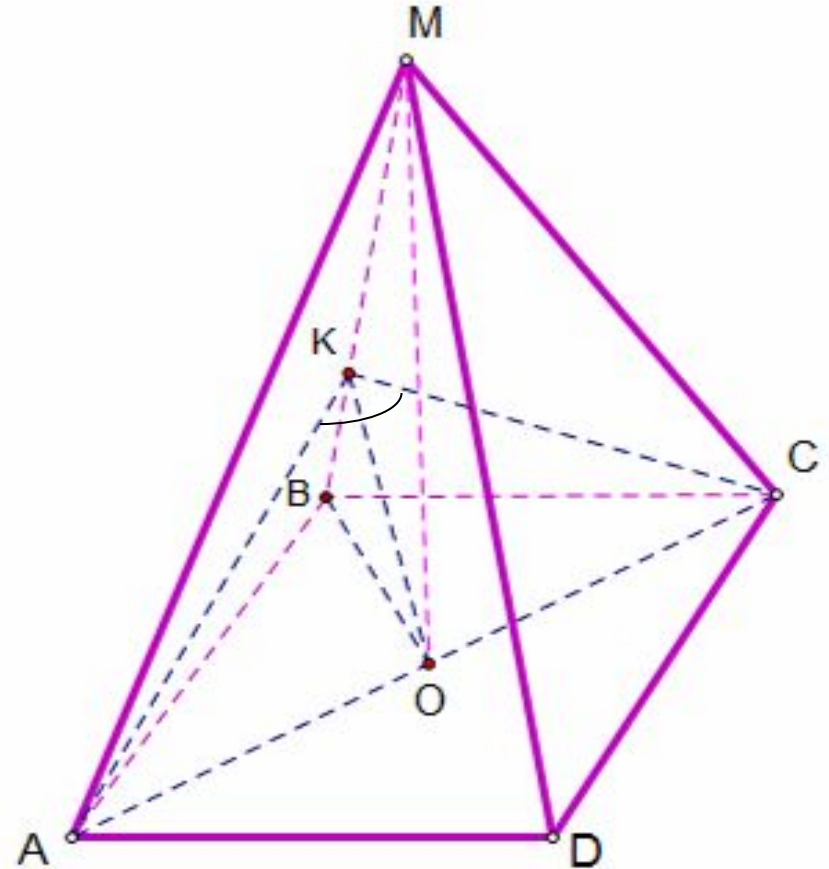
□  $(SMB ; ABCD) = \angle MHO$ .

$\wedge$   $\perp$

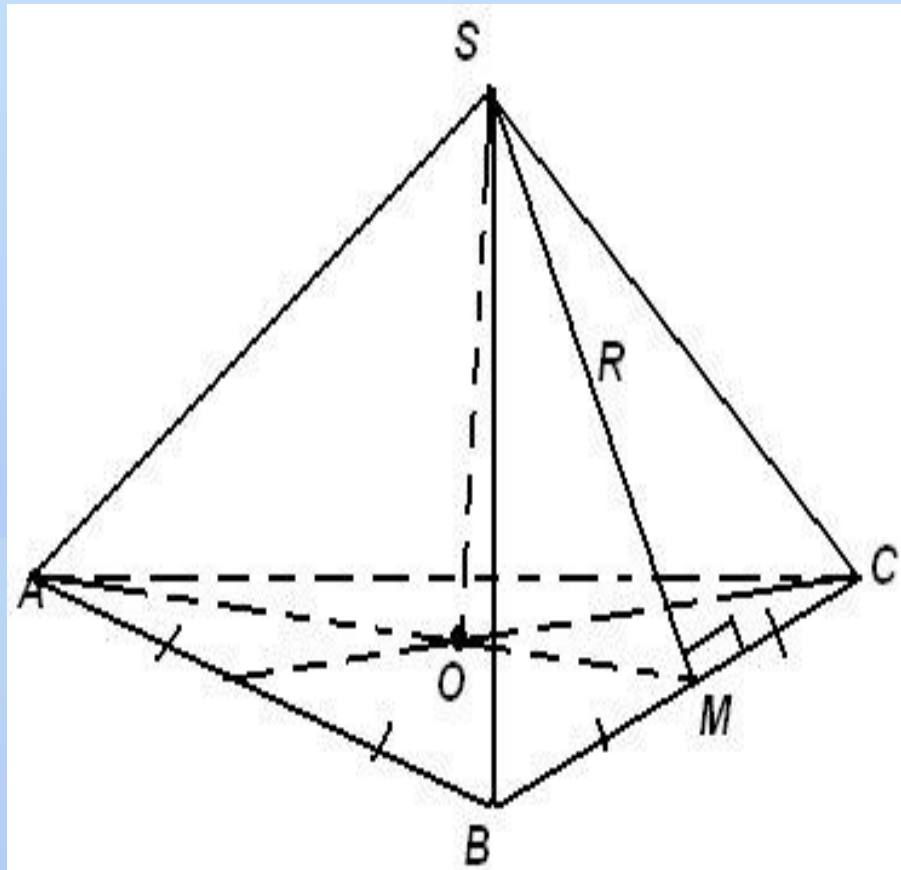


# Задача В правильной четырехугольной пирамиде построить:

- линейный угол двугранного угла между боковыми гранями.
- Дано:  $MABCD$  – правильная пирамида. Построить:
- $(ABM ; BMC)$ . Построение:
- 1)  $OK \perp MB$ ;
- 2)  $MO \perp AC$ ,  $MO \perp AC$ ;
- 3)  $MO \perp AKC$ ;
- 4)  $AK \perp MB$ ;  $CK \perp MB$ ;
- 5)  $\angle(ABM ; BMC) = \angle AKC$ .



# Задача № 255.



# Домашнее задание

- § 2 п.32,33,34
- № 256 (а, в, г)  $m=12$   $\alpha=120^\circ$