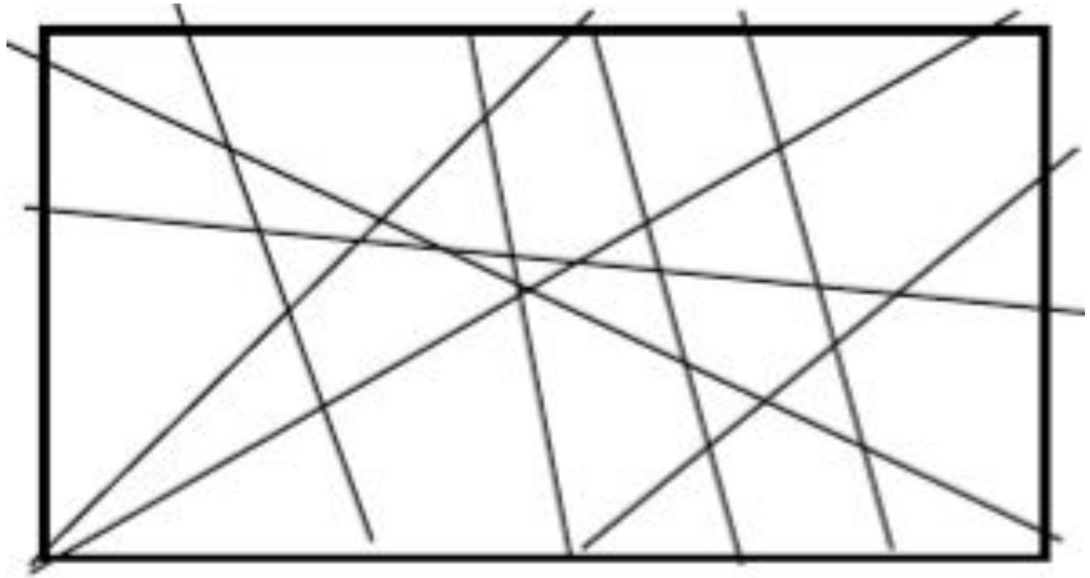
Проблема четырех красок

Ходунов Александр, 5И класс

1 задача

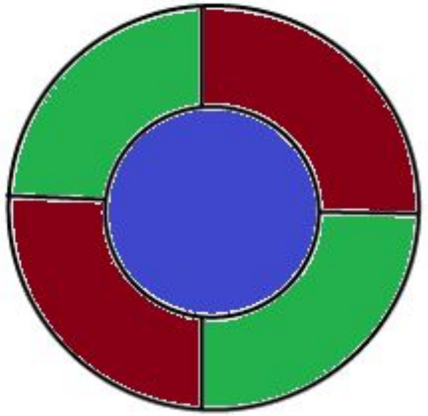
Плоскость разделена прямыми на несколько частей. Какое наименьшее количество цветов нужно для раскраски получившихся многоугольников так, чтобы многоугольники имеющие общую сторону были раскрашены в разные цвета?



Простые примеры

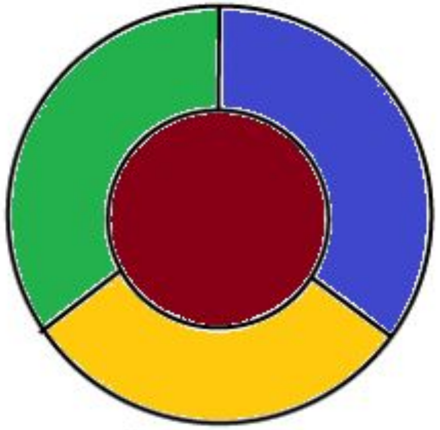
Какое минимальное количество красок нужно для раскрашивания этих фигур таким образом, чтобы любые две области, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета?

Фигура 1



Ответ: 3 краски

Фигура 2



Ответ: 4 краски

Гипотеза

Можно ли всякую расположенную на плоскости карту раскрасить 4 красками так, чтобы любые две области, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета?

Немного истории

Теорему о четырех красках открыл в 1852 году Френсис Гутри, составляя карту графств Англии. Он обратил внимание, что для того, чтобы покрасить все области в разные цвета так, чтобы не было одноцветных областей, имеющих общую сторону хватает четырёх красок и предположил, что любой многоугольник, разделенный на несколько поменьше, можно раскрасить четырьмя красками, соблюдая то же условие. После этого его брат Фредерик сообщил об этом известному математику Де Моргану, а тот — математической общественности. Более точная формулировка гипотезы была опубликована в 1878 году, но доказать её долгое время не удавалось. В течение этого времени было предпринято множество попыток не только доказательства, но и опровержения, и эта задача получила название проблемы четырёх красок.

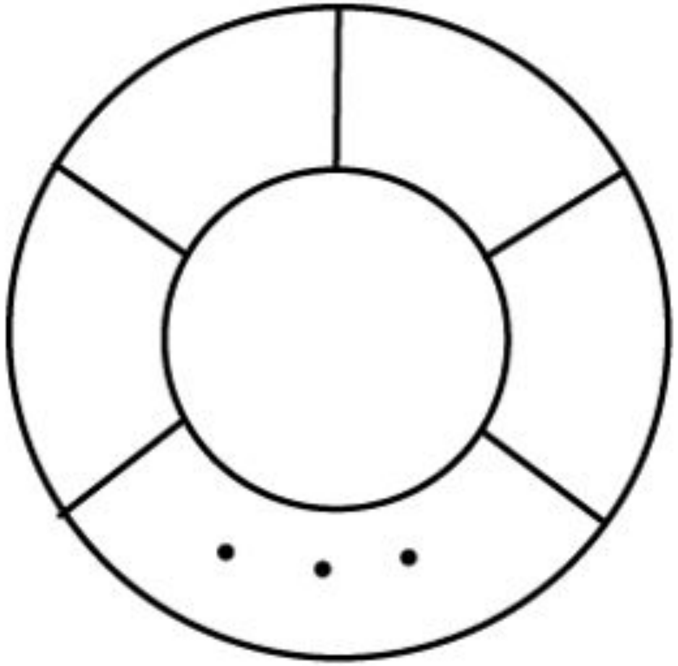
Чтобы немного проще было доказывать эту гипотезу, сначала в 1890 году английский математик Хивуд доказал, что любой граф можно раскрасить пятью красками с соблюдением указанных правил. Но теорему о четырех красках очень долго не могли доказать, и только а 1976 году К. Аппель и В. Хакен доказали эту теорему на компьютере. Однако они перебрали только 2000 типа таких графов, и **точного математического доказательства пока не существует.**

Задача-обобщение

Рассмотрим фигуру с неизвестным количеством «перегородок» - X.

Определите зависимость количества необходимых цветов при изменении количества перегородок.

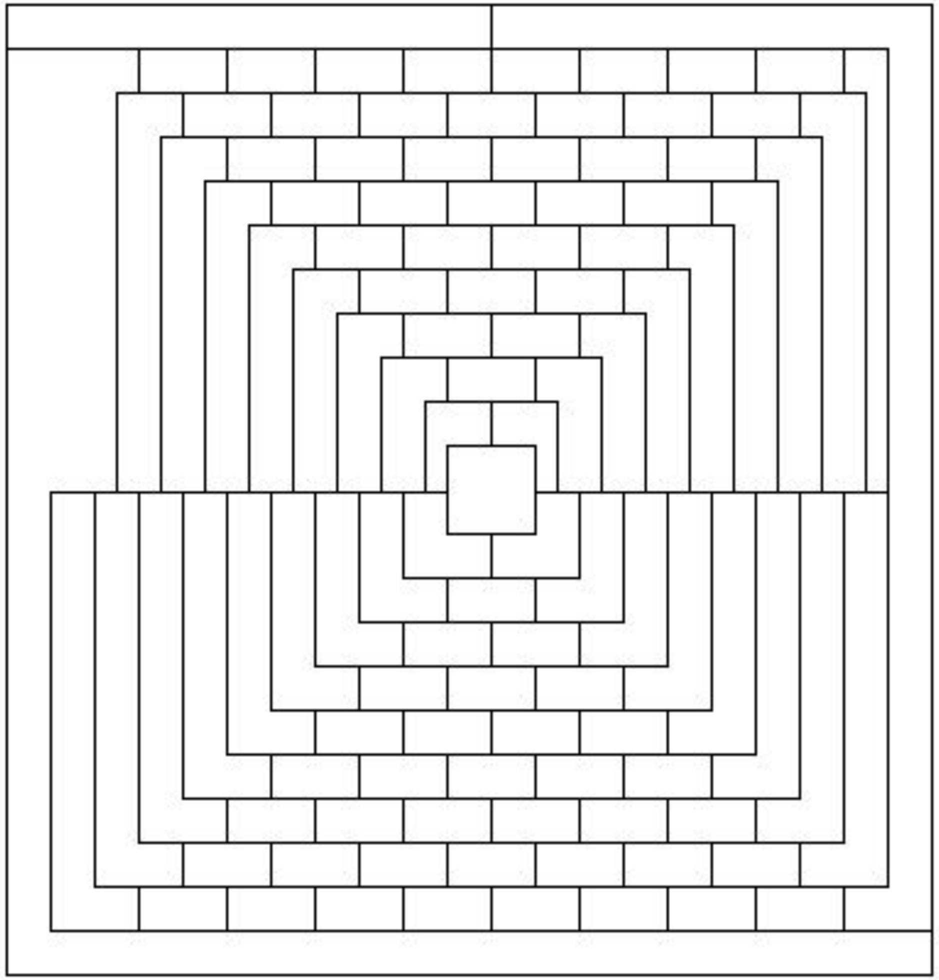
Должно соблюдаться условие, чтобы любые две области, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета?

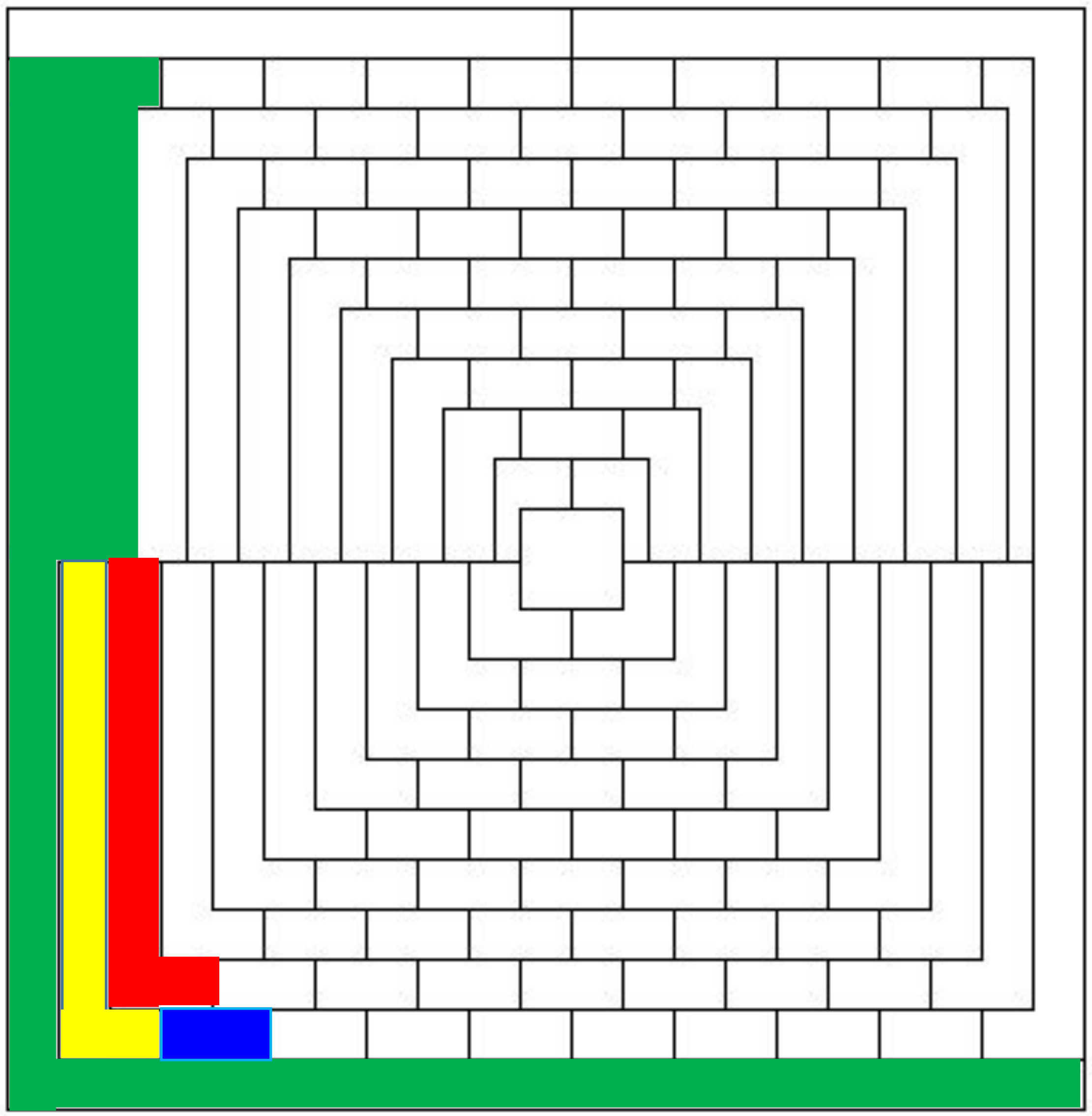


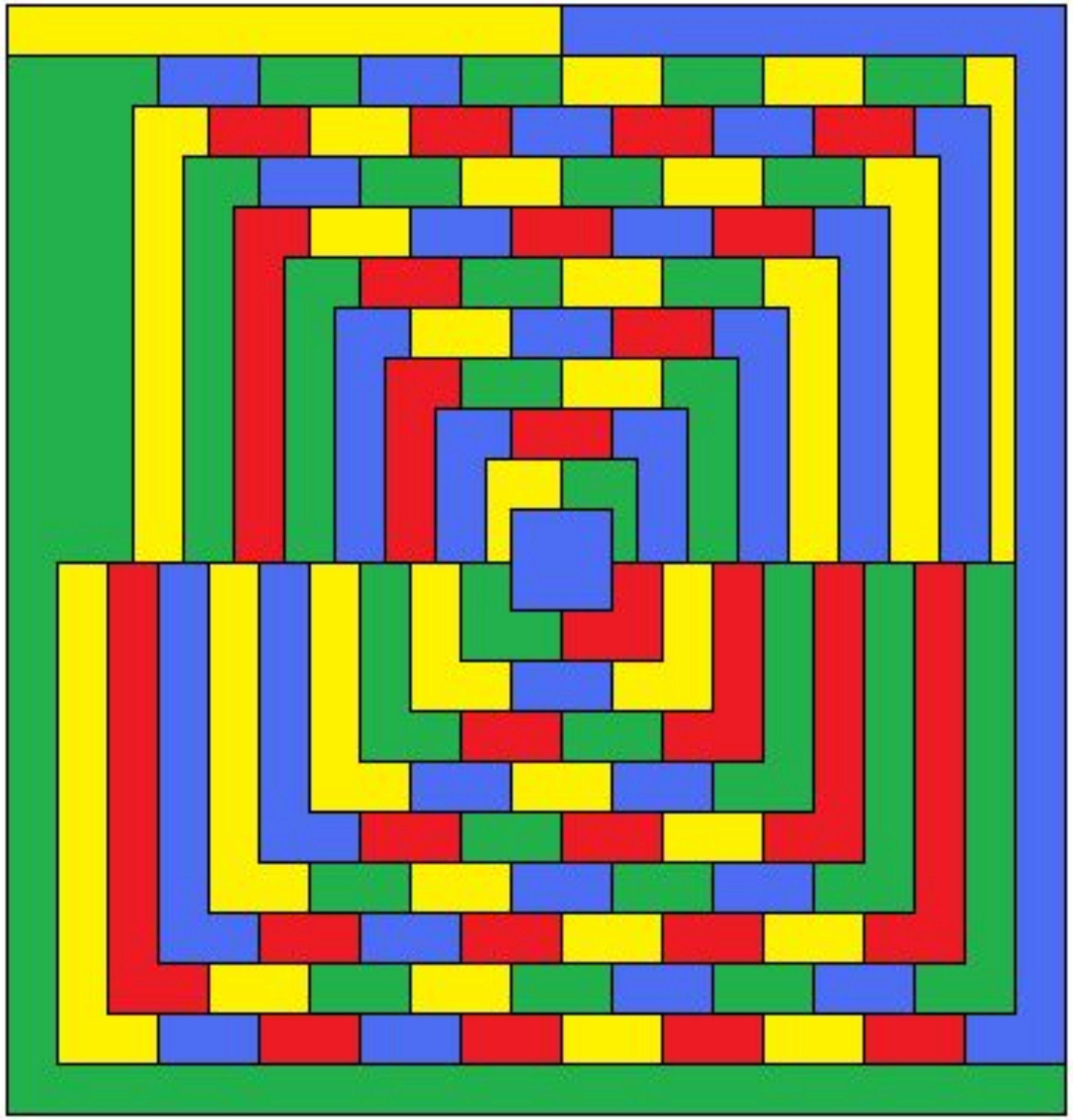
Ответ: если x нечетно, то 4, если x четно, то 3.

Задача с многоугольниками

Попробуйте раскрасить фигуру, используя наименьшее возможное количество цветов таким образом, чтобы любые две области, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета?

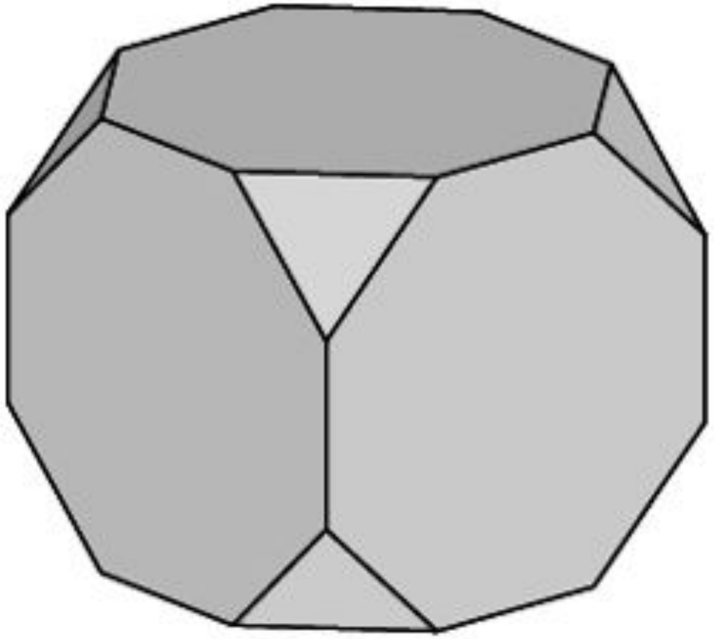






2 задача

То что вы использовали в предыдущих задачах, применимо и для объемных фигур. Например, сколько потребуется красок для раскраски куба с углами, превращенными в треугольные грани с соблюдением предыдущего условия? Докажите, что меньше красок использовать не получится.

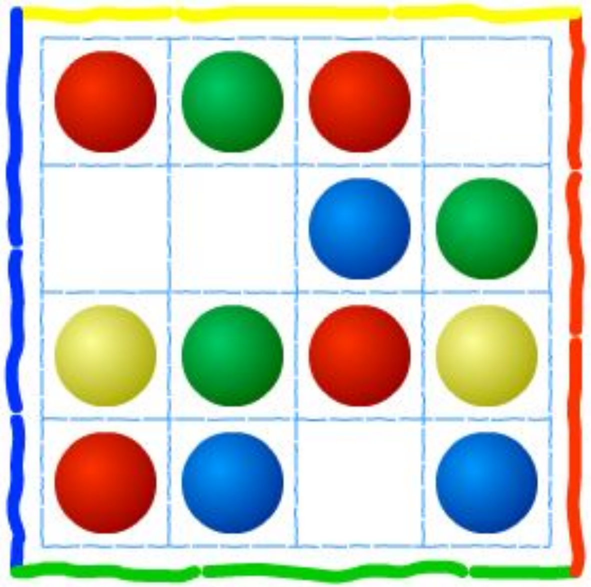


Игра «4 краски»

Игра "Четыре краски" придумана по мотивам этой теоремы.

- Игровое поле имеет размер 4х4 клетки. Стороны игрового поля окрашены в синий, зелёный, красный и жёлтый цвета.
- Игроки по очереди ставят фишки этих цветов в клетки доски. Выигрывает тот игрок, который делает последний ход.
- Нельзя ставить фишку к стороне доски того же цвета, как у этой фишки.
- Первый ход делается к стороне доски. Следующие ходы делаются так, чтобы выставляемая фишка имела хотя бы одну фишку-соседа по стороне или углу клетки.
- Так же игру можно модифицировать, и изменить размеры поля, окраску границ или добавить стенки внутри.

Пример законченной игры

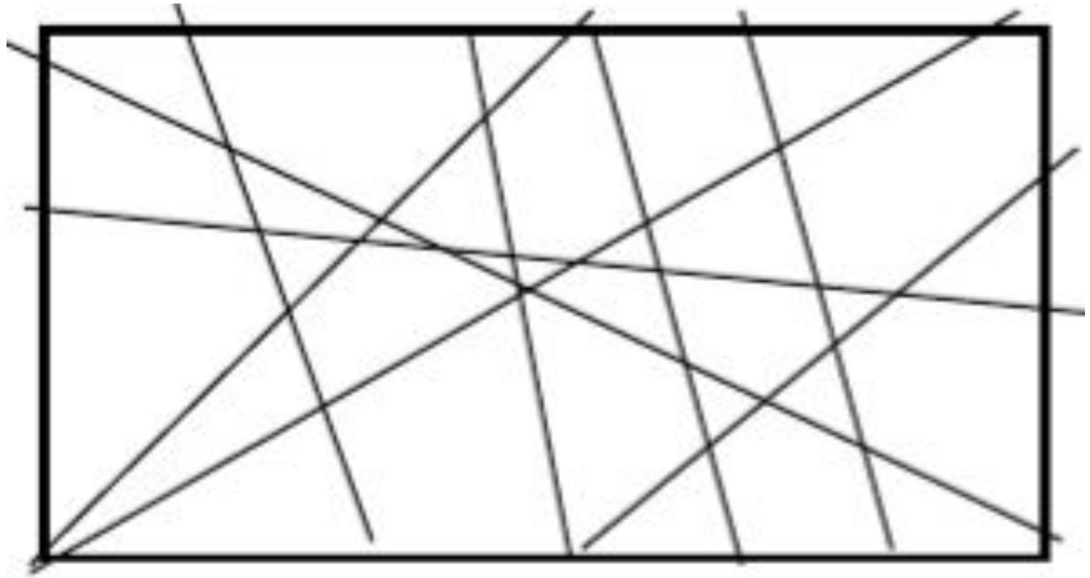


Спасибо за внимание!

Раздаточный материал

1 задача

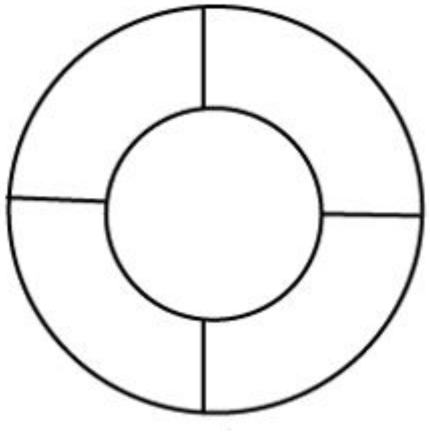
Плоскость разделена прямыми на несколько частей. Какое наименьшее количество цветов нужно для раскраски получившихся многоугольников так, чтобы многоугольники имеющие общую сторону были раскрашены в разные цвета?



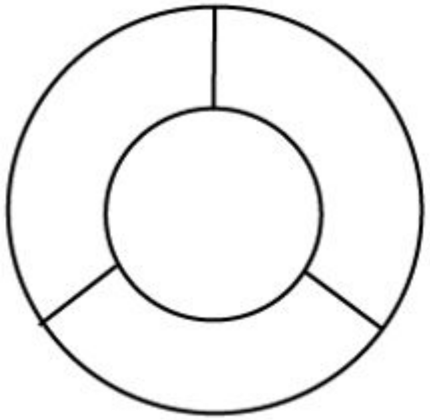
Простые примеры

Какое минимальное количество красок нужно для раскрашивания этих фигур таким образом, чтобы любые две области, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета?

Фигура 1



Фигура 2

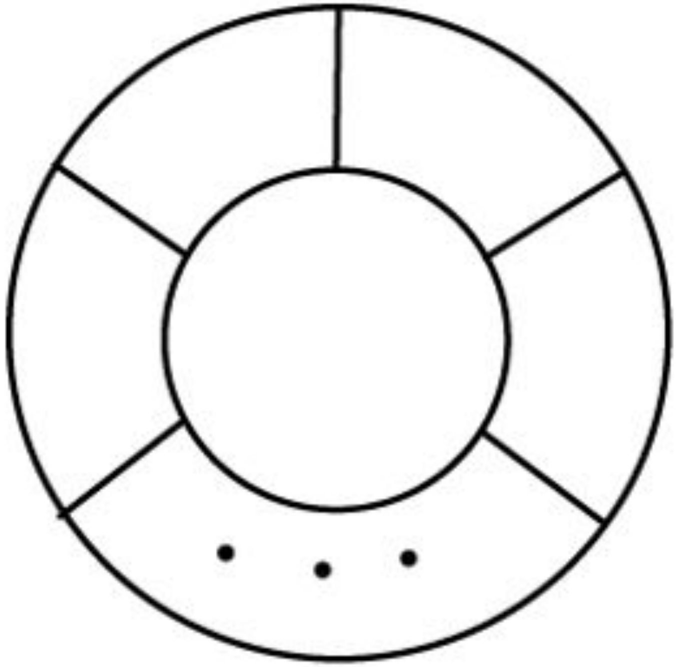


Задача-обобщение

Рассмотрим фигуру с неизвестным количеством «перегородок» - X.

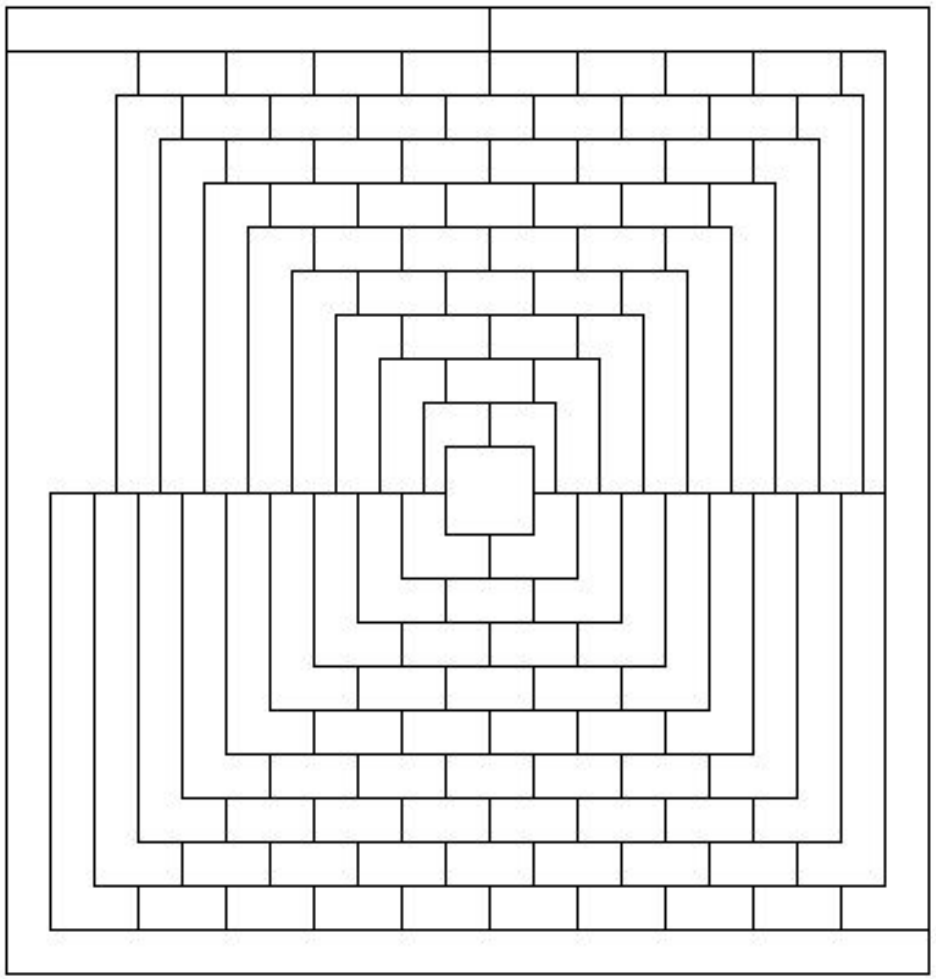
Определите зависимость количества необходимых цветов при изменении количества перегородок.

Должно соблюдаться условие, чтобы любые две области, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета?



Задача с многоугольниками

Попробуйте раскрасить фигуру, используя наименьшее возможное количество цветов таким образом, чтобы любые две области, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета?



2 задача

То что вы использовали в предыдущих задачах, применимо и для объемных фигур. Например, сколько потребуется красок для раскраски куба с углами, превращенными в треугольные грани с соблюдением предыдущего условия? Докажите, что меньше красок использовать не получится.