




# ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ОТНОШЕНИЯ

Выполнила: Крупская Карина

Студентка 1 курса 13 группы

# Отношение $R$ на множестве $A^2$ называется **отношением** **эквивалентности.**


- Примерами являются:
- Отношение «быть на одном курсе» на множестве студентов факультета;
- Отношение «иметь одинаковый остаток при делении на 3» на множестве натуральных чисел;
- Отношение параллельности на множестве прямых плоскости;
- Отношение подобия на множестве треугольников




□ Классом эквивалентности  $C(a)$  элемента  $a$  называется подмножество элементов, эквивалентных  $a$ .



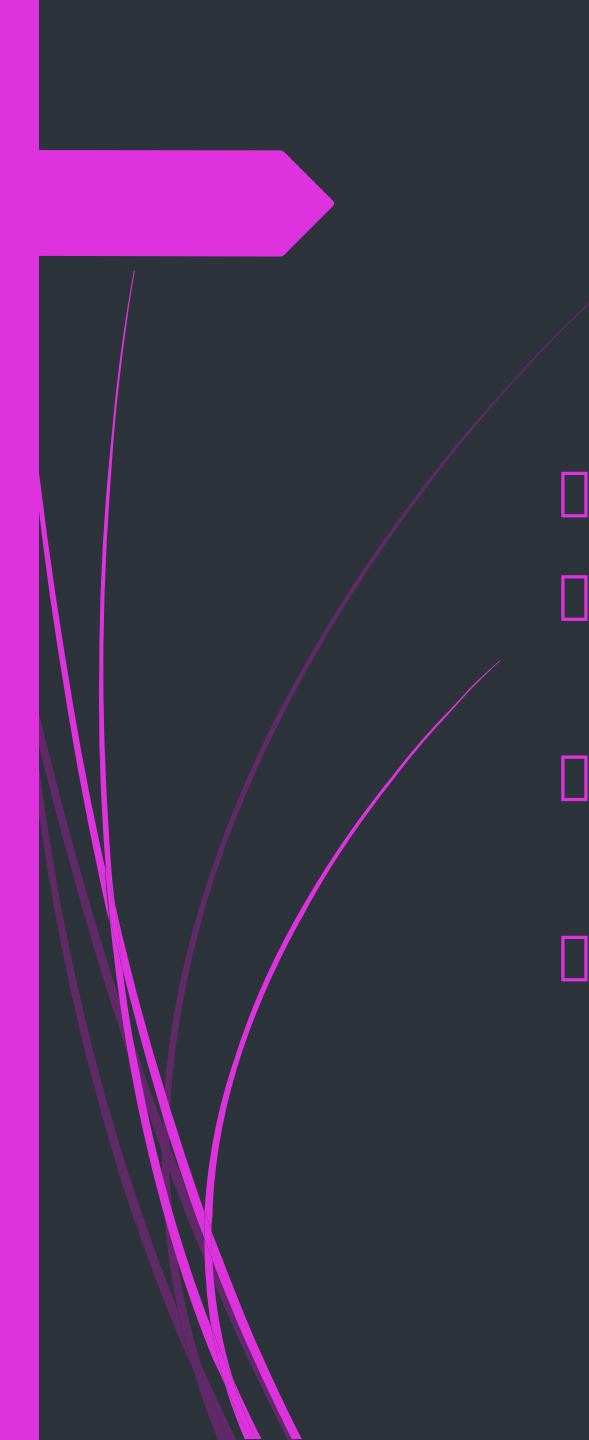
$b \in C(a)$  , то  $C(a) \in C(b)$



□ Для класса эквивалентности элемента  $a$  используются следующие обозначения:  $[a]$ ,  $a / \approx$ ,  $\bar{a}$



□ Фактормножество — множество всех классов эквивалентности заданного множества  $X$  по заданному отношению  $\approx$ , обозначается  $X/\approx$ . Множество классов эквивалентности по отношению  $\approx$  является разбиением множества.

- 
- Примерами разбиений являются:
  - Разбиение многоугольников на группы по числу вершин.
  - Разбиение треугольников по свойствам углов (остроугольные, прямоугольные, тупоугольные).
  - Разбиение учащихся школы по классам.

# Теорема


- Если на множестве  $M$  задано отношение эквивалентности  $\approx$ , то оно порождает разбиение этого множества на классы эквивалентности такое, что:
- любые два элемента одного класса находятся в отношении  $\approx$
- любые два элемента разных классов не находятся в отношении  $\approx$




# Свойства эквивалентности




- 1)  $(x, x) \in R$  для всех  $x \in A$  (рефлексивность)
- Рефлексивное – это когда выполняется «А <отношение> А».
- «Я выше сам себя» – не подходит, отношение «Выше» не рефлексивно.
- «Я одного пола с собою» – подходит, отношение «одного пола» рефлексивно

- 
- 2) Если то  $(y, x) \in R$  ( симметричность)
  - Симметричное – это когда выполняется:
  - «Если  $A < \text{отношение} > B$ , то  $B < \text{отношение} > A$ »
  - «Если я выше тебя, то ты выше меня» – не подходит, не симметрично
  - «Если я одного пола с другим человеком, то он одного пола со мною» – подходит, симметрично.

- 
- 3) Если  $(x, y) \in R$  и  $(y, z) \in R$ , то  $(x, z) \in R$  (транзитивность)
  - Транзитивное – это когда выполняется:
  - «Если  $A$  <отношение>  $B$  и  $B$  <отношение>  $C$ , то  $A$  <отношение>  $C$ »
  - «Если  $A$  выше  $B$ , а  $B$  выше  $C$  – то  $A$  выше  $C$ » – подходит, транзитивно.
  - «Если я одного пола с  $B$ , а  $B$  одного пола с  $C$ , то я одного пола с  $C$ » – подходит, транзитивно.

A decorative graphic on the left side of the slide. It features a solid pink arrow pointing to the right at the top. Below it, several thin, curved pink lines of varying lengths and colors (from light to dark pink) sweep downwards and to the right, creating a dynamic, abstract shape.

Обычно отношение эквивалентности  
обозначают знаком « $\equiv$ » или « $\approx$ »



Условия эквивалентности в таких обозначениях выглядят более естественно:

- 1.  $x \approx x$  для всех  $x \in A$   
(рефлексивность)
- 2. Если  $x \approx y$ , то  $y \approx x$   
(симметричность)
- 3. Если  $x \approx y$  и  $x \approx z$ , то  $x \approx z$   
(транзитивность)



Спасибо за внимание