

Сентяков В.А., учитель математики, ГБОУ «143»

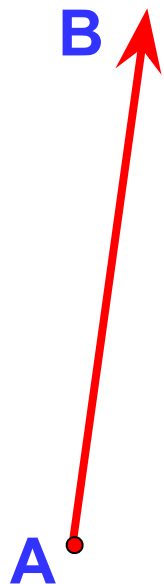
Векторы

Л.С Атанасян “Геометрия 7-9”

История

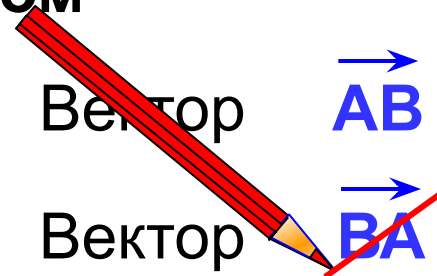
- В 19 веке параллельно с теорией систем линейных уравнений развивалась теория векторов. Направленные отрезки использовал **Жан Робер АРГАН (Argand, 1768-1822, швейцарский математик)**, ввел термин «модуль комплексного числа» (1814-1815) в работе «Опыт некоторого представления мнимых величин...», опубликованной в 1806 году. Эти отрезки Арган обозначал символами $\vec{a}, \vec{v}$.
- Одним из основателей теории векторов считается **Август Фердинанд Мебиус (1790-1868, немецкий математик)**, он обозначал отрезок с началом в точке A и концом в точке B символом $\overrightarrow{AB}$.
- Термин «вектор» ввел **Вильям Роуэн Гамильтон** (1805-1865, директор астрономической обсерватории Дублинского университета и президент Ирландской Академии наук) приблизительно в 1845 году. Он же определил скалярное и векторное произведения векторов в 1853 году. Символ $[a, v]$ для обозначения векторного произведения ввел немецкий математик и физик **Герман Грасман (1809-1877)**.
- В 1903 году **О.Хенричи** предложил обозначать скалярное произведение символом $(\vec{a}, \vec{v})$.

Отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая — концом, называется **направленным отрезком или вектором**

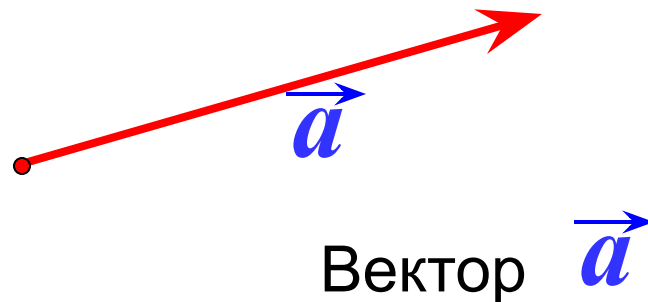


**Конец
вектора**

**Начало
вектора**



Длиной или модулем вектора называется длина отрезка AB $|\vec{AB}| = AB$



Любая точка плоскости также является вектором.
В этом случае вектор называется **нулевым**



Вектор $\overrightarrow{MM}$

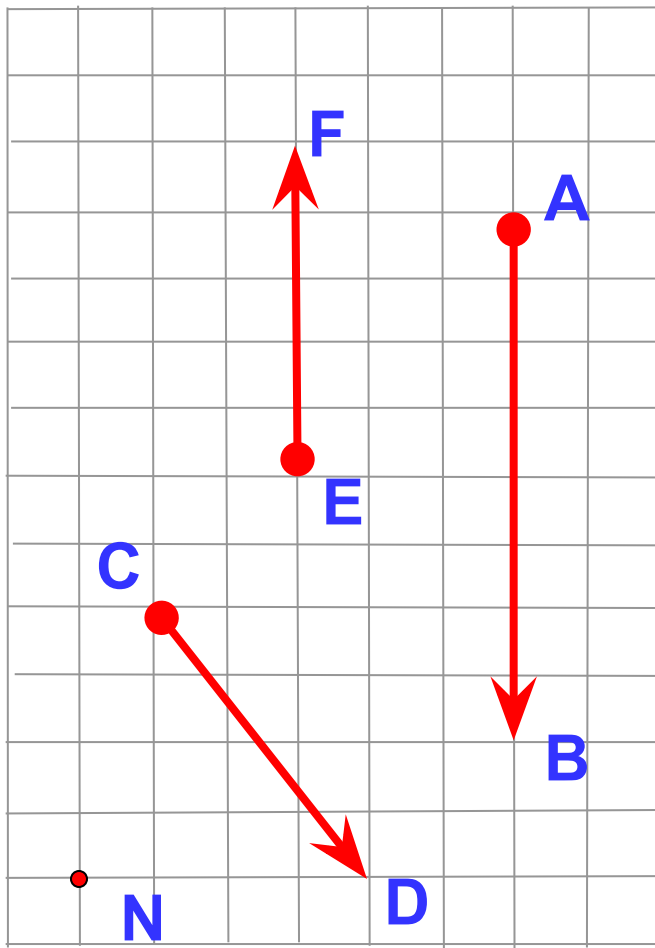
Вектор $\vec{0}$

Начало нулевого вектора совпадает с его концом, поэтому нулевой вектор не имеет какого-либо определенного направления. Иначе говоря, любое направление можно считать направлением нулевого вектора.

Длина нулевого считается равной нулю

$$|\overrightarrow{MM}| = 0$$

Назовите векторы, изображенные на рисунке.
Укажите начало и конец векторов.



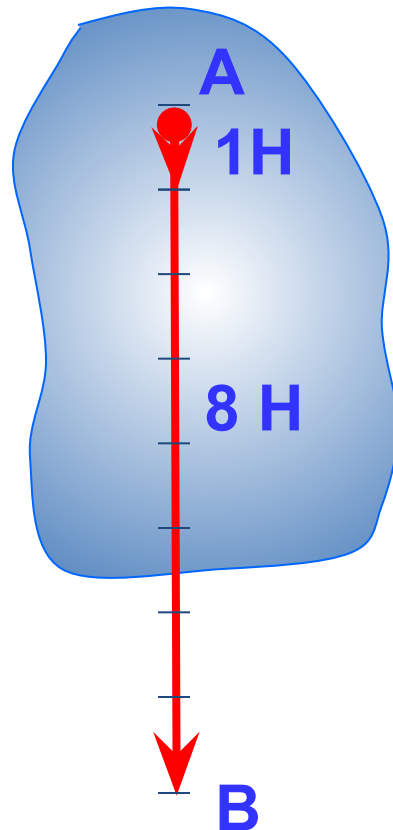
Вектор $\vec{EF}$

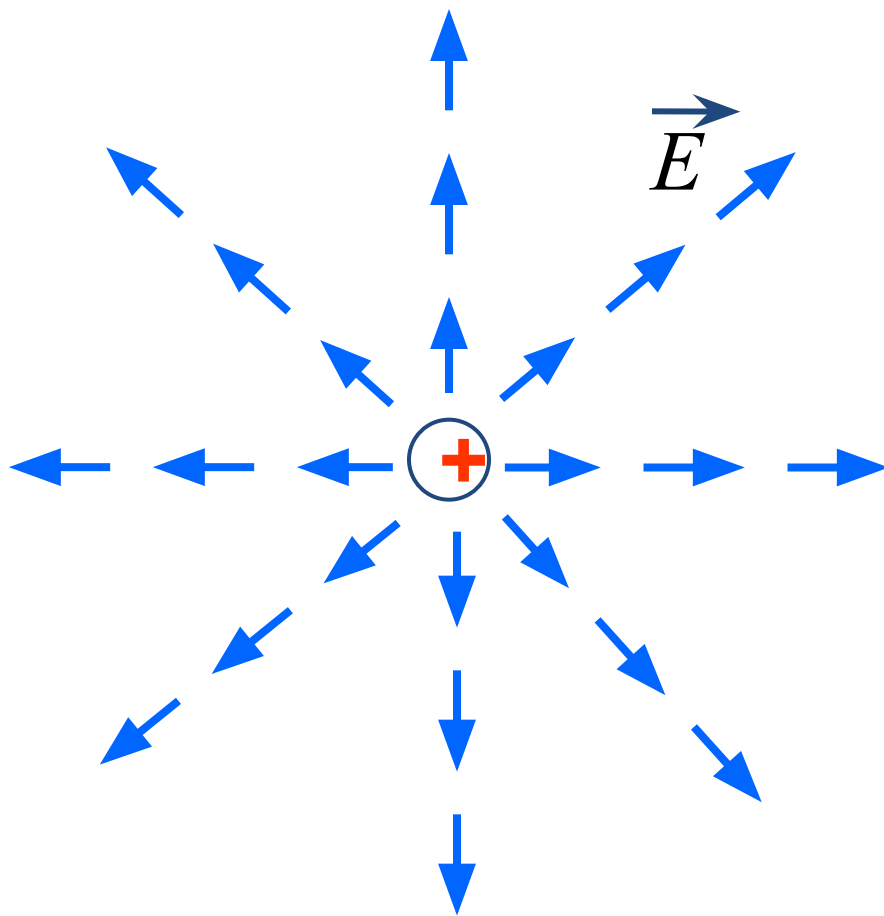
Вектор $\vec{AB}$

Вектор $\vec{CD}$

Вектор $\vec{NN}$ или $\vec{0}$

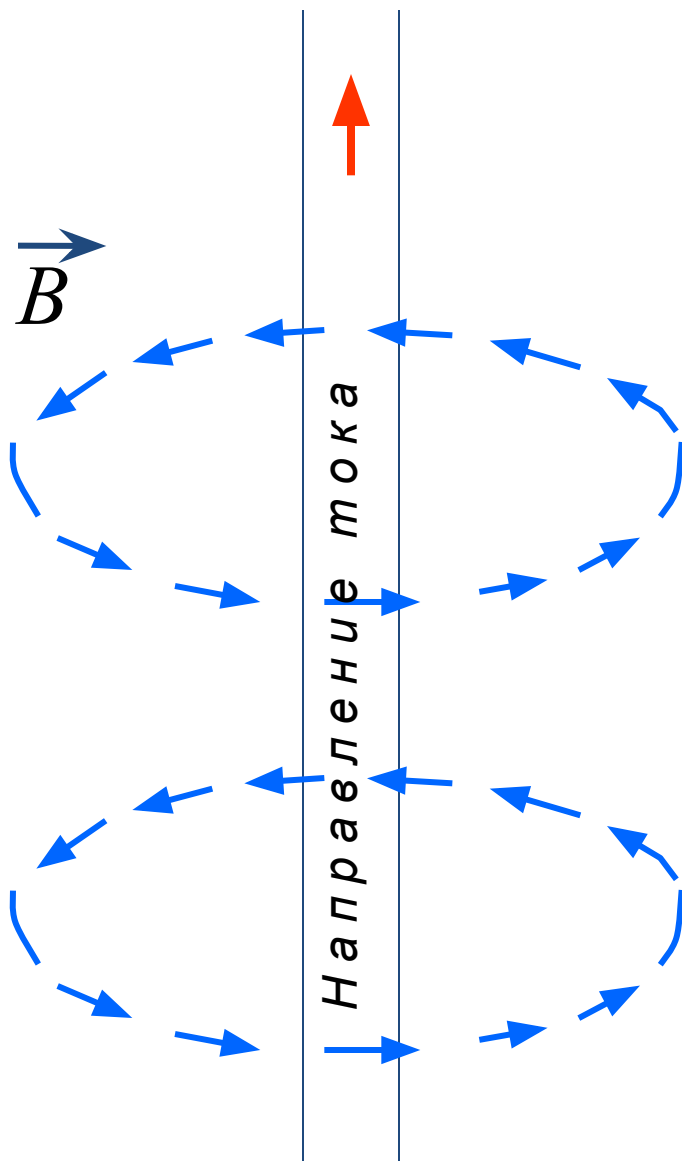
Многие физические величины, например **сила, перемещение материальной точки, скорость**, характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве. Такие физические величины называются **векторными величинами** (или коротко **векторами**)





Электрическое поле, создаваемое в пространстве зарядами, характеризуется в каждой точке пространства вектором напряженности электрического поля.

На рисунке изображены векторы напряженности электрического поля положительного точечного заряда.

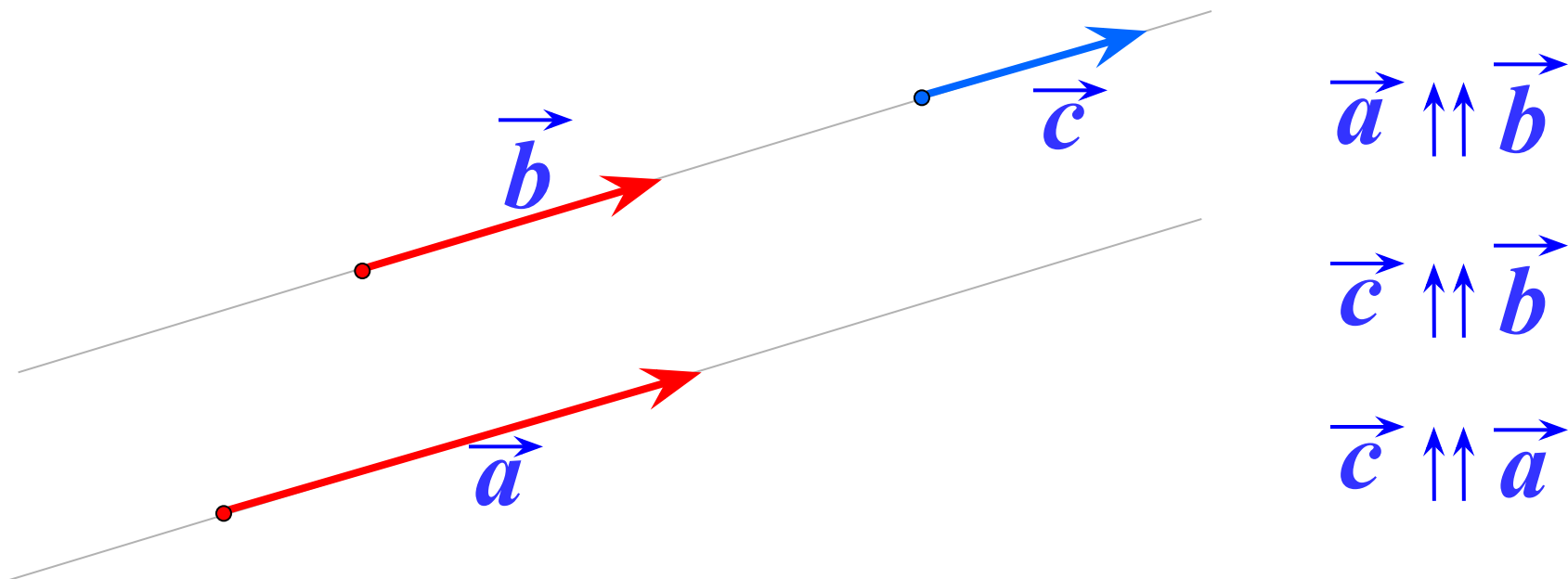


Электрический ток, т.е. направленное движение зарядов, создает в пространстве магнитное поле, которое характеризуется в каждой точке пространства вектором магнитной индукции.

На рисунке изображены векторы магнитной индукции магнитного поля прямого проводника с током.

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарные, сонаправленные векторы



Нулевой вектор считается коллинеарным, сонаправленным с любым вектором.

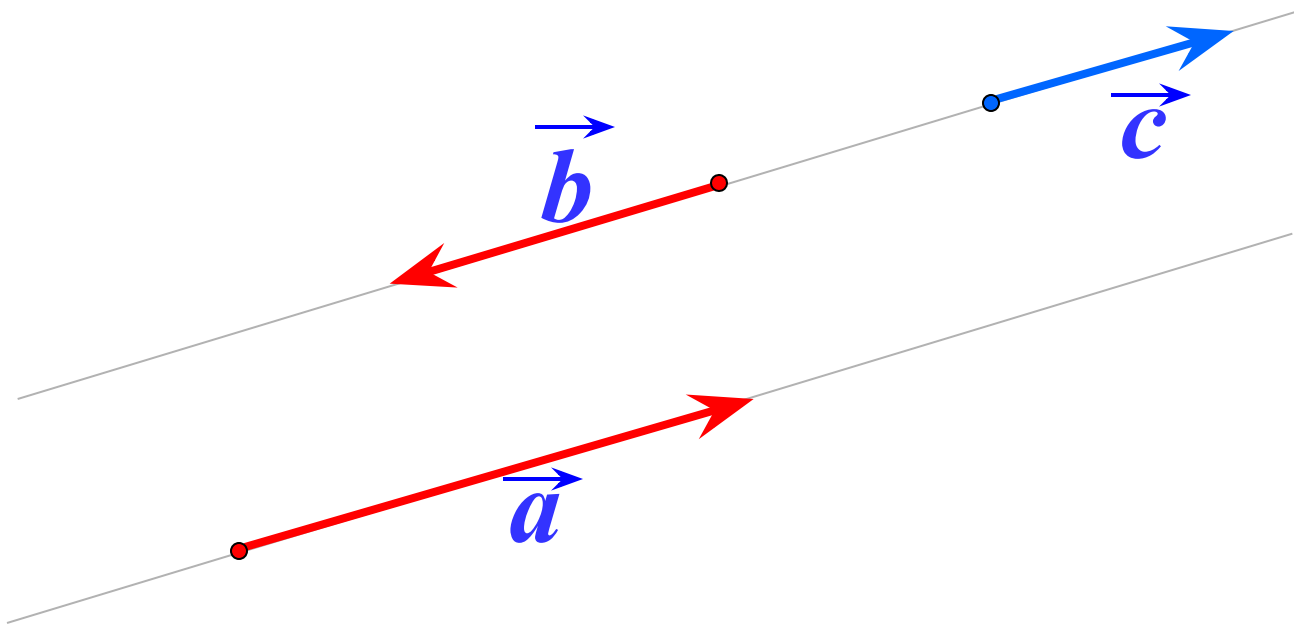
$$\vec{0} \uparrow\uparrow \vec{a}$$

$$\vec{0} \uparrow\uparrow \vec{c}$$

$$\vec{0} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

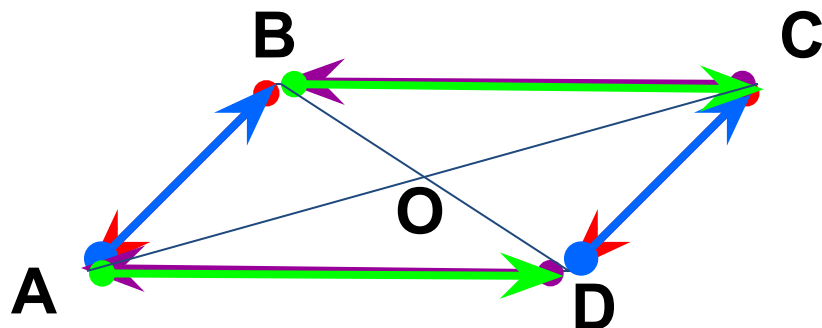
**Коллинеарные,
противоположно направленные векторы**



$$\vec{a} \updownarrow \vec{b}$$

$$\vec{c} \updownarrow \vec{b}$$

Векторы называются **равными**,
если они сонаправлены и их длины равны.



1 $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

2 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

ABCD – параллелограмм.

$$\vec{BA} = \vec{CD};$$

$$\vec{AB} = \vec{DC};$$

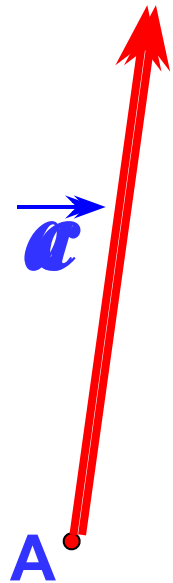
$$\vec{CB} = \vec{DA};$$

$$\vec{AD} = \vec{BC}.$$

Найдите еще пары равных векторов.
O – точка пересечения диагоналей.

Если точка А – начало вектора $\vec{a}$, то говорят, что
вектор $\vec{a}$ отложен от точки А

От любой точки М можно отложить
вектор, равный данному вектору $\vec{a}$,
и притом только один.



$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$$

$$\vec{a} = \vec{c}$$

Вектор $\vec{a}$ отложен от точки А

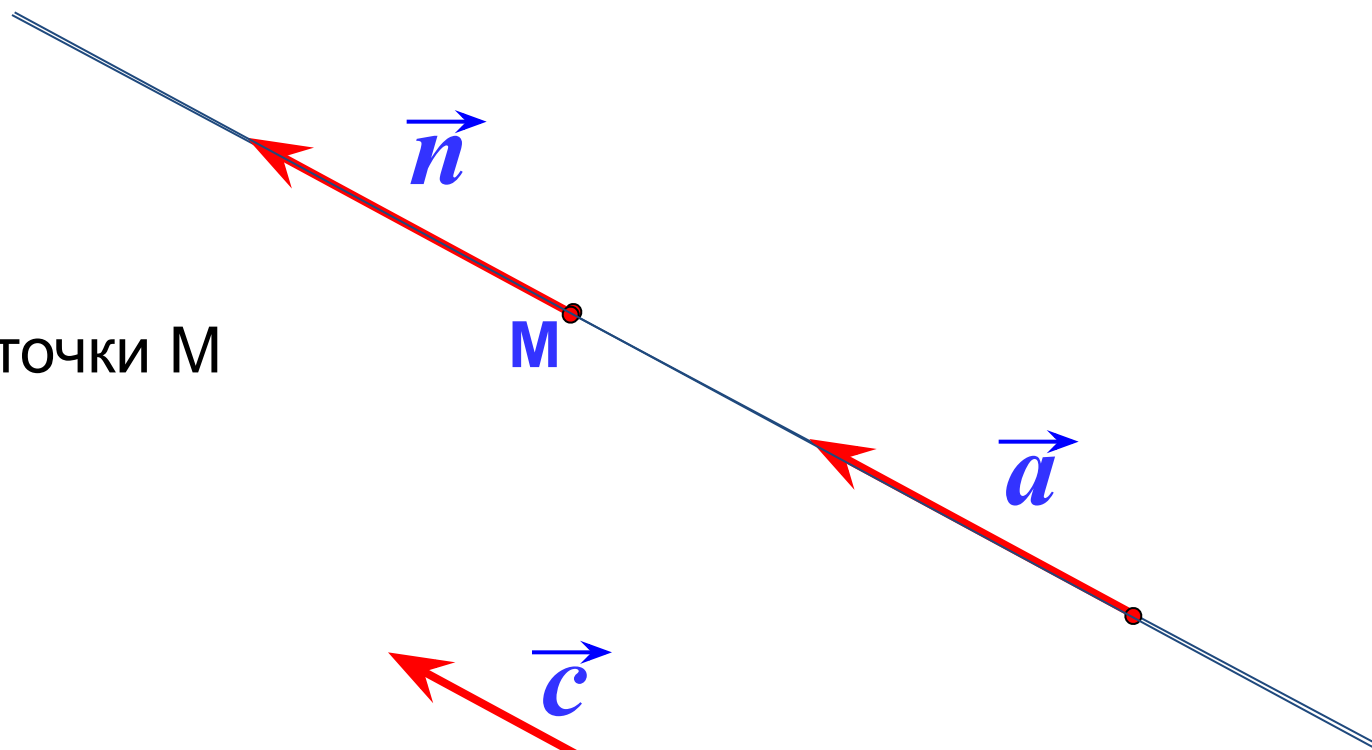
М•

$$|\vec{a}| = |\vec{c}|$$

Отложить вектор, равный $\vec{a}$

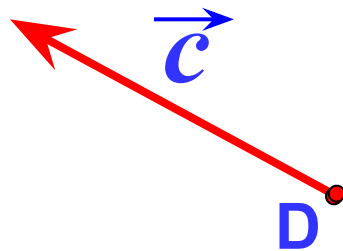
1

от точки M

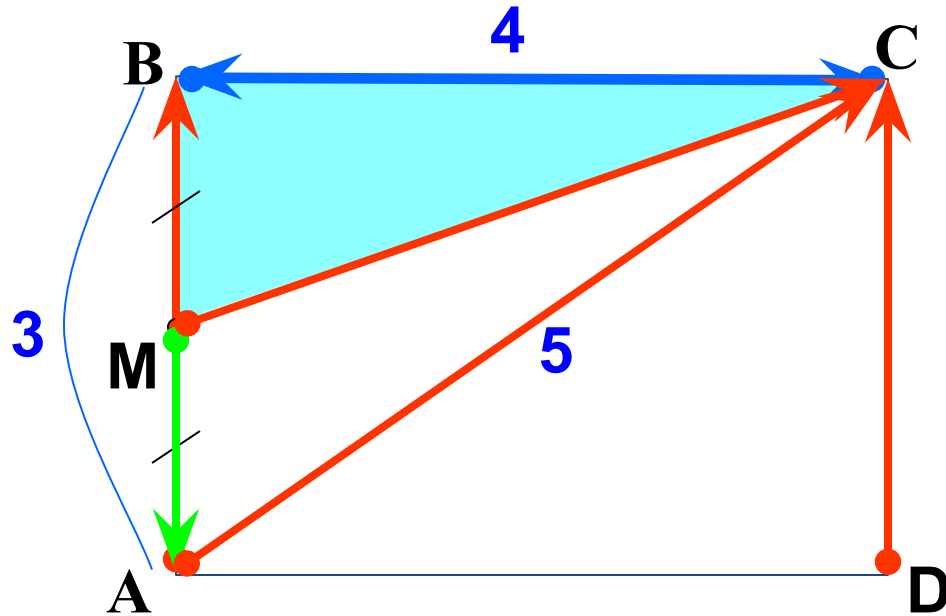


2

от точки D



№ 745 В прямоугольнике ABCD $AB=3\text{см}$, $BC=4\text{см}$, точка M – середина стороны AB. Найдите длины векторов.



$$|\vec{AB}| = 3$$

$$|\vec{BC}| = 4$$

$$|\vec{DC}| = 3$$

$$|\vec{MA}| = 1,5$$

$$|\vec{CB}| = 4$$

$$|\vec{AC}| = 5$$

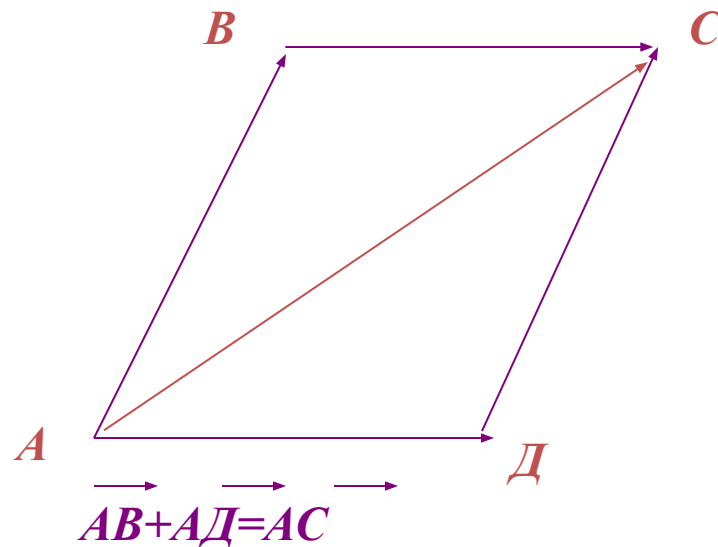
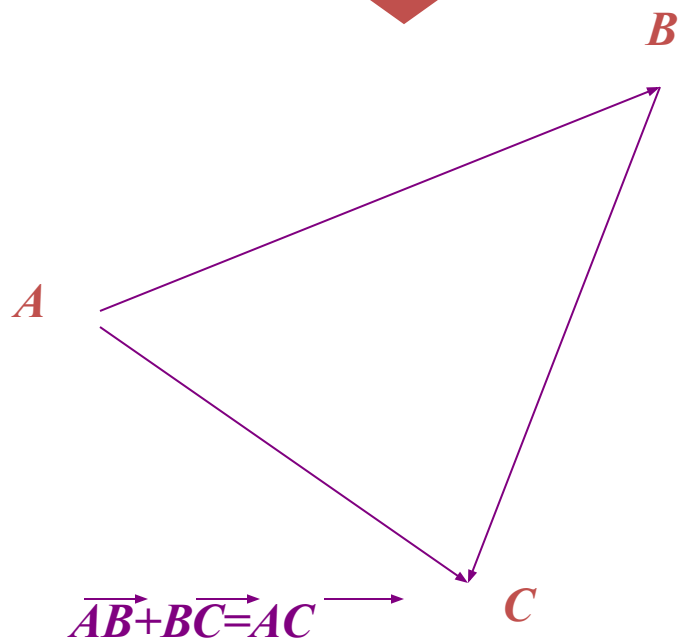
СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

- ПРАВИЛО

ПРАВИЛО

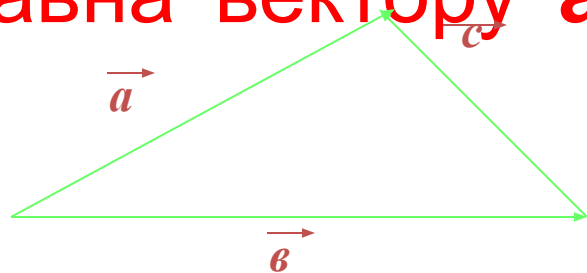
ПРАВИЛО ПАРALLEЛОГРАММА

ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

- Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$.



$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$$

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$

ЗАКРЕПЛЕНИЕ ИЗУЧЕННОГО

ЗАДАНИЯ (устно)

1). Укажите на рисунке 1:

- а) сонаправленные векторы
- б) противоположно направленные векторы
- в) равные векторы

2). Укажите на рисунке 2:

- а) пары коллинеарных векторов
- б) векторы, длины которых равны (трапеция равнобедренная)

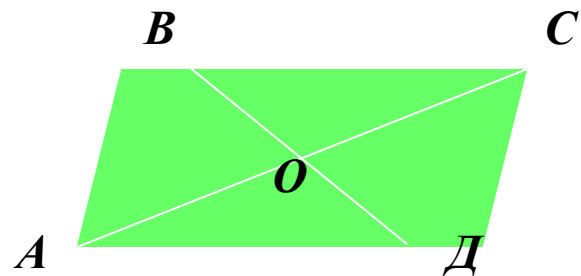


Рис.1

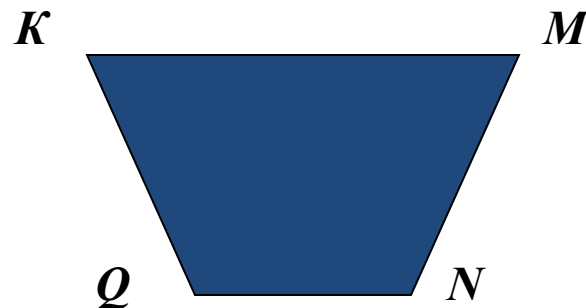


Рис. 2

3). На рис. 3 изображён
треугольник MNL
Найти:

• а) $MN + NL$

• б) $MN - ML$

• в) $ML - MN$

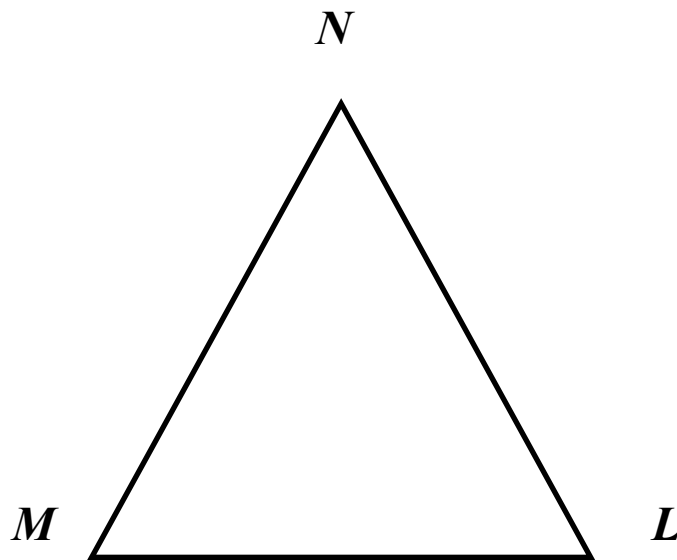


Рис.3

4). На рис.4 изображён
параллелограмм
MNKE. Найти:

→ →
• $MN + ME$

→ →
• $ME + EK$

→ →
• $KN + KE$

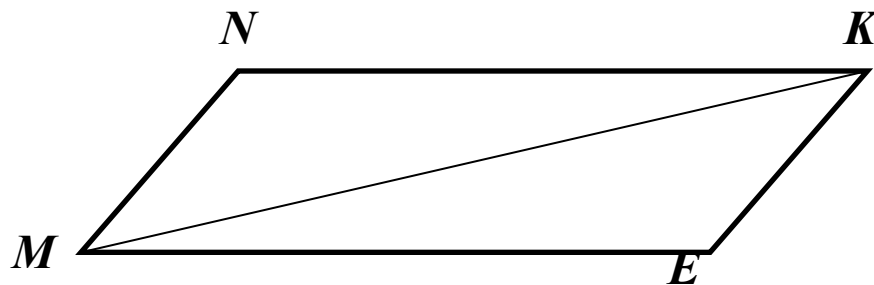


Рис.4

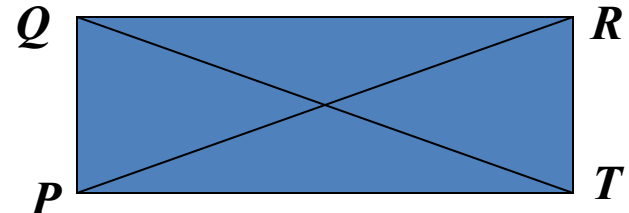
ПРОВЕРЬ СЕБЯ!

1). Верно ли утверждение:

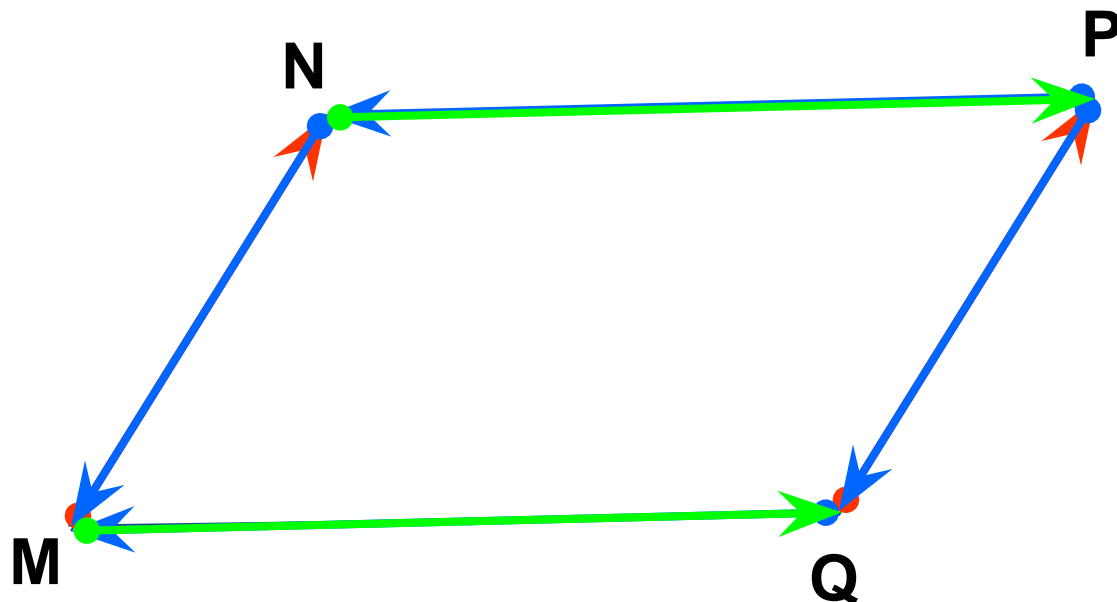
- а) Если $a=v$, то $a \parallel v$
- б) Если $a=v$, то a и v коллинеарны
- в) Если $a=v$, то $a \perp v$
- г) Если $a \perp v$, то $a = v$

2). Дан прямоугольник PQRT. Найти:

- а) $PQ + QR$
- б) $PT - PQ$
- в) $RT + RQ$



№ 747 Укажите пары коллинеарных (сонаправленных) векторов, которые определяются сторонами параллелограмма $MNPQ$.



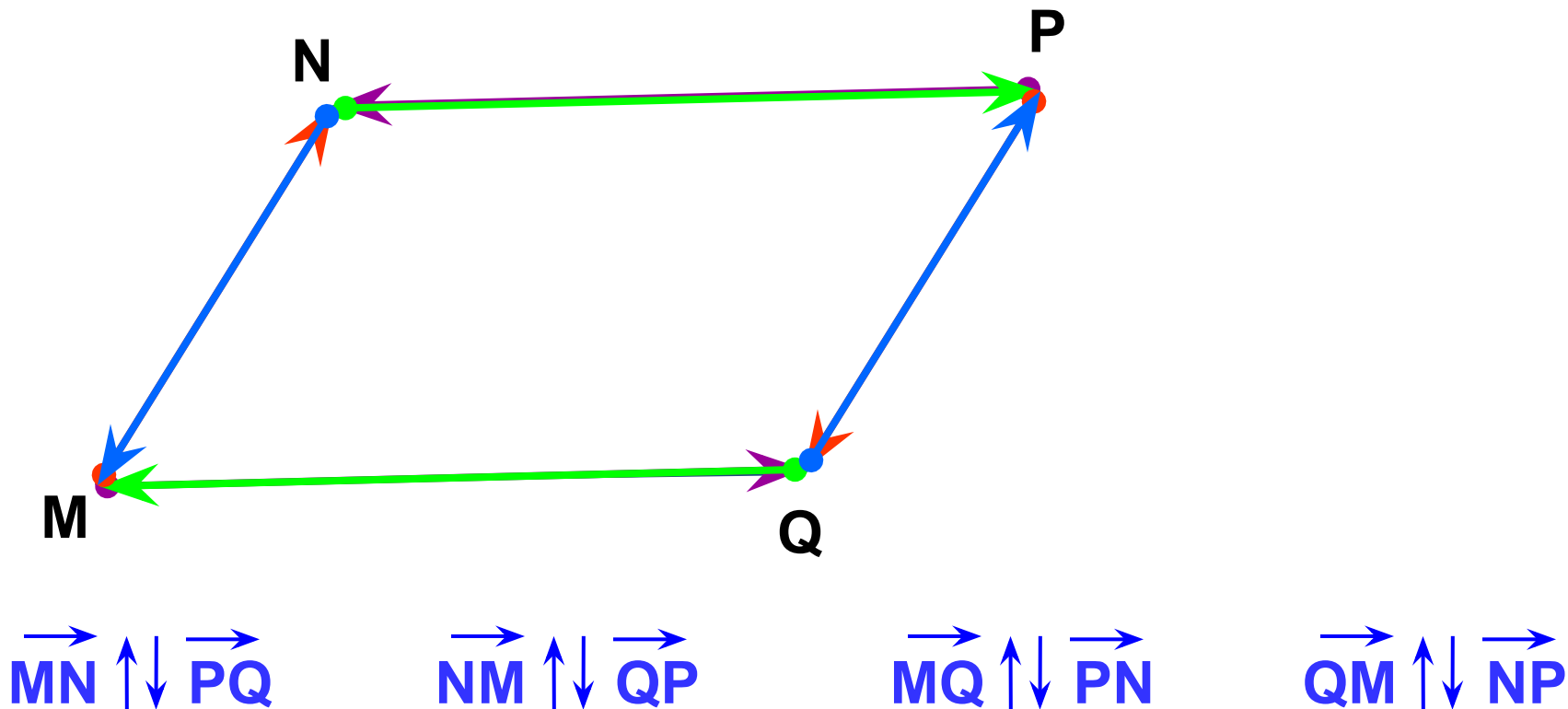
$$\vec{MN} \uparrow\uparrow \vec{QP}$$

$$\vec{NM} \uparrow\uparrow \vec{PQ}$$

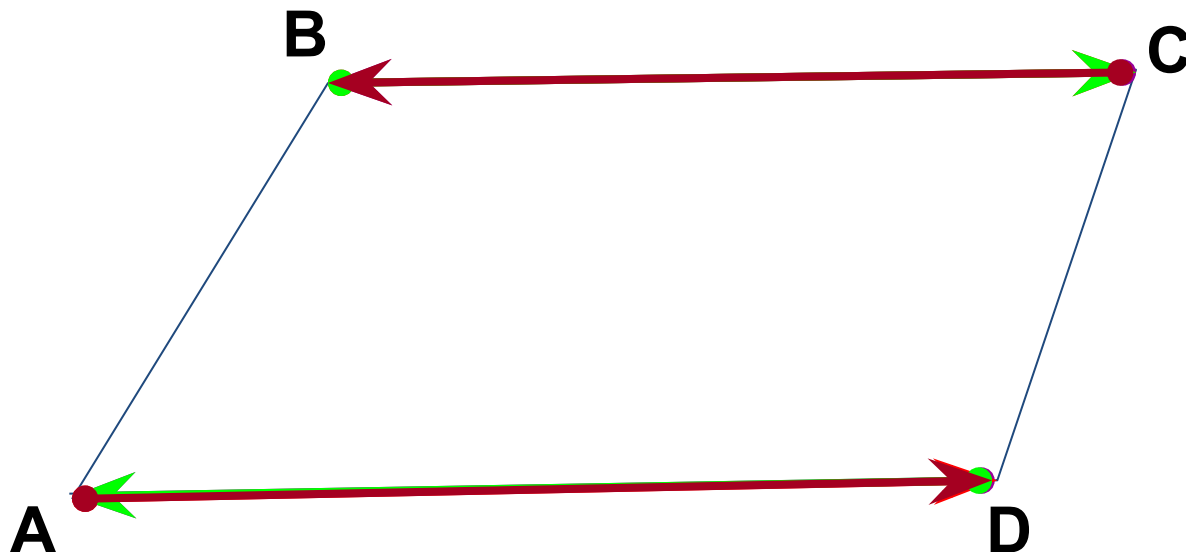
$$\vec{QM} \uparrow\uparrow \vec{PN}$$

$$\vec{MQ} \uparrow\uparrow \vec{NP}$$

№ 747 Укажите пары коллинеарных (противоположно направленных) векторов, которые определяются сторонами параллелограмма MNPQ.



№ 747 Укажите пары коллинеарных (сонаправленных) векторов, которые определяются сторонами трапеции ABCD с основаниями AD и BC.



$\overrightarrow{CB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{BC} \uparrow \uparrow \overrightarrow{AD}$

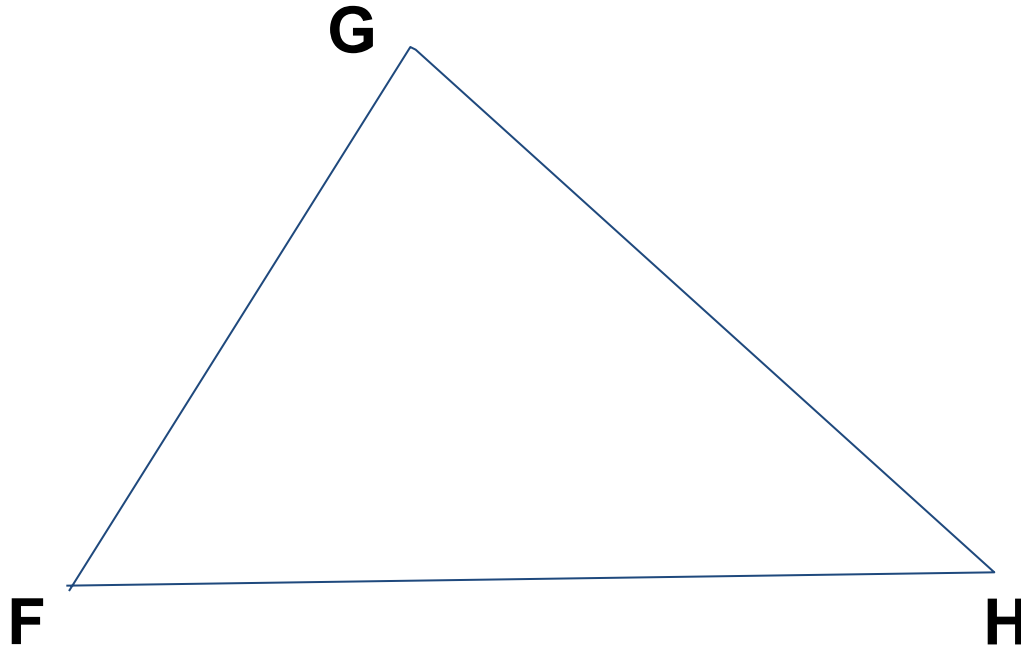
Сонаправленные
векторы

$\overrightarrow{BC} \uparrow \downarrow \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{CB} \uparrow \downarrow \overrightarrow{AD}$

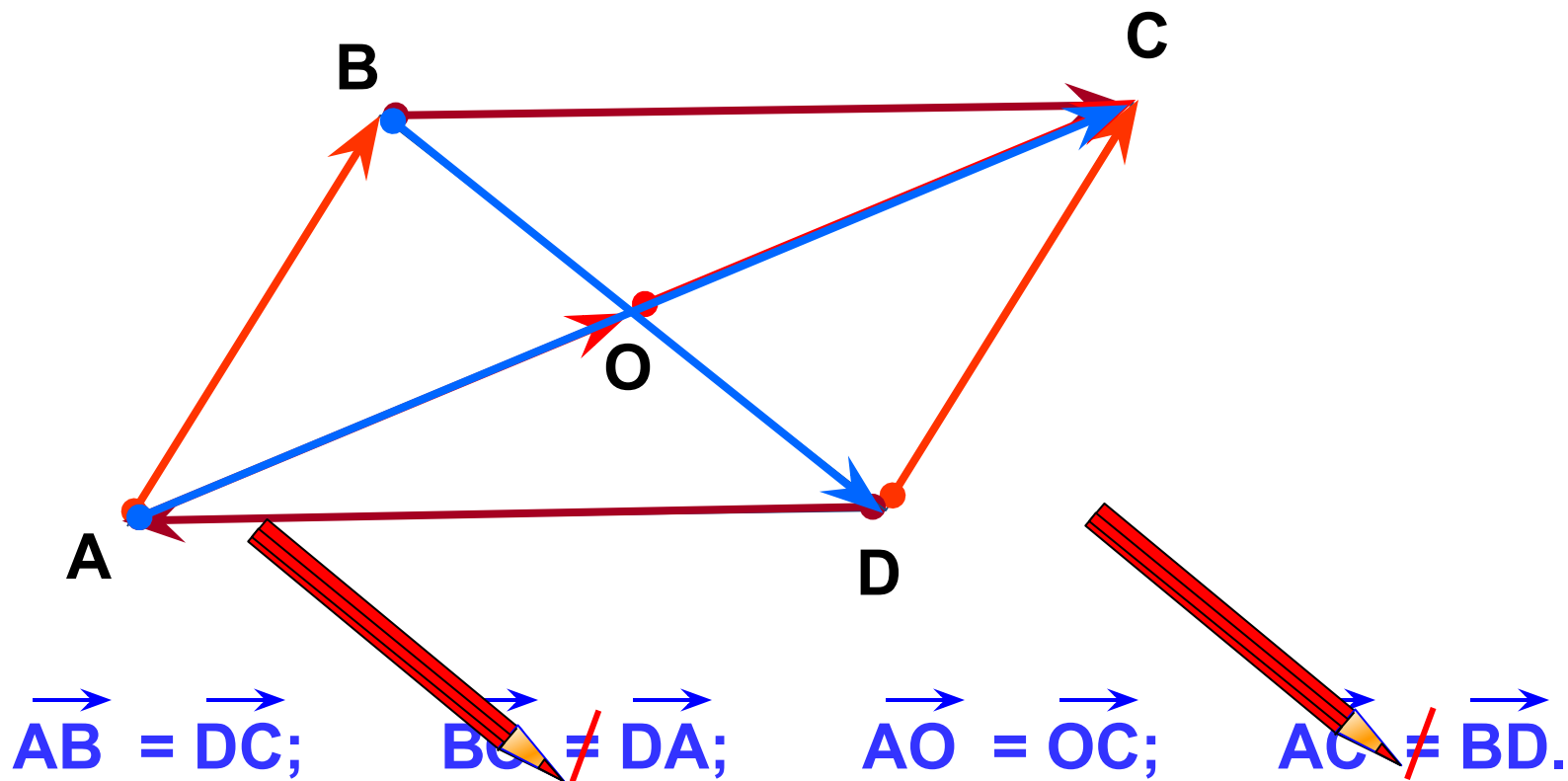
Противоположно направленные
векторы

№ 747 Укажите пары коллинеарных векторов, которые определяются сторонами треугольника FGH.

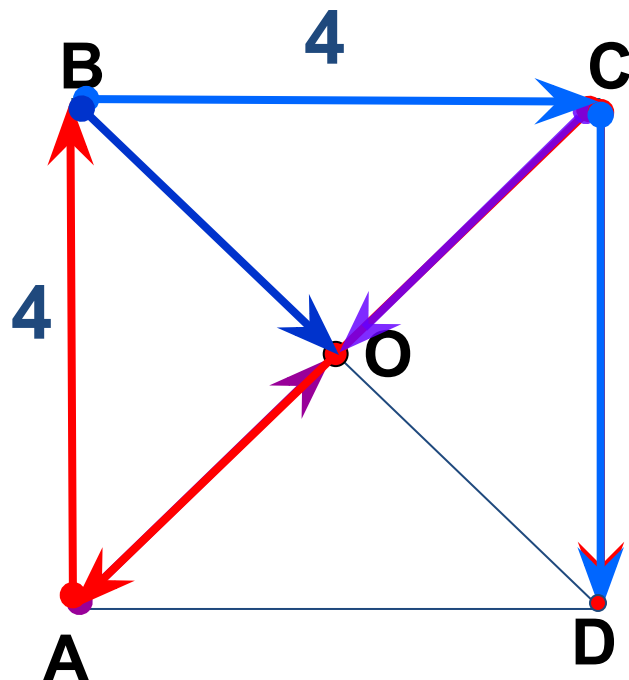


Коллинеарных векторов нет

№ 748 В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O. Равны ли векторы. Обоснуйте ответ.



ABCD – квадрат, $AB = 4$. Заполните пропуски:



1. $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$ – ...

2. $\vec{BC}$... $\vec{CD}$, так как ...

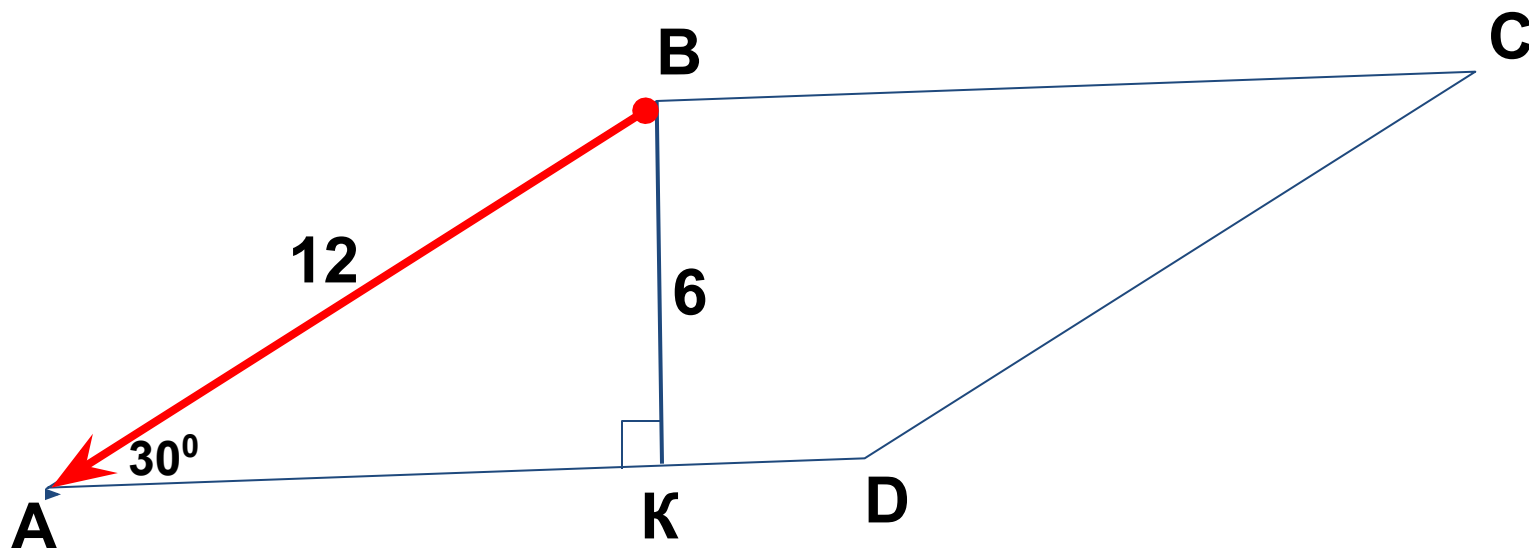
3. $|\vec{AO}| = \dots$

4. $\vec{BO} \neq \vec{AO}$, так как ...

5. $\vec{CO} \neq \vec{CA}$, так как ...

6. $\vec{DD} \uparrow \uparrow \dots$, $|\vec{DD}| = \dots$

ABCD – параллелограмм.
По данным рисунка найти $|\vec{AB}| = 12$



ABC – равнобедренный треугольник.
O – точка пересечения медиан.
По данным рисунка найти $|\vec{DO}| = 2$

$$|\vec{BO}| = 4$$

