

Параллельные прямые

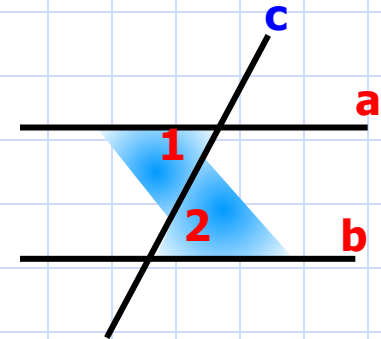
Определение.

Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

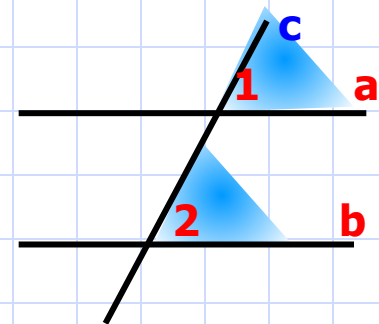


Признаки параллельности прямых

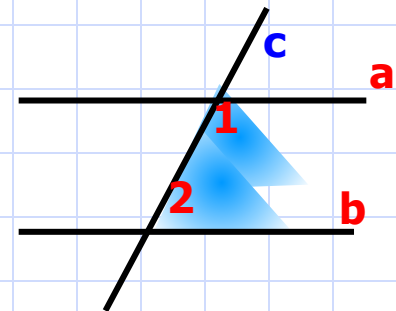
Если при пересечении двух прямых секущей **накрест лежащие углы равны**, то прямые параллельны.



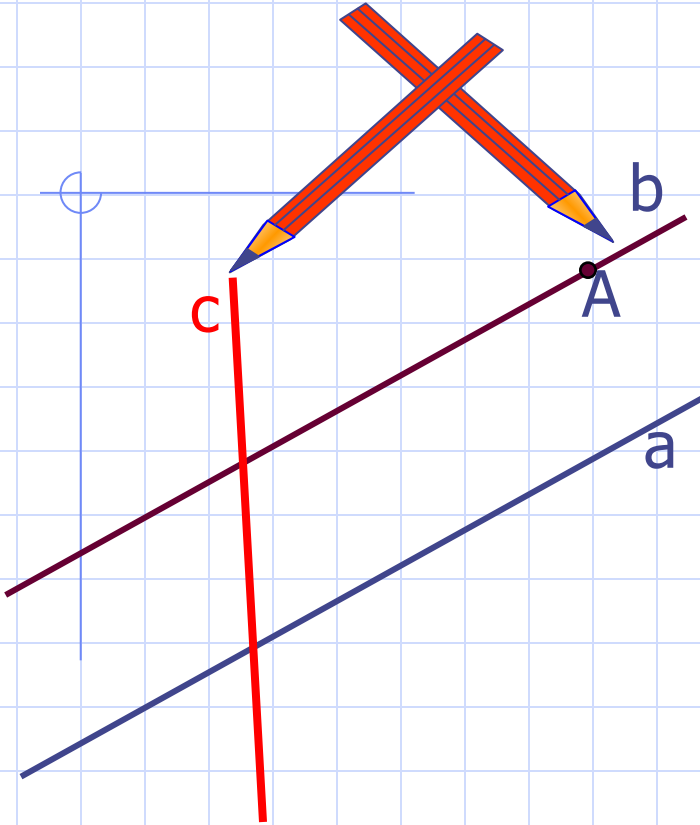
Если при пересечении двух прямых секущей **соответственные углы равны**, то прямые параллельны.



Если при пересечении двух прямых секущей **сумма односторонних углов равна 180°** , то прямые параллельны.



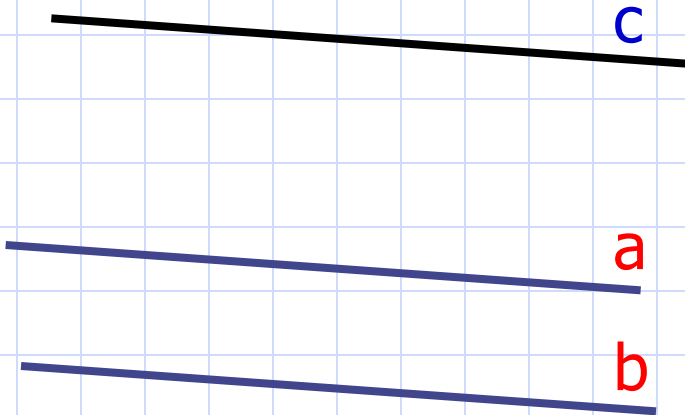
Аксиома параллельности и следствия из неё.



Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

Следствие 1. Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

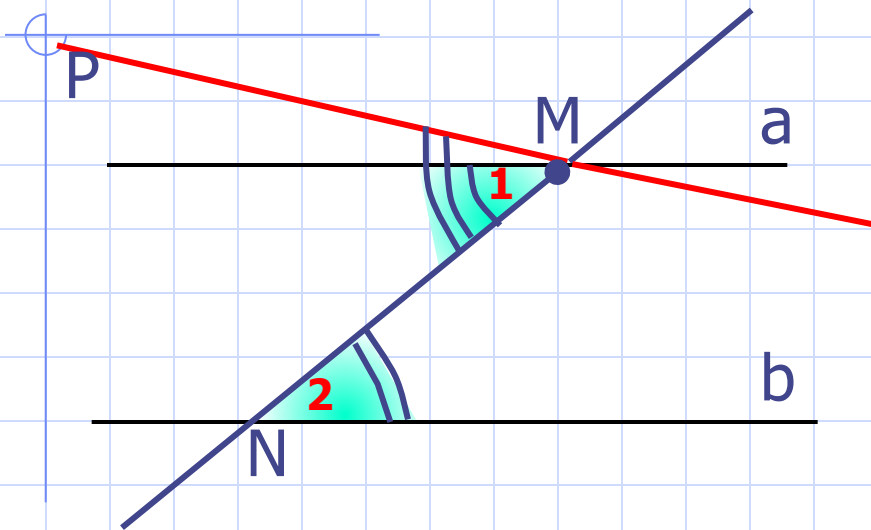
$$a \parallel b, c \cap b \Rightarrow c \cap a$$



Следствие 2. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

$$a \parallel c, b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$$

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.



Дано: $a \parallel b$, MN - секущая.

Доказать: $\angle 1 = \angle 2$ (НЛУ)

Доказательство:
способ от противного.

Допустим, что $\angle 1 \neq \angle 2$.

Отложим от луча MN угол NMP , равный углу 2.

По построению накрест лежащие углы $\angle NMP = \angle 2 \Rightarrow$
 $PM \parallel b$.

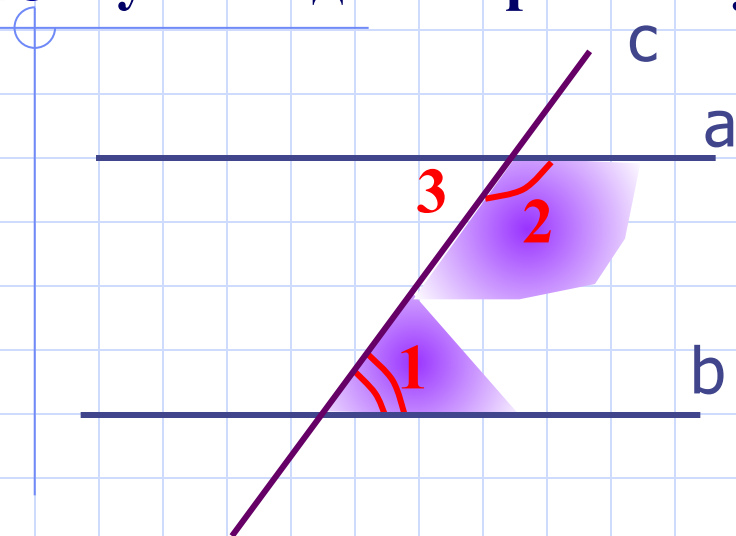
Получили, что через точку M проходит две прямые (a и MP), параллельные прямой b !!! Это противоречит аксиоме параллельных прямых. Значит наше **допущение неверно!!!**

$\angle 1 = \angle 2$.

Теорема доказана.

Теорема об односторонних углах, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей.

Если две параллельные прямые пересечены секущей, **условие**
то сумма односторонних углов равна 180° . **закключение теоремы**



Дано: $a \parallel b$, c - секущая.

Доказать: ОУ $\angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ}$.

Доказательство:

$\angle 3 + \angle 2 = 180^{\circ}$, т. к. они смежные.

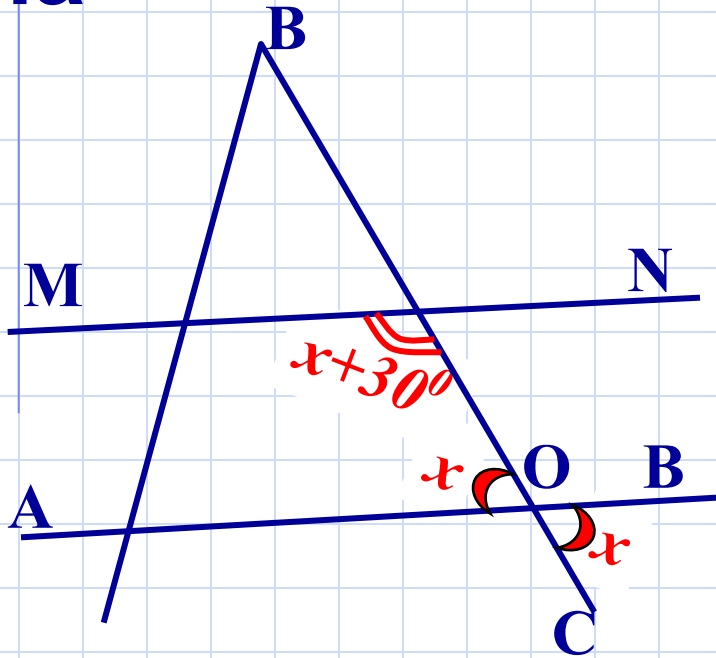
$\angle 1 = \angle 3$, т. к. это НЛУ при $a \parallel b$

$\Rightarrow \angle 3 + \angle 2 = 180^{\circ}$

Теорема доказана.

Если $MN \parallel AB$, а угол 2 больше угла 1 на 30° , то угол 2 равен...

Задача



Решение:

$$\angle 1 = x,$$

$$\angle 2 = x + 30$$

$$\angle 1 = \angle BOC,$$

они вертикальные.

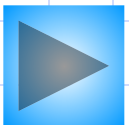
$$\angle 2 = x + 30$$

$$\angle BOA = x,$$

180° , т.к. ОУ при $a \parallel b$

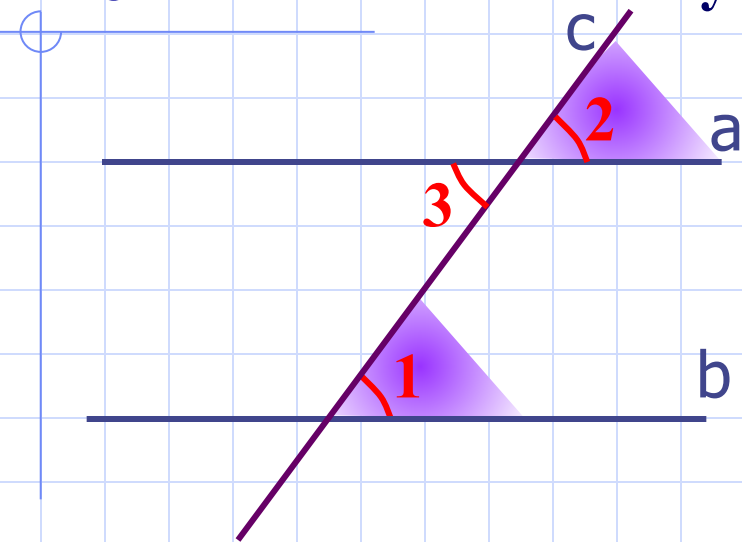
Составь уравнение...

Найди сам угол.



Теорема о соответственных углах, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей.

Если две параллельные прямые пересечены секущей, **условие**
то соответственные углы равны. **закключение теоремы**



Дано: $a \parallel b$, c - секущая.

Доказать: СУ $\angle 1 = \angle 2$.

Доказательство:

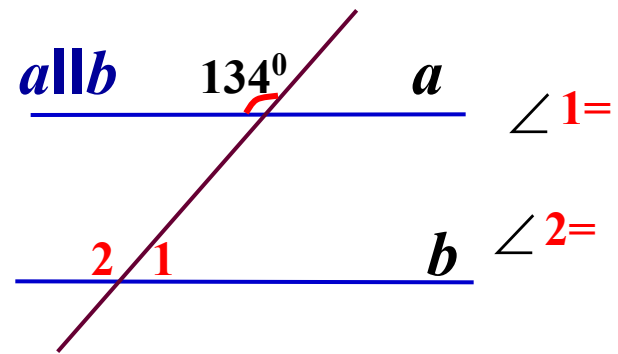
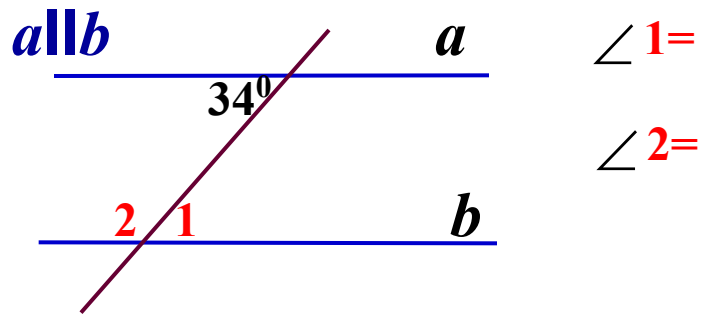
$\angle 2 = \angle 3$, т. к. они вертикальные.

$\angle 3 = \angle 1$, т. к. это НЛУ при $a \parallel b$

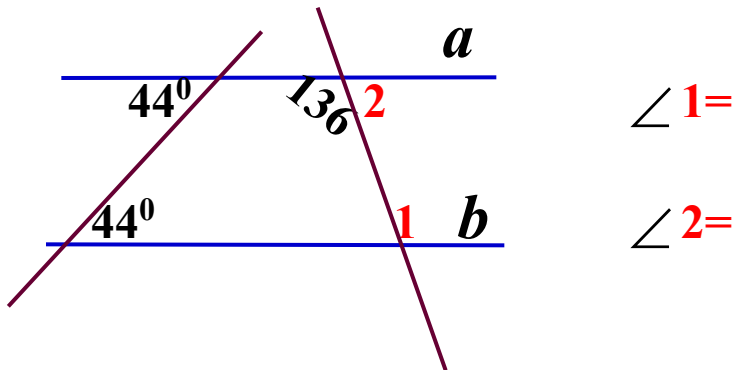
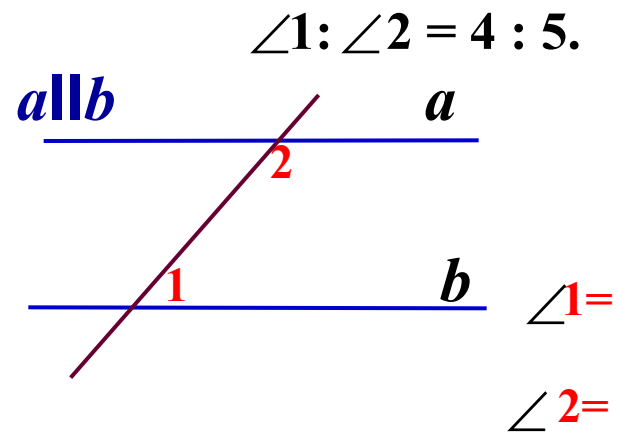
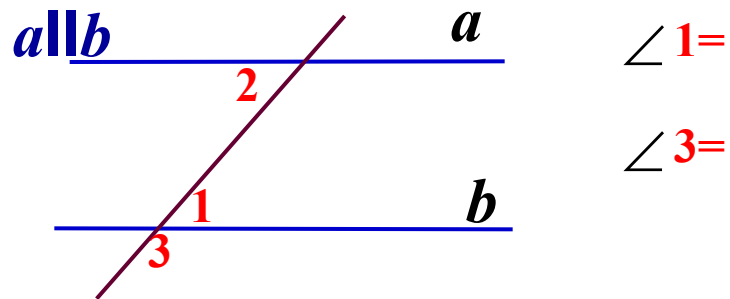
$$\left. \begin{array}{l} \angle 2 = \angle 3 \\ \angle 3 = \angle 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 1 = \angle 3 = \angle 2$$
$$=$$

Теорема доказана.

Свойства углов при параллельных прямых. Дано: $a \parallel b$.



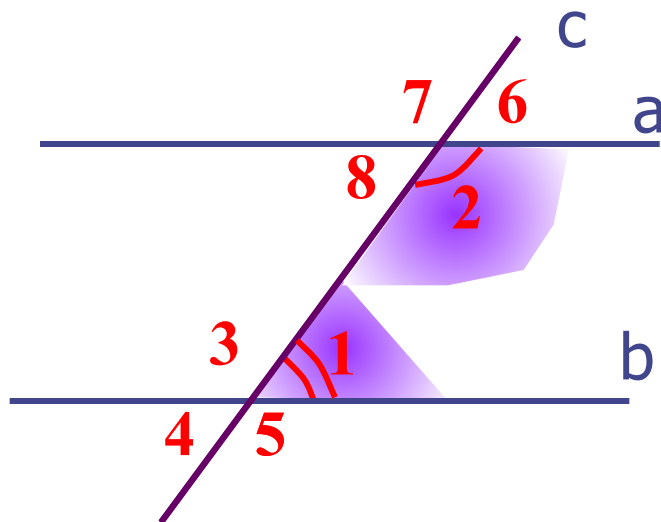
Сумма углов 1 и 2 равна 76° .



Задача

Дано: $a \parallel b$, c – секущая.

Один из односторонних углов на 20% меньше другого.



Найти: все углы.



Решение:

$$\angle 2 = x,$$

$\angle 1$ на 20% меньше, т.е. 80%

$$\angle 1 = 0,8x$$

$$\angle 1 =$$

$$\angle 5 =$$

$$\angle 2 =$$

$$\angle 6 =$$

$$\angle 3 =$$

$$\angle 7 =$$

$$\angle 4 =$$

$$\angle 8 =$$

$$\angle 2 = x$$

$$\angle 1 = 0,8x$$

} 180° , т.к. ОУ при $a \parallel b$

Составь уравнение...

Найди сам все углы...



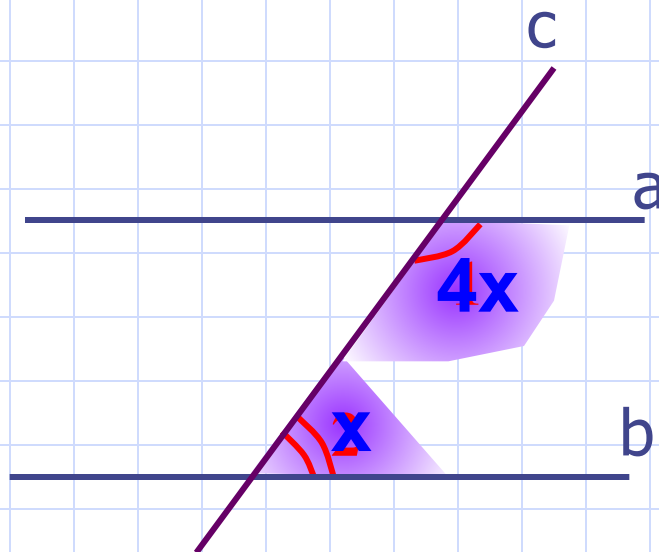
Тренировочные упражнения

Дано: $a \parallel b$, c – секущая

$$\underline{\underline{\angle 1 = 4 \angle 2}}$$

Найдите: $\angle 1$ и $\angle 2$

Угол 1 в 4 раза больше
угла 2

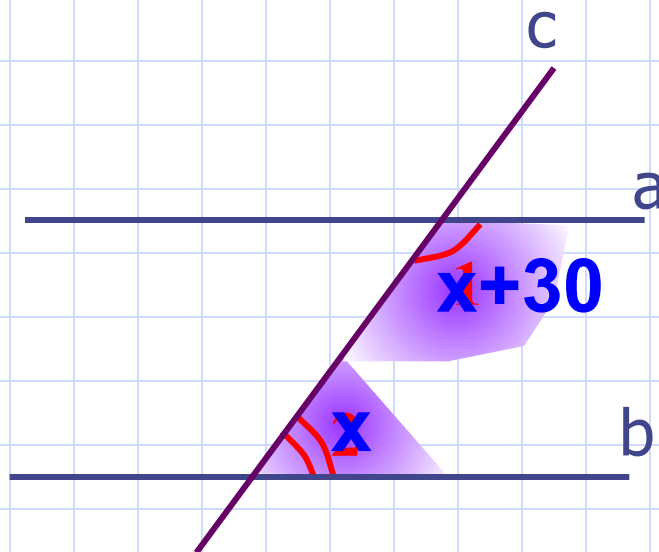


Тренировочные упражнения

Угол 1 на 30° больше
угла 2

Дано: $a \parallel b$, c – секущая
 $\angle 1 - \angle 2 = 30^\circ$

Найдите: $\angle 1$ и $\angle 2$

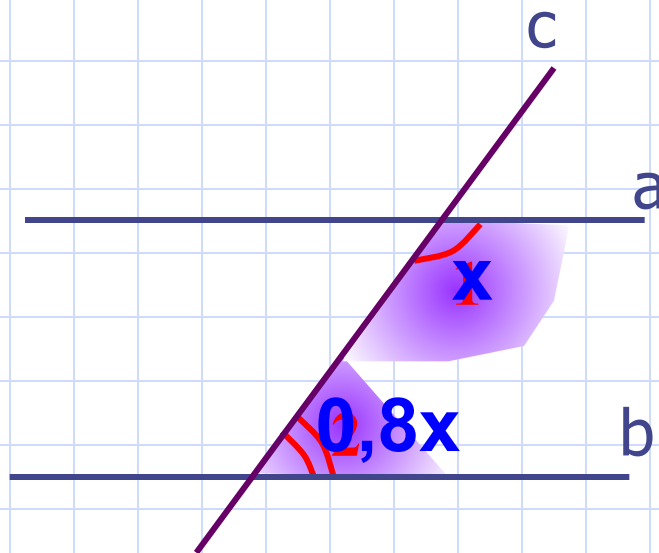


Тренировочные упражнения

Дано: $a \parallel b$, c – секущая

$$\underline{\underline{\angle 2 = 0,8 \angle 1}}$$

Найдите: $\angle 1$ и $\angle 2$



Угол 2 составляет 0,8 части
угла 1

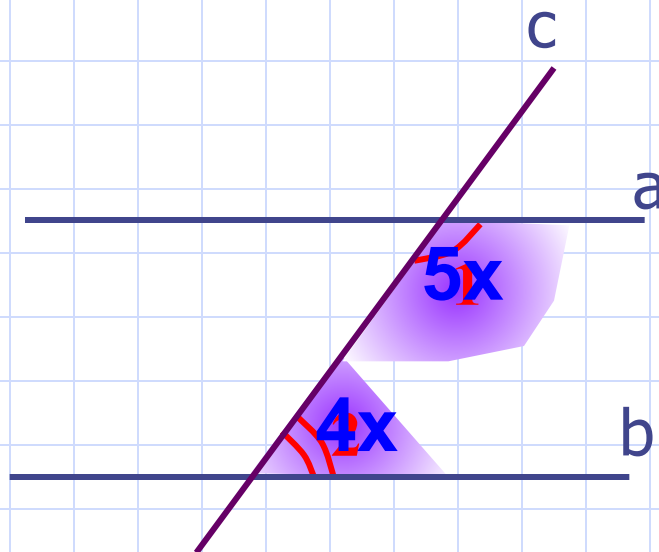
Тренировочные упражнения

Пусть x – 1 часть

Дано: $a \parallel b$, c – секущая

$$\underline{\underline{\angle 1 : \angle 2 = 5 : 4}}$$

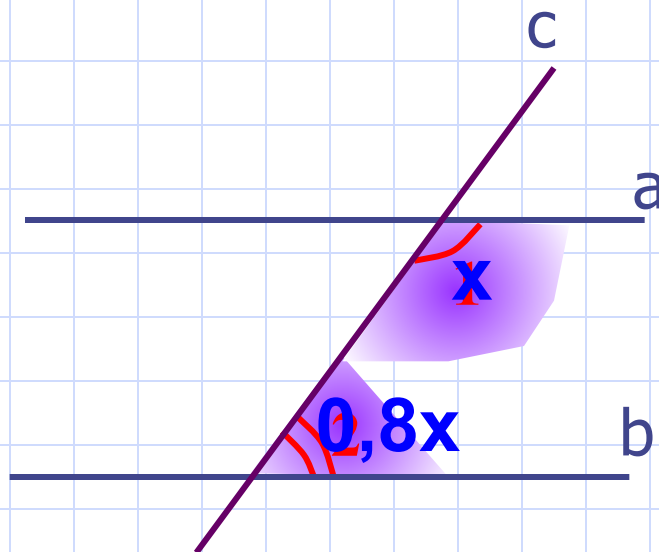
Найдите: $\angle 1$ и $\angle 2$



Тренировочные упражнения

Дано: $a \parallel b$, c – секущая
 $\angle 2$ составляет 80% от $\angle 1$

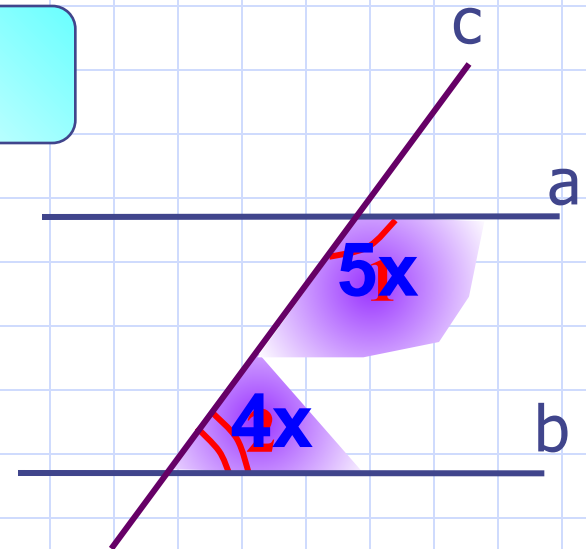
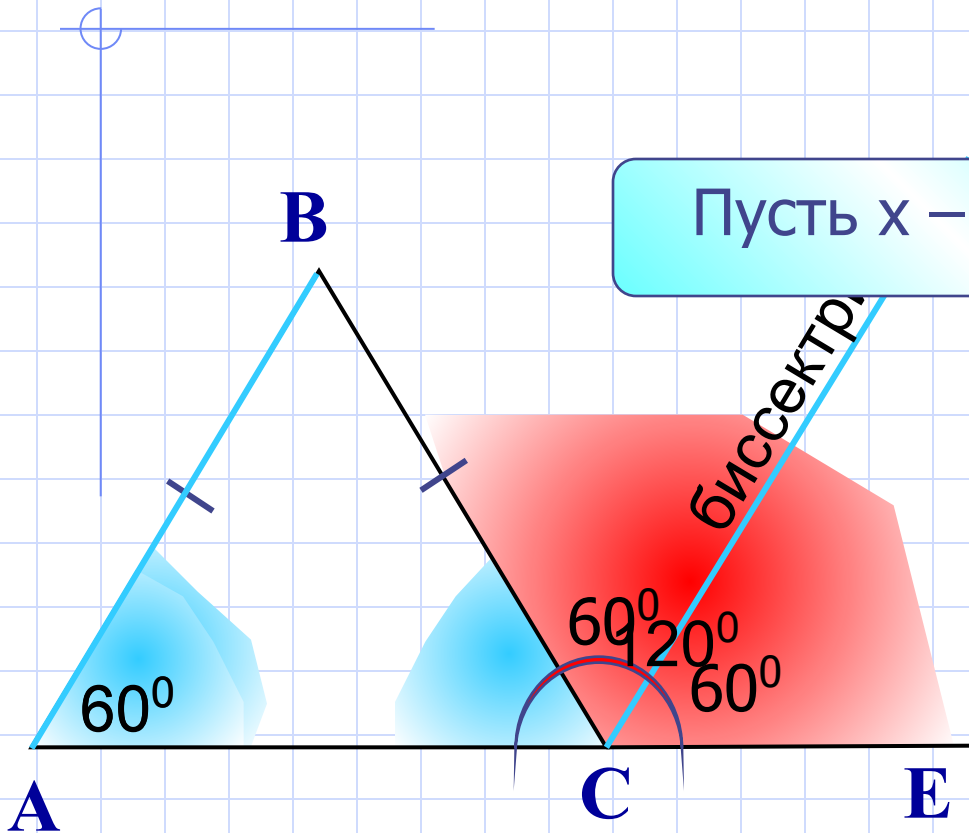
Найдите: $\angle 1$ и $\angle 2$



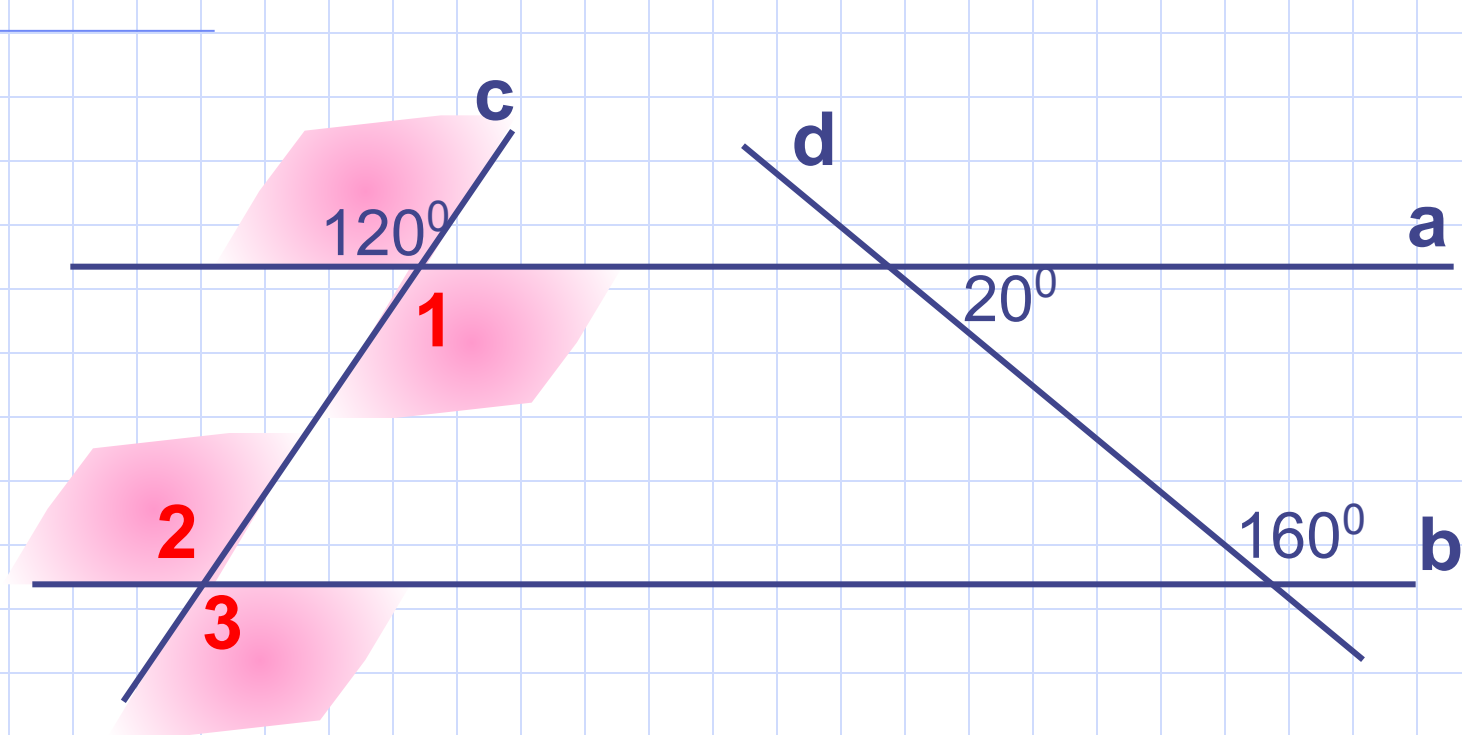
$AB = BC$, $\angle A = 60^\circ$,
 CD – биссектриса угла BCE .
Докажите, что **$AB \parallel CD$** .

Дано: **$a \parallel b$** , c – секущая
 $\angle 1 : \angle 2 = 5 : 4$

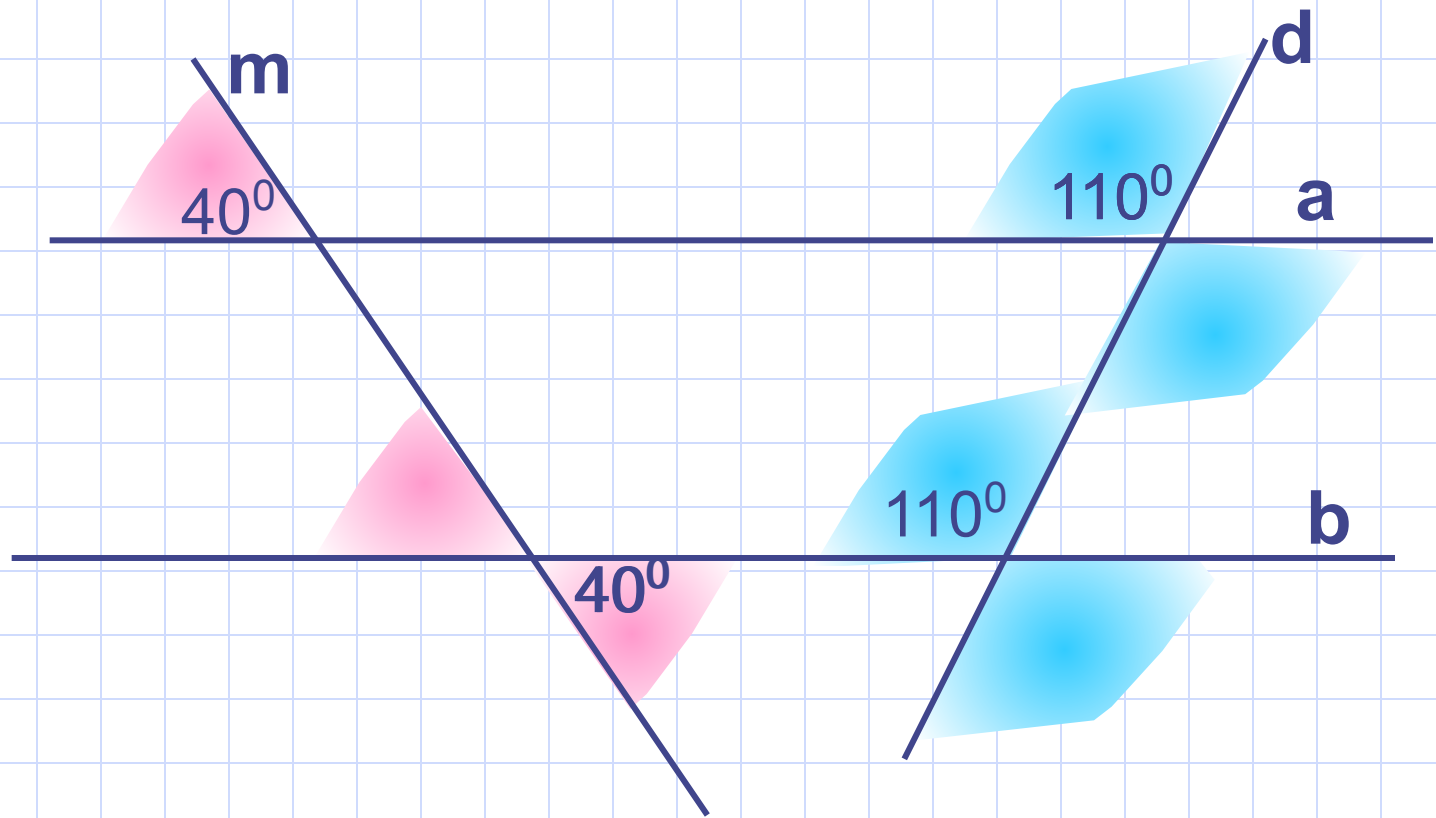
Найдите: $\angle 1$ и $\angle 2$



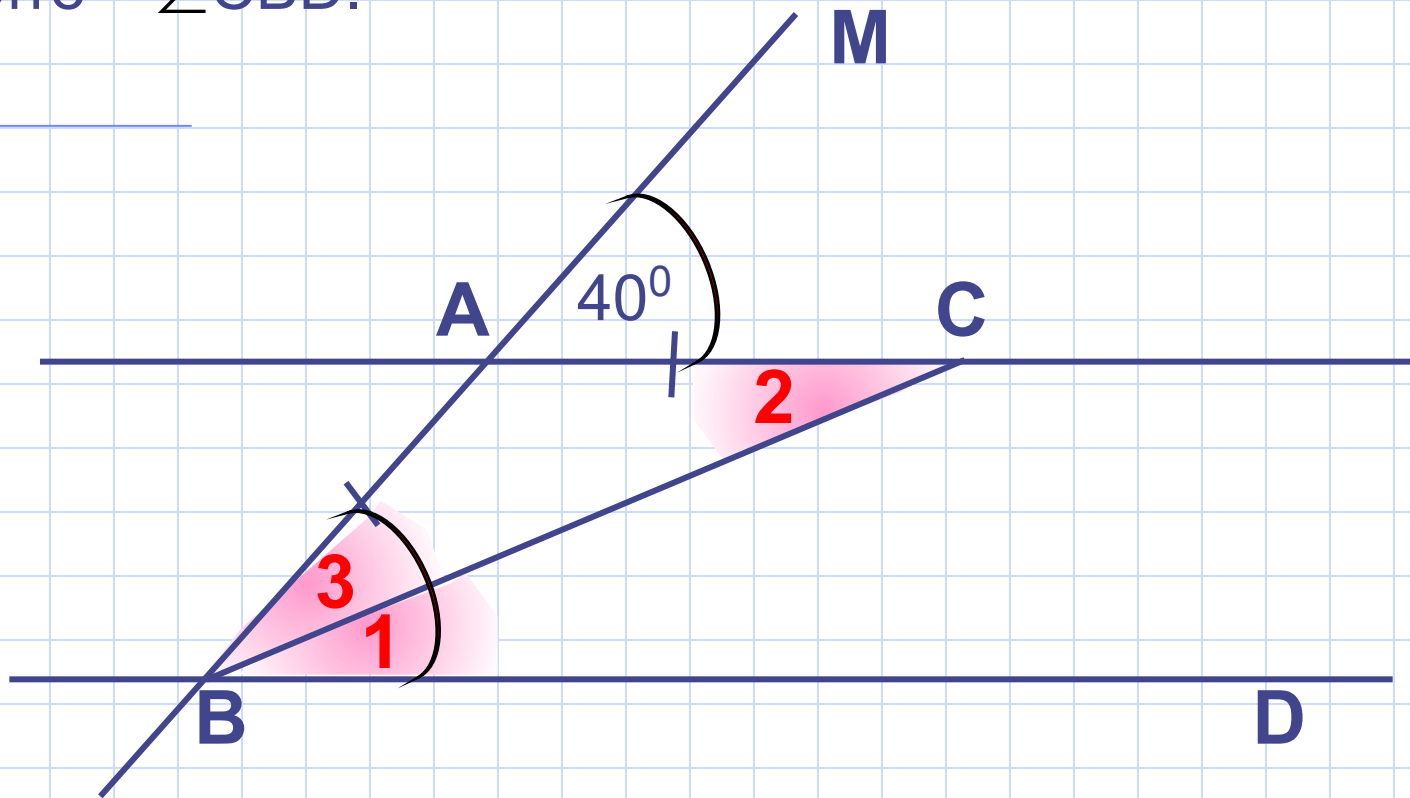
Используя данные рисунка, найдите углы 1, 2 и 3.



Может ли еще один из семи остальных углов, образованных при пересечении прямых a и b с прямой d , быть равен 110° ? 60° ? Почему?



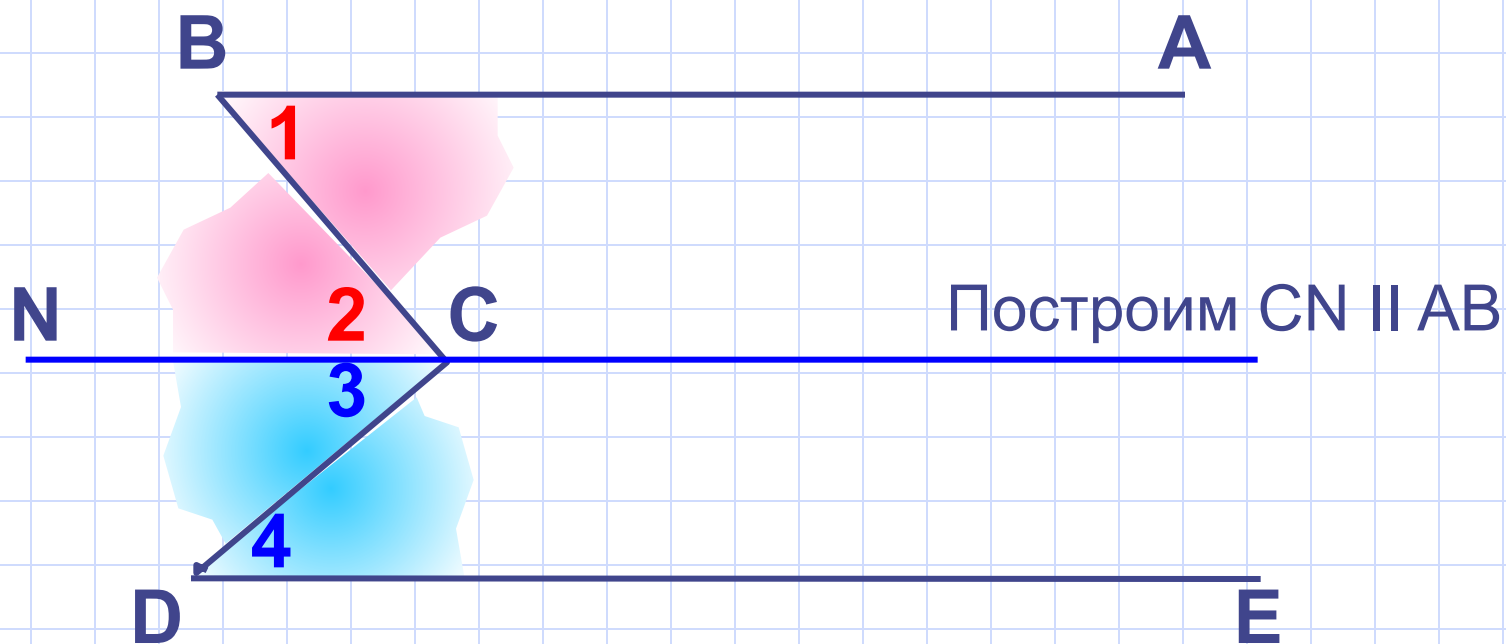
На рисунке $AC \parallel BD$ и $AC = AB$, $\angle MAC = 40^\circ$.
Найдите $\angle CBD$.



На рисунке $AB \parallel ED$.

Докажите, что $\angle BCD = \angle B + \angle D$

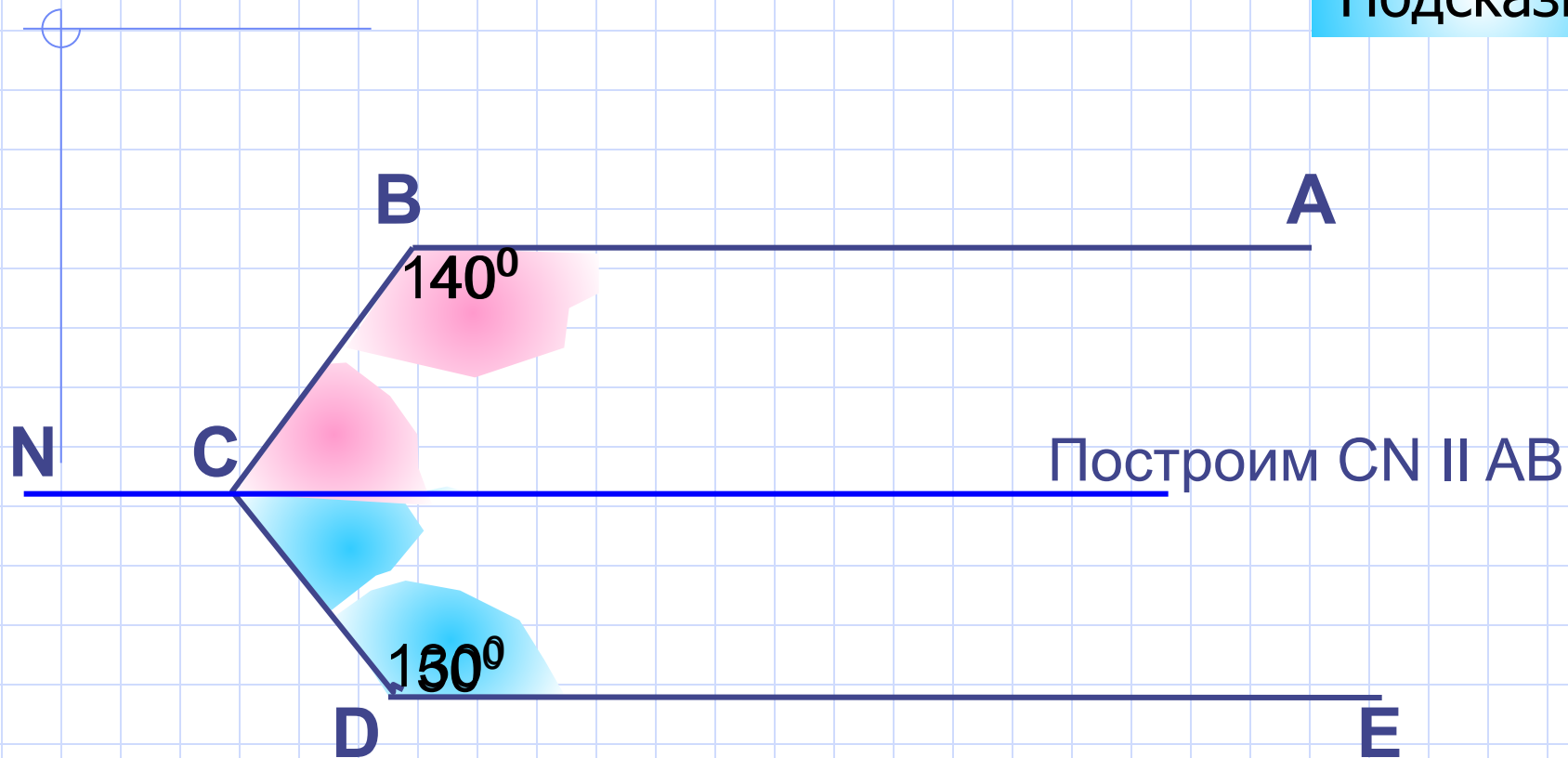
Подсказка



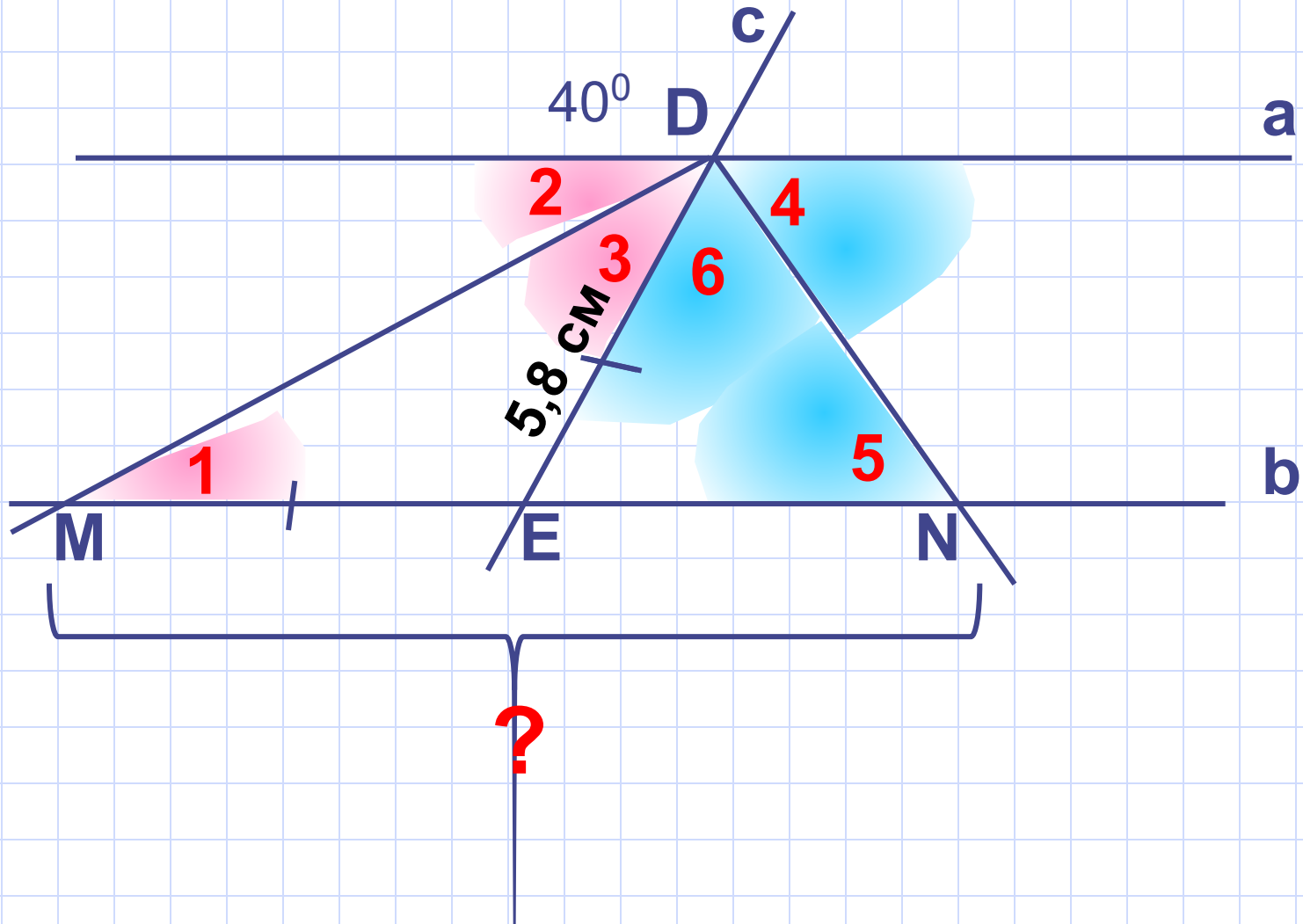
На рисунке $AB \parallel ED$. $\angle CBA = 140^\circ$, $\angle CDE = 130^\circ$

Докажите, что $BC \perp CD$

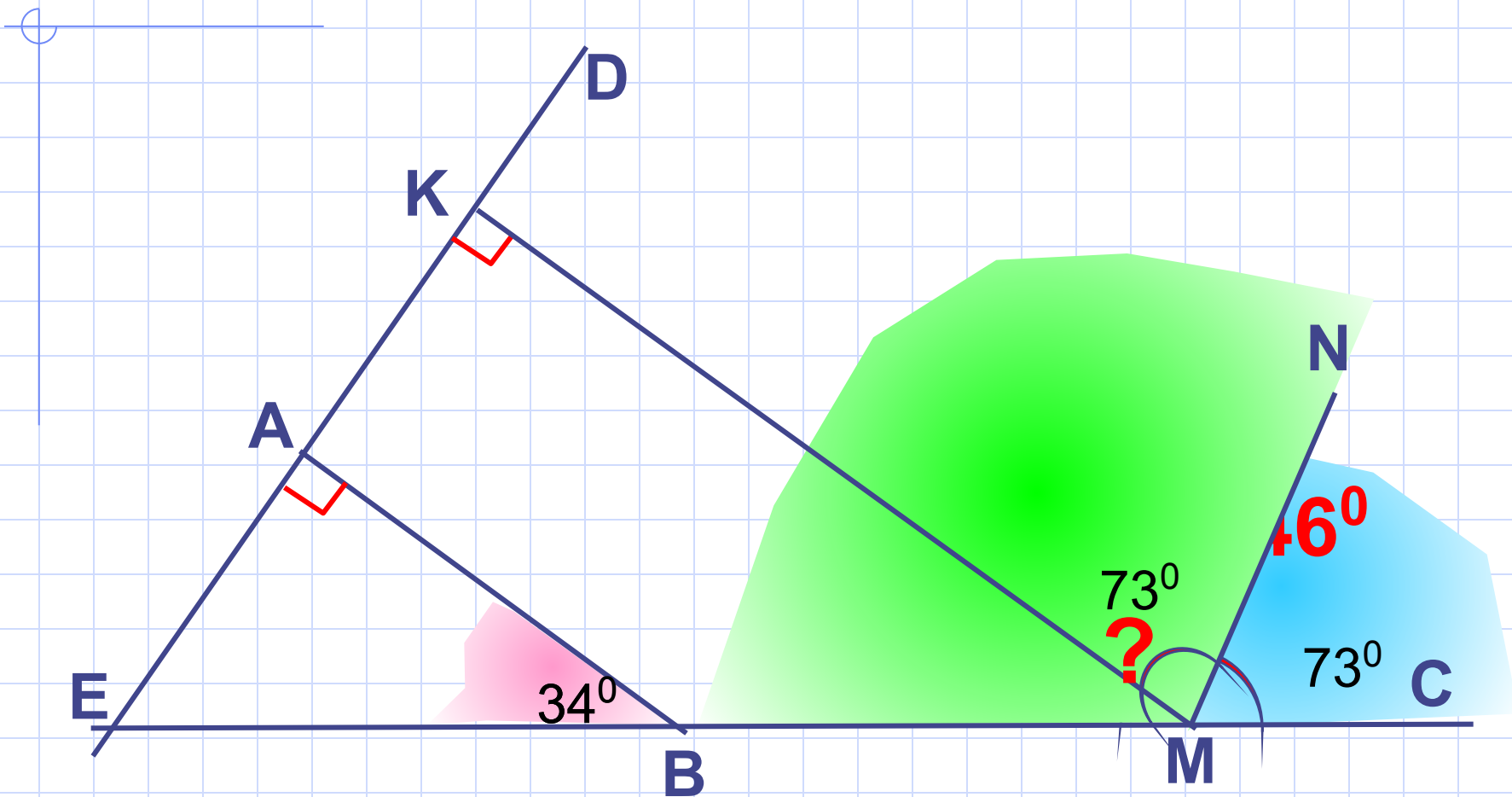
Подсказка



На рисунке $a \parallel b$, c – секущая, DM и DN – биссектрисы смежных углов, образованных прямыми a и c . $DE = 5,8$ см
 Найдите MN .



На рисунке $AB \perp ED$ и $KM \perp ED$, $\angle ABE = 34^\circ$
 MN – биссектриса $\angle KMC$
 Найдите $\angle EMN$.



На рисунке $AC \parallel BD$ и $KC \parallel MD$, $\angle ACK = 48^\circ$
 $\angle CDK$ в 3 раза больше $\angle EDM$
Найдите $\angle KDE$.

