

МБОУ «Ватинская ОСШ»

*Параллельность
прямых и плоскостей
в пространстве*

Автор: Казиахмедова Разия Керимовна

Содержание

- Взаимное расположение прямых в пространстве
- Параллельные прямые в пространстве
- Теорема о параллельных прямых
- Лемма
- Теорема о параллельности трех прямых
- Взаимное расположение прямой и плоскости Взаимное расположение прямой и плоскости Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве
- Определение параллельности прямой и плоскости
- Признак параллельности прямой и плоскости
- Свойства параллельных плоскостей (1°)
- Свойства параллельных плоскостей (2°)
- Признак скрещивающихся Признак скрещивающихся Признак скрещивающихся прямых
- Теорема о скрещивающихся Теорема о скрещивающихся Теорема о скрещивающихся прямых

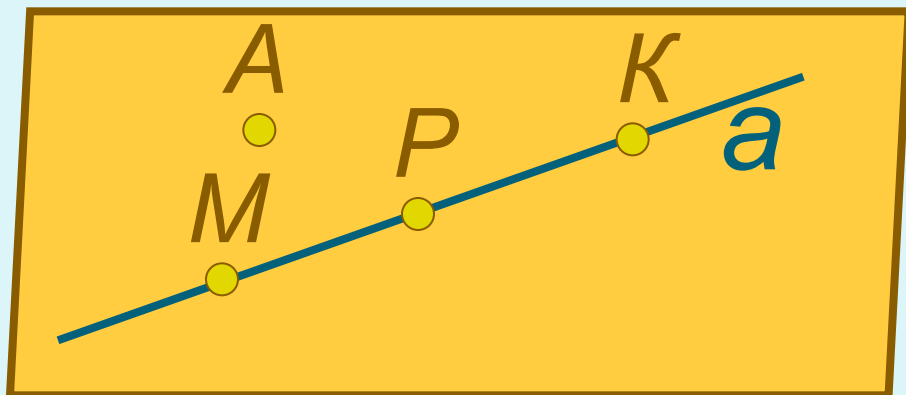
Примеры и задачи

- Пример с параллелепипедом
- Задача 1
- Задача 2

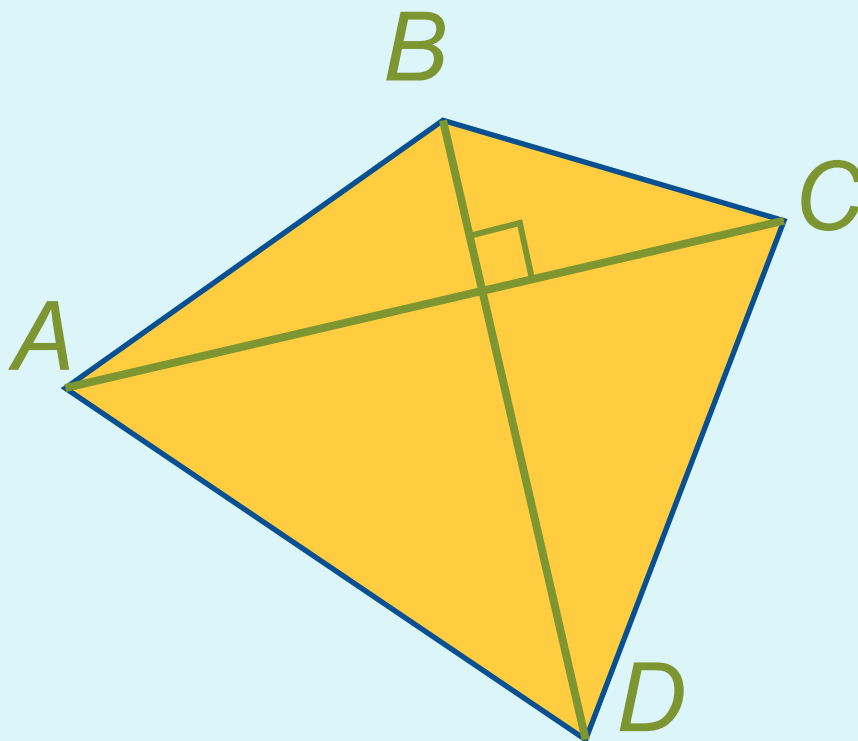
Проверка самостоятельной работы

1 вариант

№1



№2

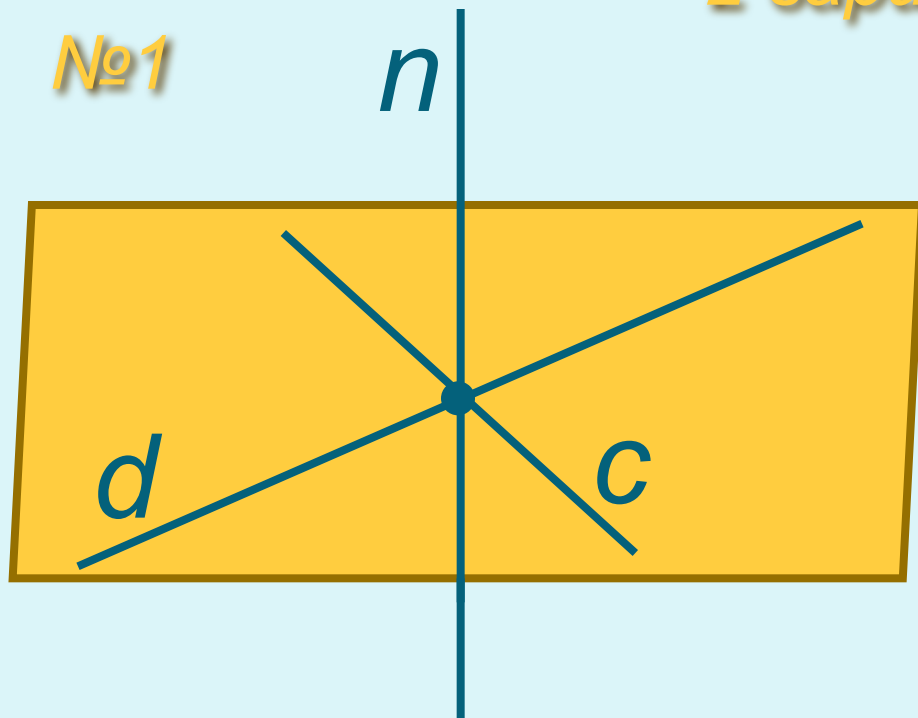


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

Проверка самостоятельной работы

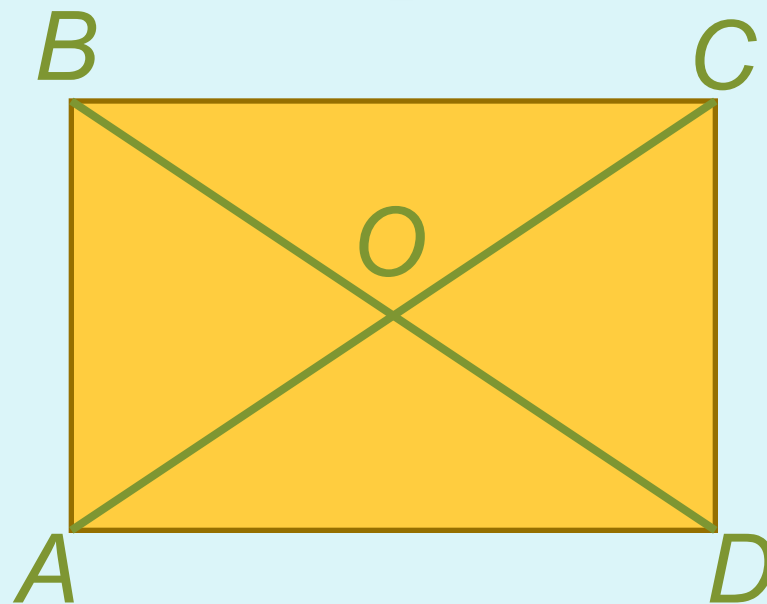
2 вариант

№1

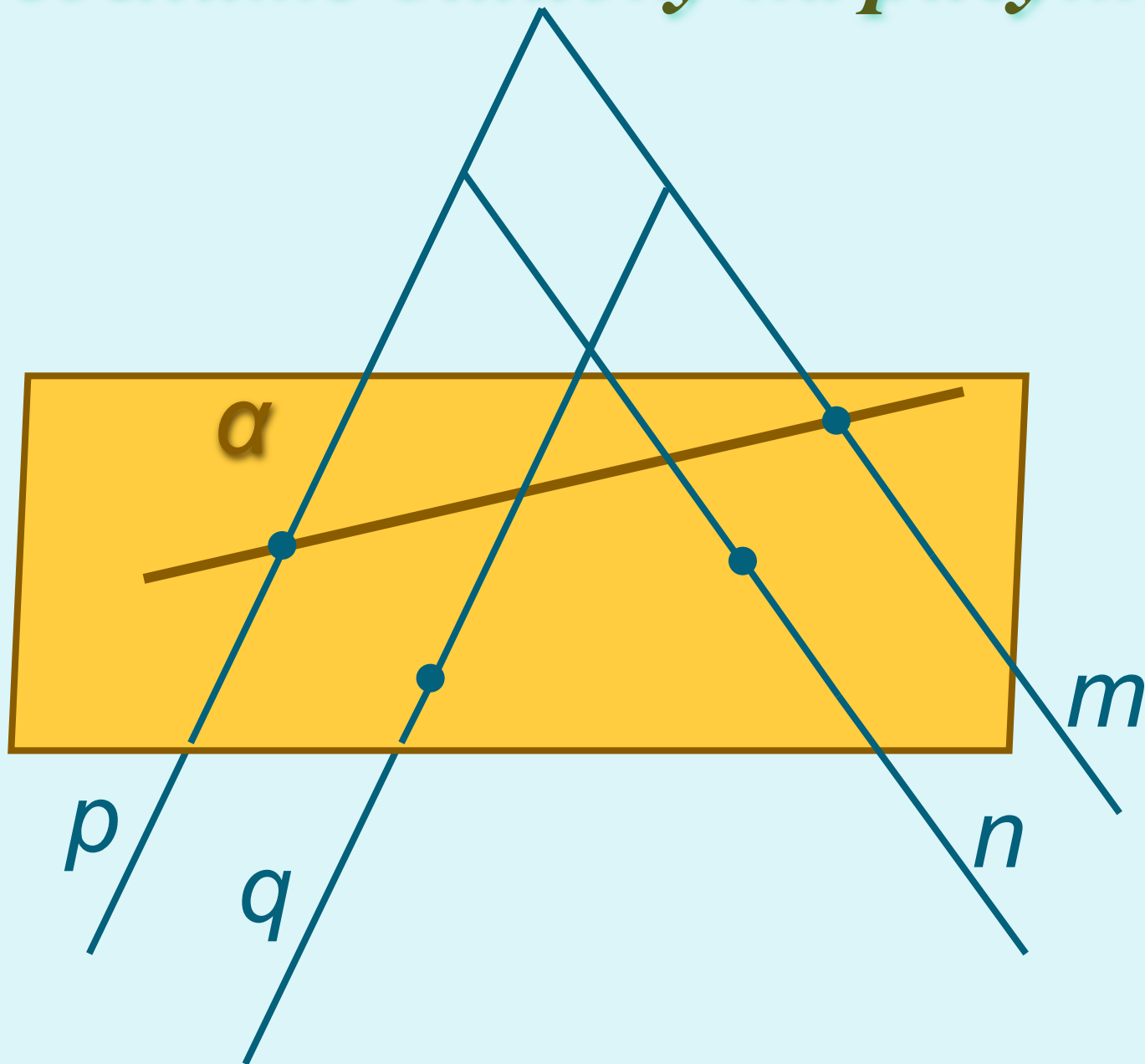


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

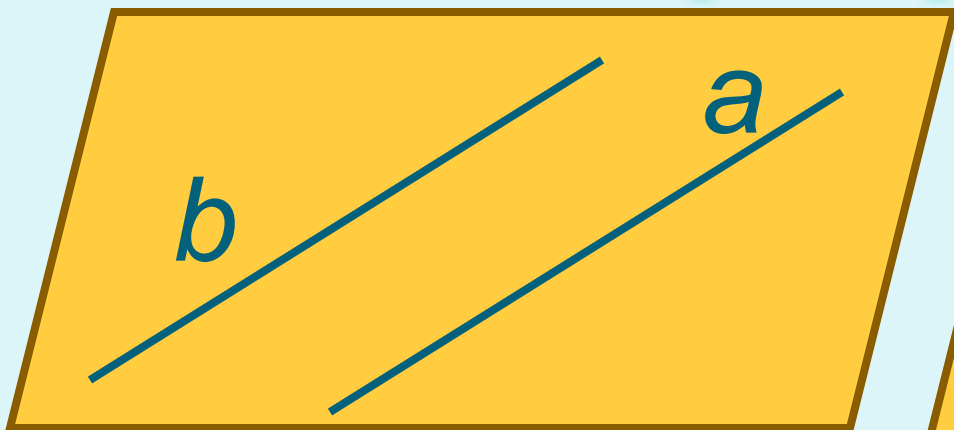
№2



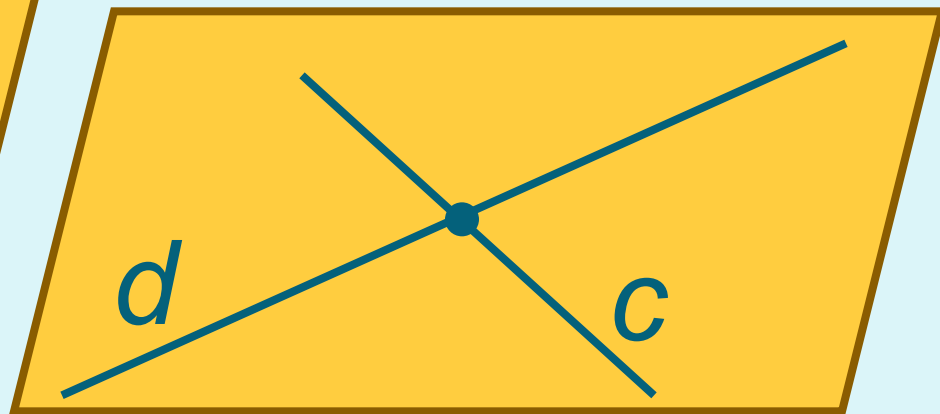
Определите ошибку на рисунке



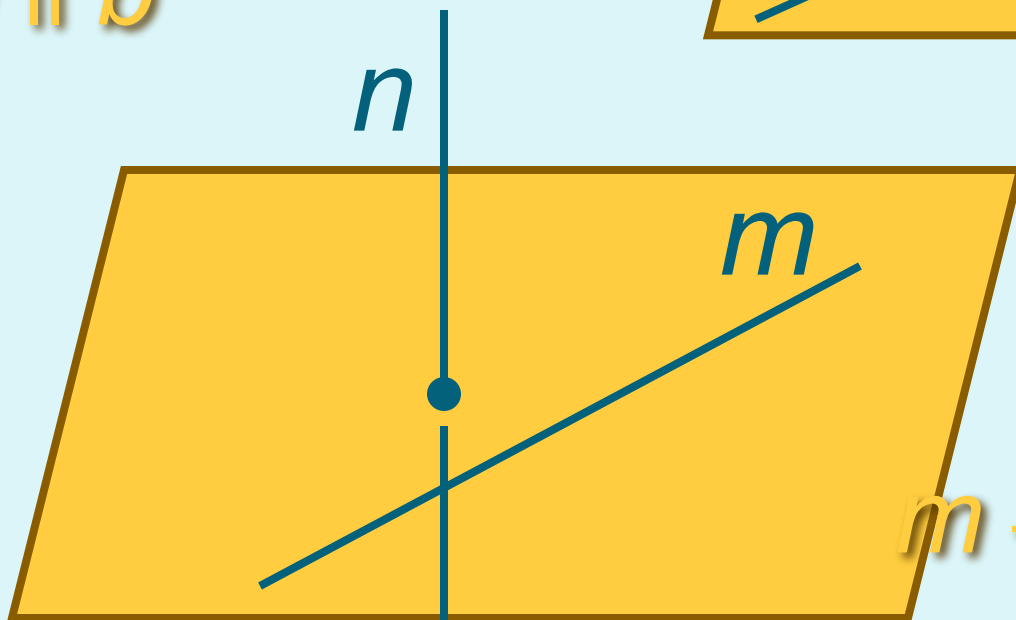
Взаимное расположение прямых в пространстве



$$a \parallel b$$



$$c \cap d$$

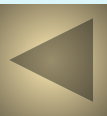


$$m \cap n$$



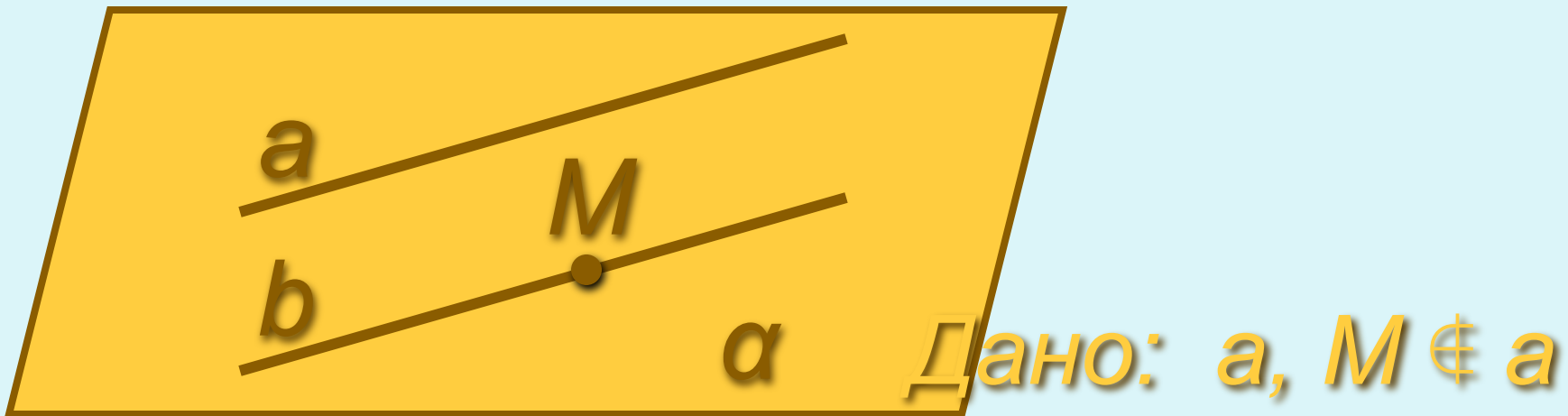
Параллельные прямые в пространстве

Две прямые называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

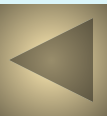


Теорема о параллельных прямых

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



Доказать: 1) $\exists b, M \in b, a \parallel b$
2) $b - !$

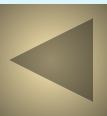
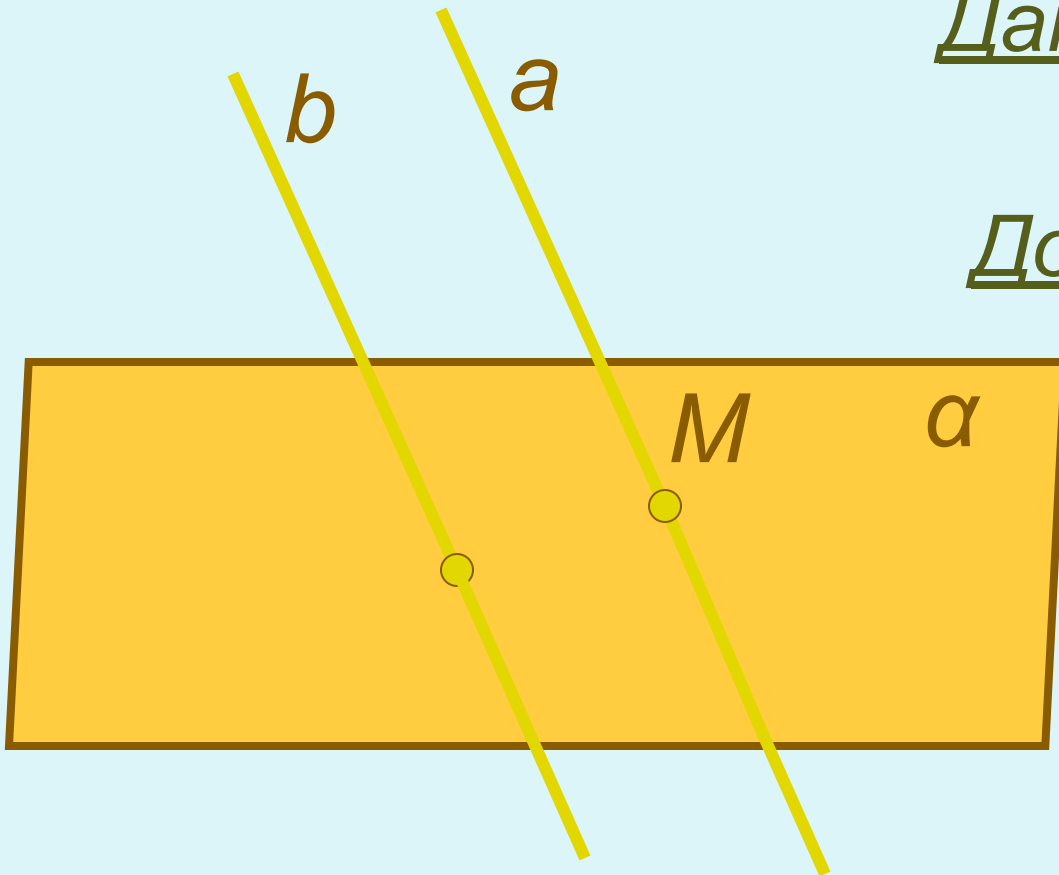


Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

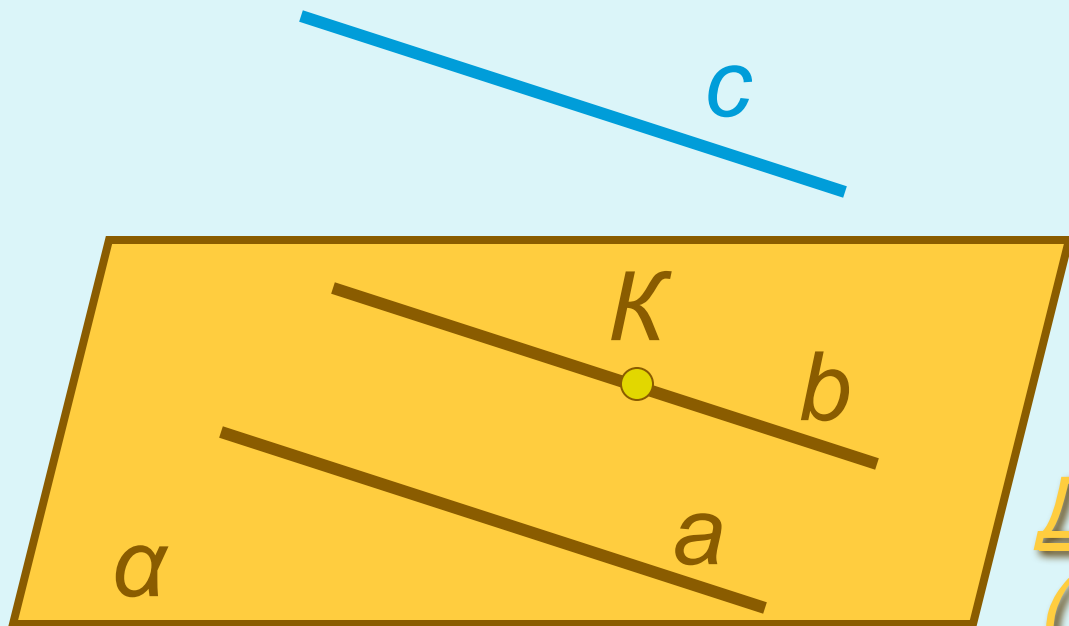
Дано: $a \parallel b$, $a \cap \alpha$

Доказать: $b \cap \alpha$



Теорема о параллельности трех прямых

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

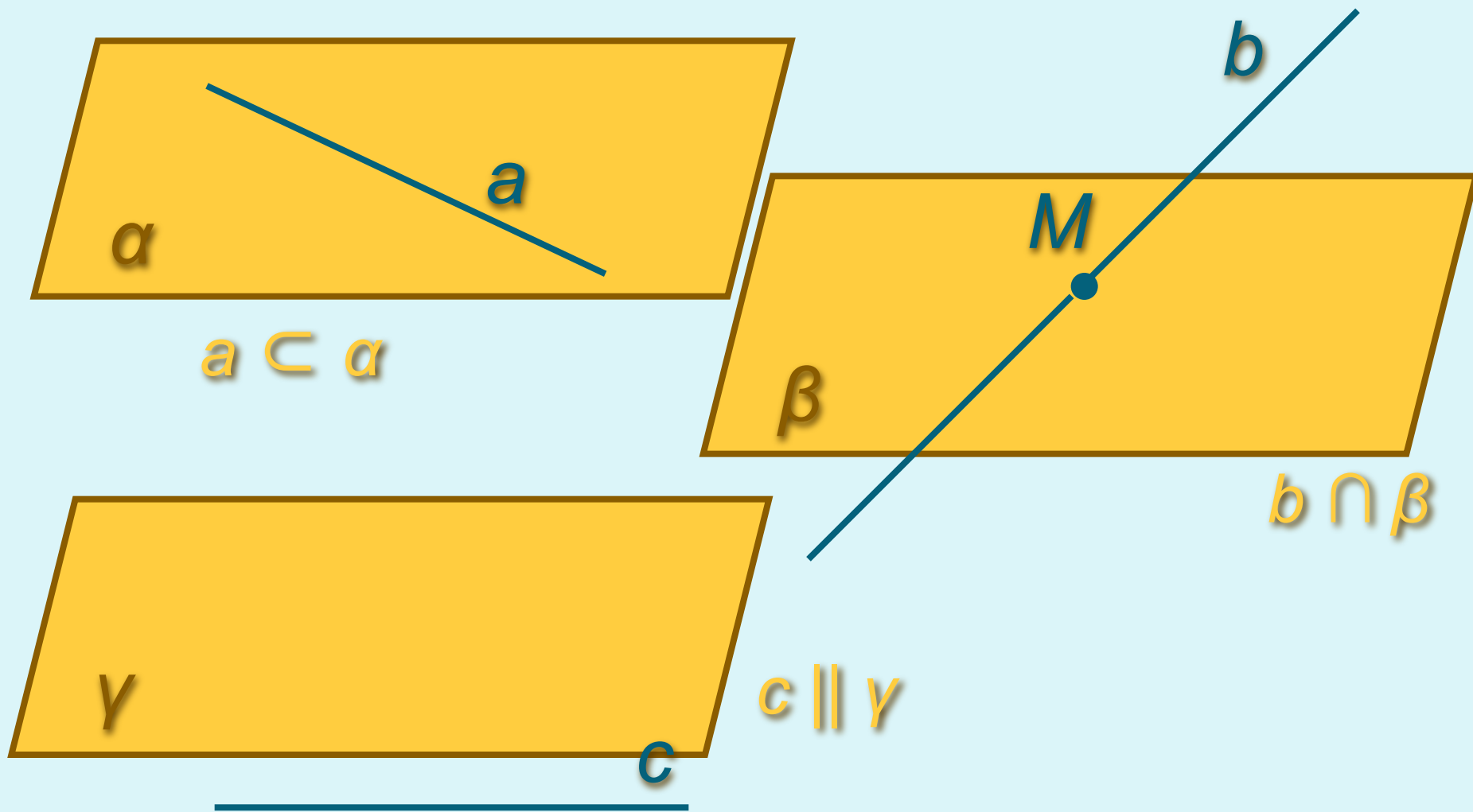


Дано: $a \parallel c; b \parallel c$

Доказать: $a \parallel b$
($a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \not\cap b$)



Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве



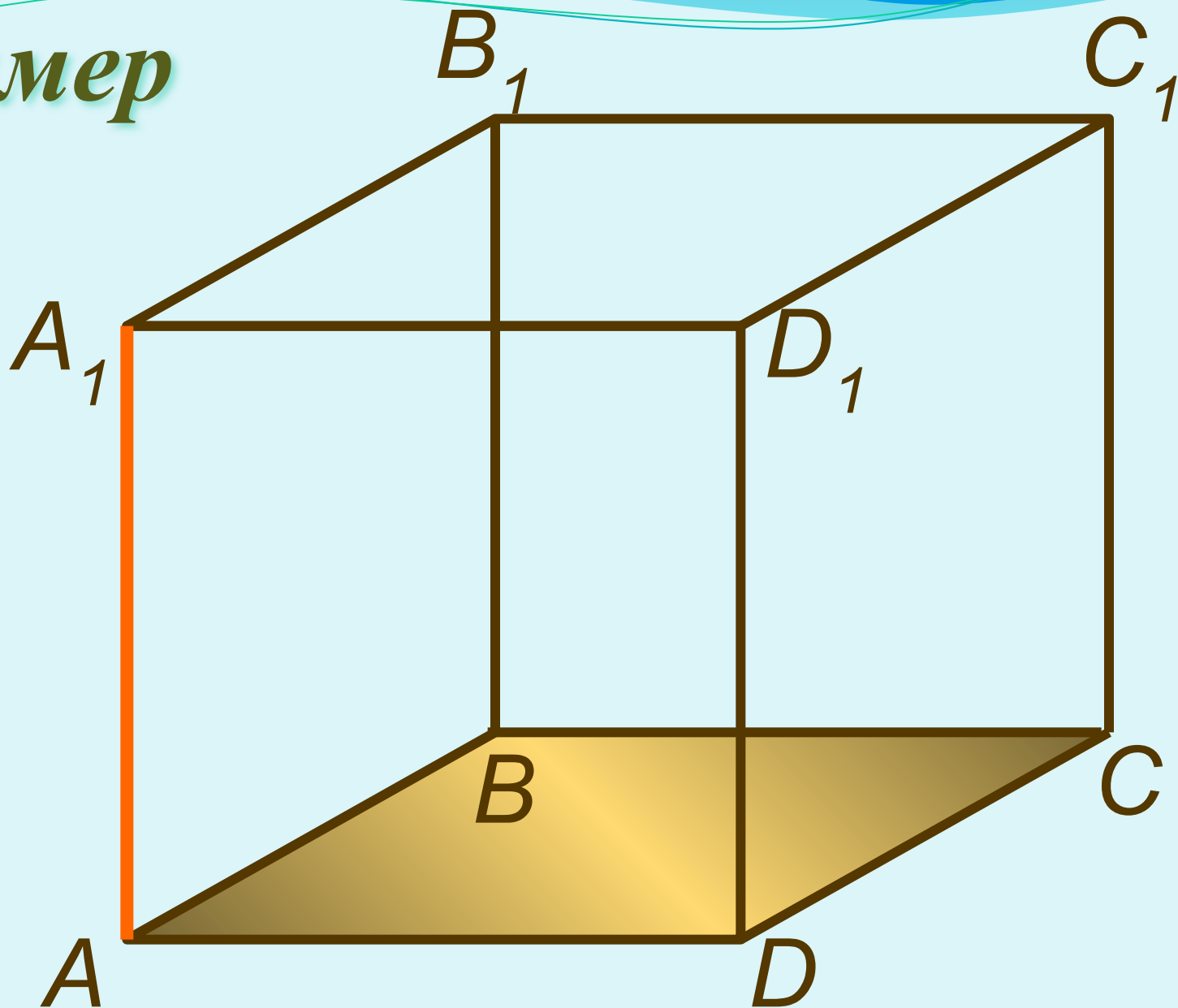
Определение параллельных прямой и плоскости

Прямая и плоскость называются **параллельными**,
если они не имеют общих точек.

$c \parallel \alpha$

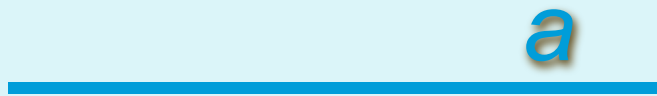


Пример

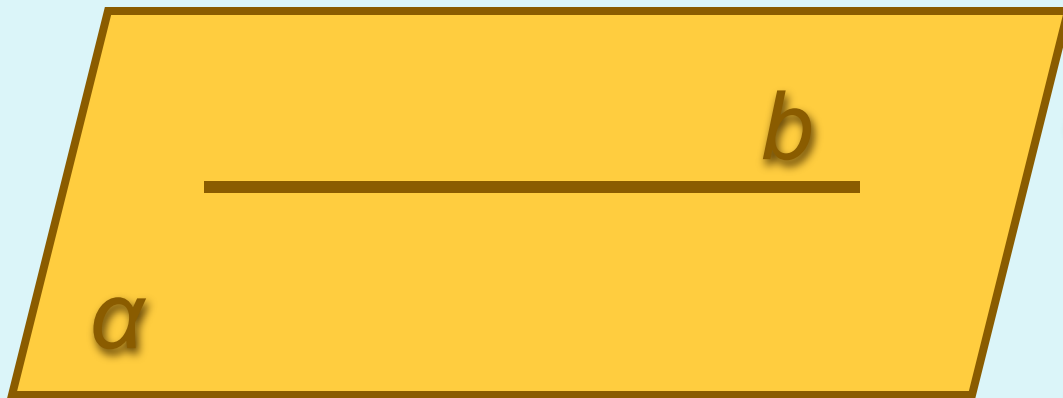


Признак параллельности прямой и плоскости

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.



a

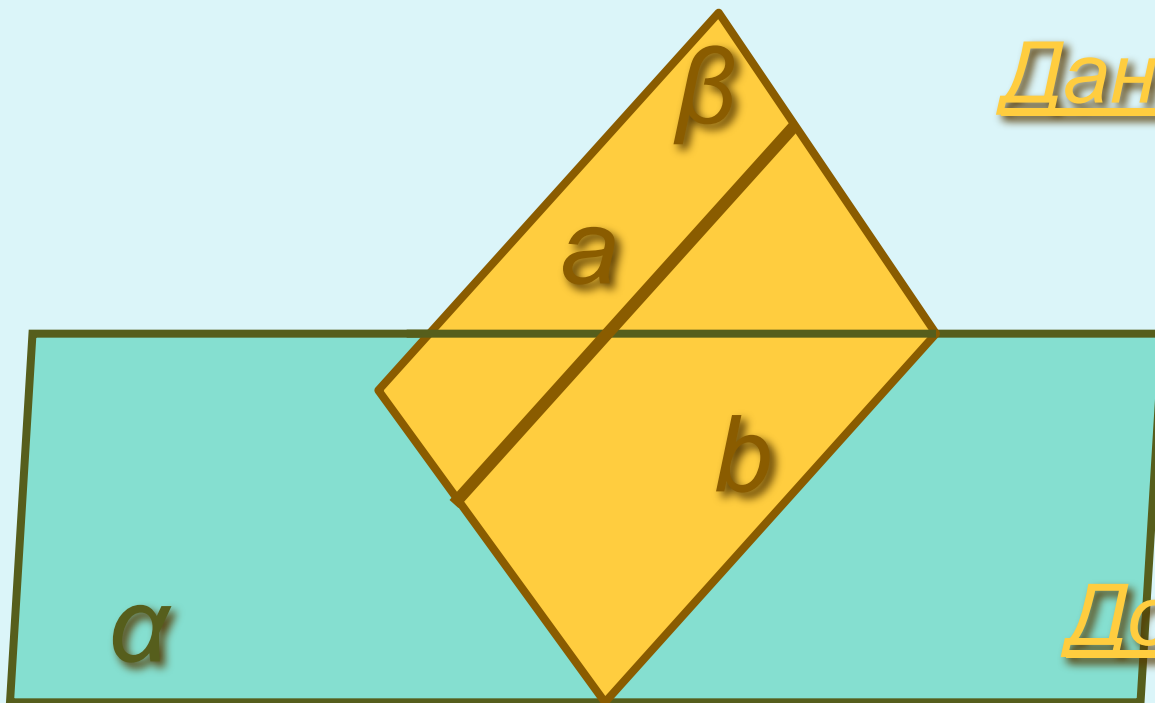


Дано: $a, \alpha, a \not\subset \alpha,$
 $b \subset \alpha, a \parallel b$

Доказать: $a \parallel \alpha$

Свойства параллельных плоскостей (1°)

Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

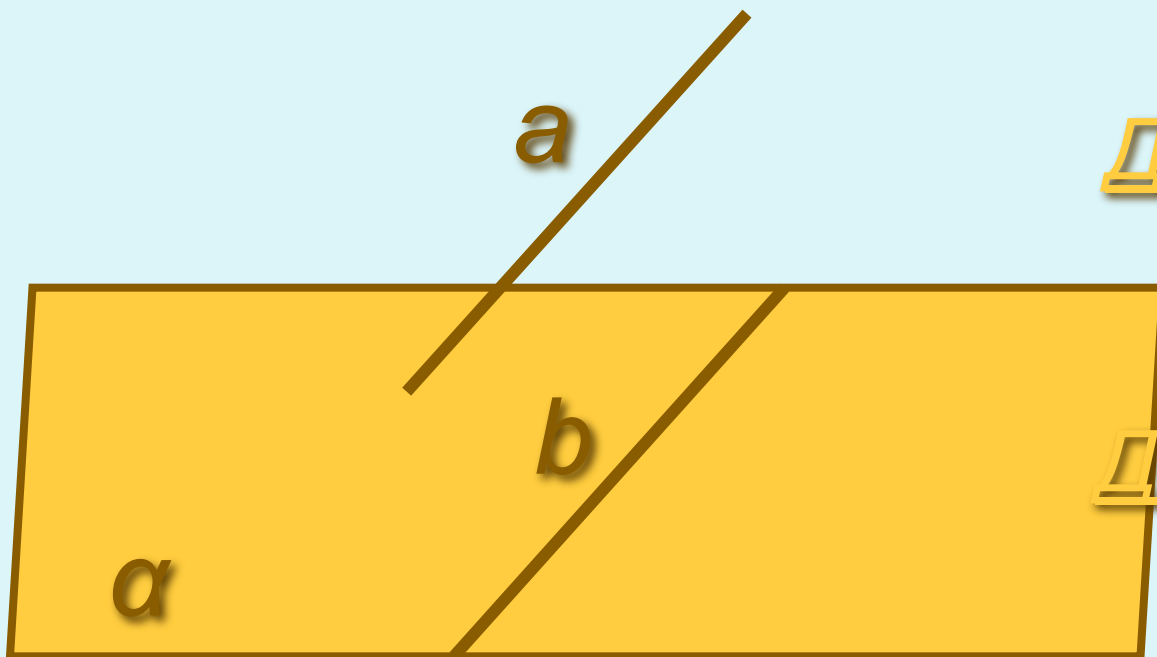


Дано: $a \subset \beta$, $a \not\subset \alpha$,
 $a \parallel \alpha$, $\alpha \cap \beta = b$

Доказать: $a \parallel b$

Свойства параллельных плоскостей (2°)

Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.



Дано: $a \parallel \alpha, a \parallel b$

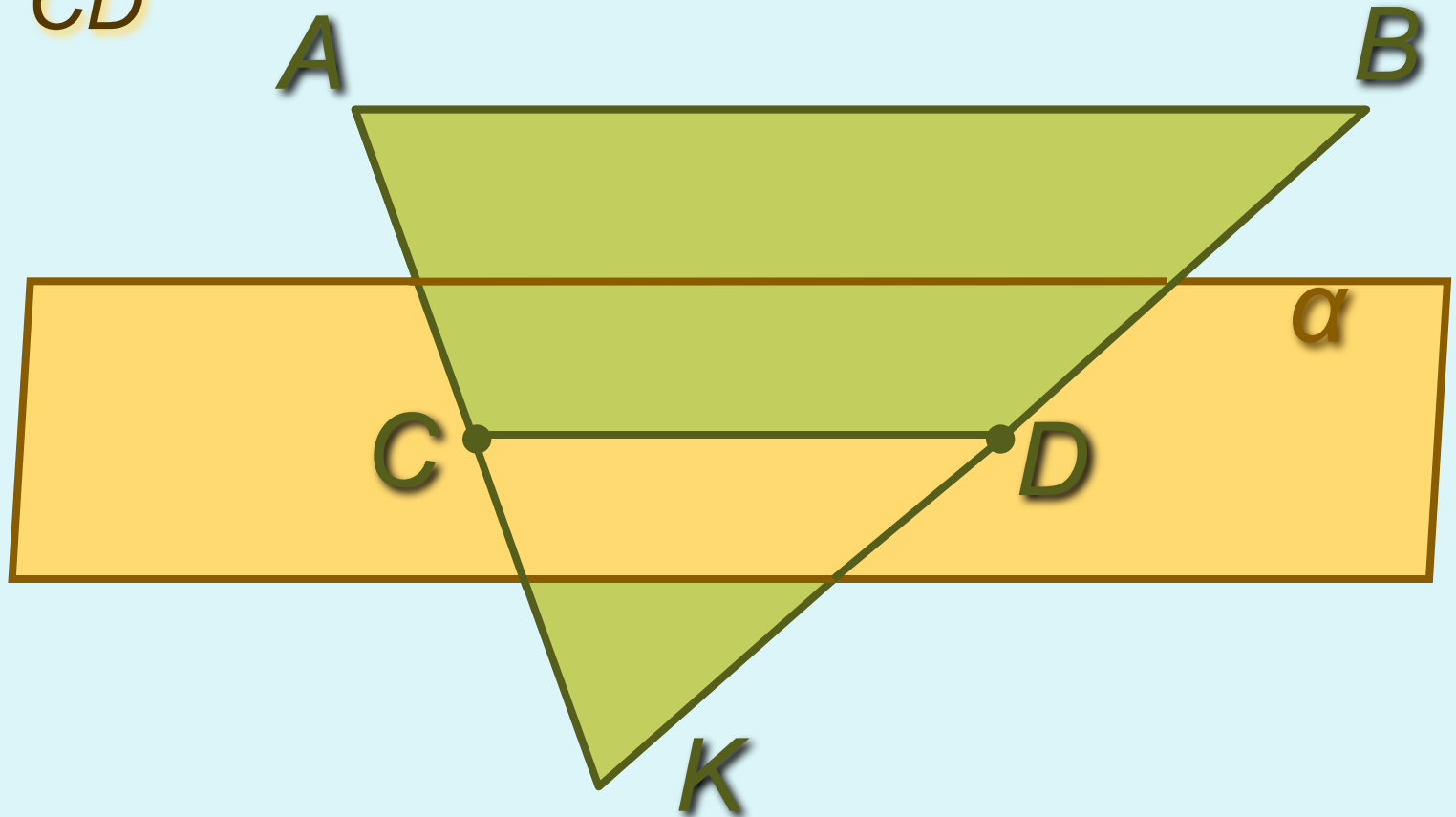
Доказать: $b \parallel \alpha,$
 $b \subset \alpha$

Решите задачу 1

Дано: $AB \parallel \alpha$; $(ABK) \cap \alpha = CD$;
 $CK = 8$; $AB = 7$; $AC = 6$

Доказать: $AB \parallel CD$

Найти: CD



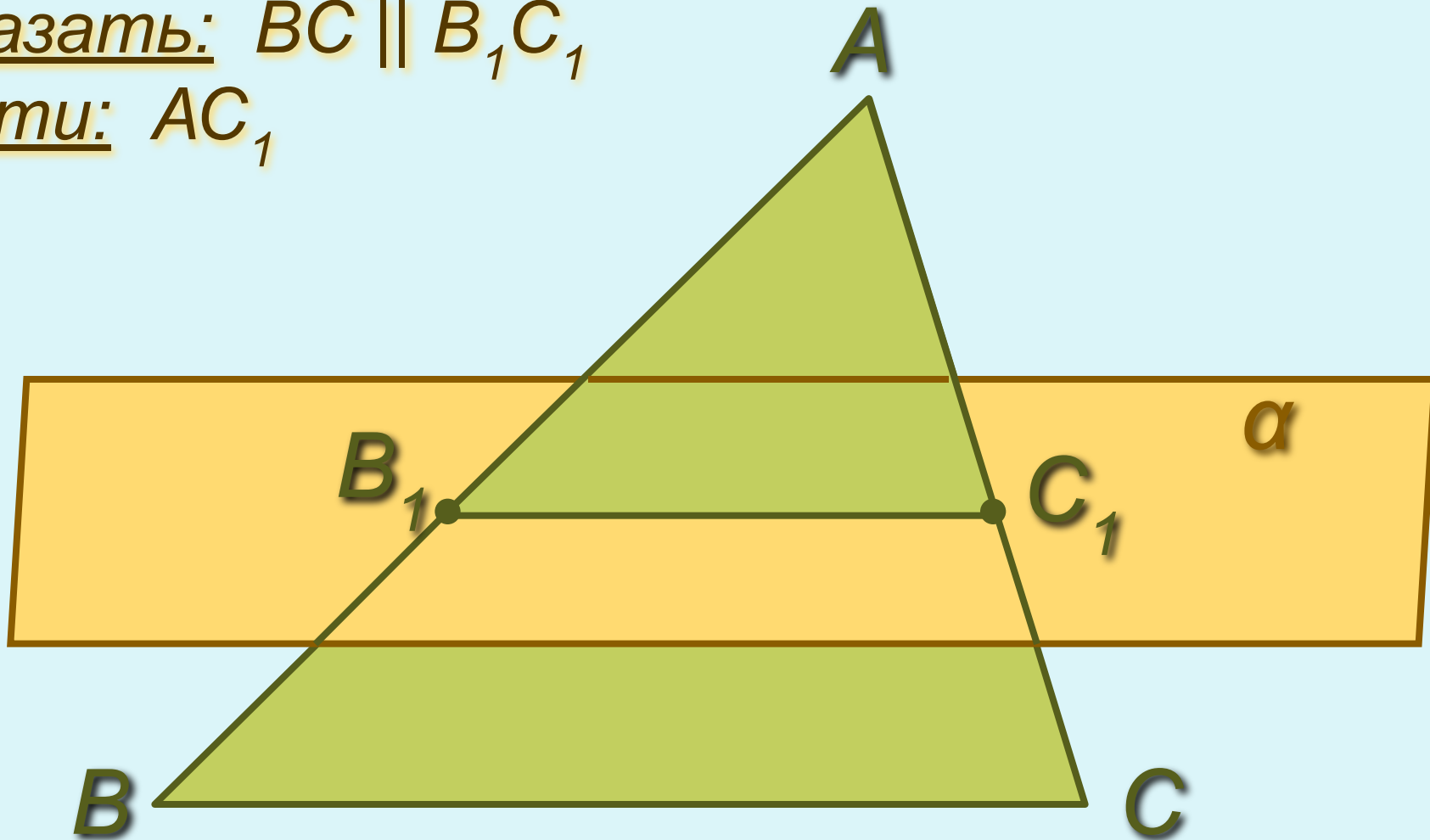
Решите задачу 2

Дано: $AB \cap \alpha = B_1$; $AC \cap \alpha = C_1$; $BC \parallel \alpha$;

$AB : BB_1 = 8 : 3$; $AC = 16$ см

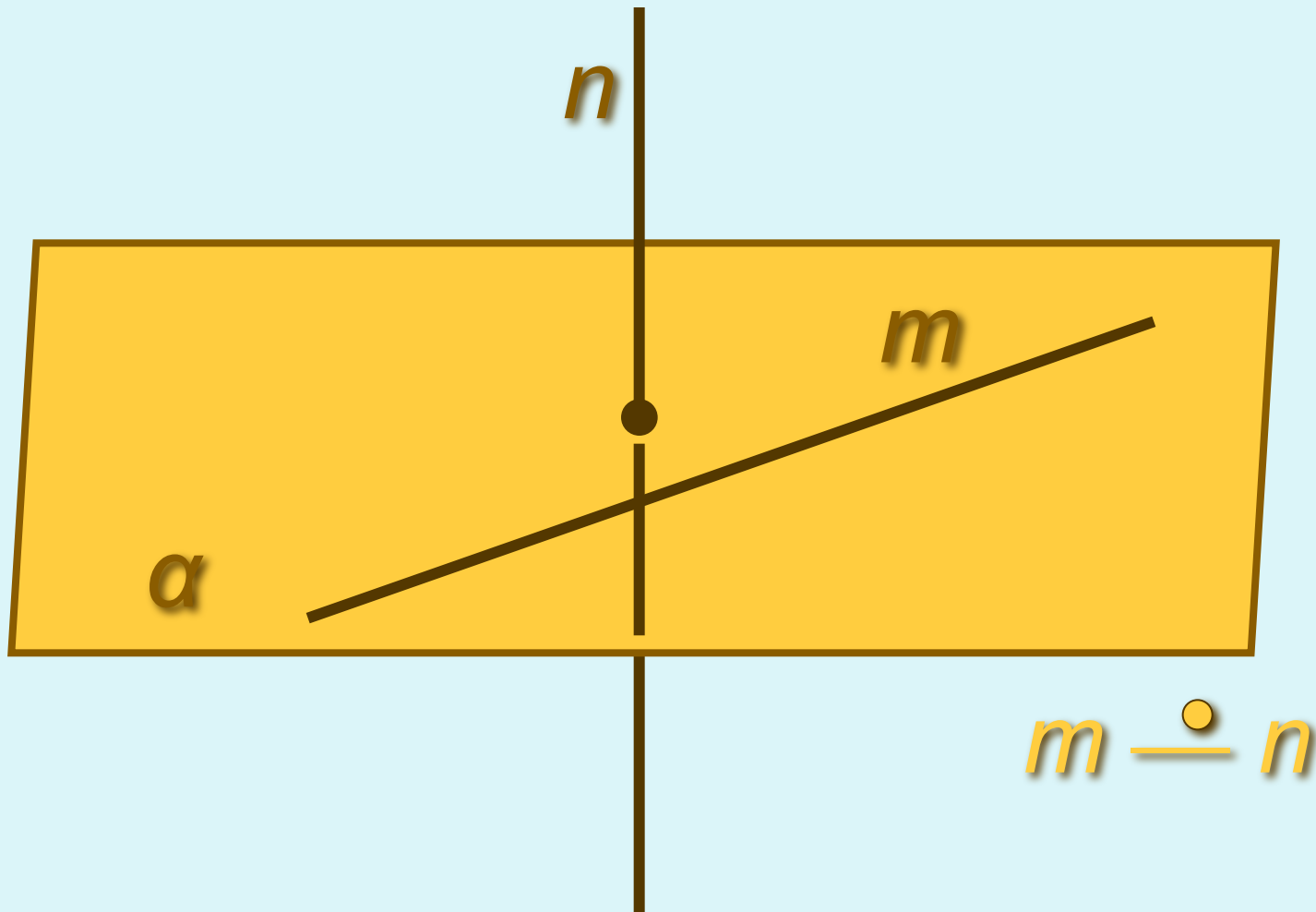
Доказать: $BC \parallel B_1C_1$

Найти: AC_1



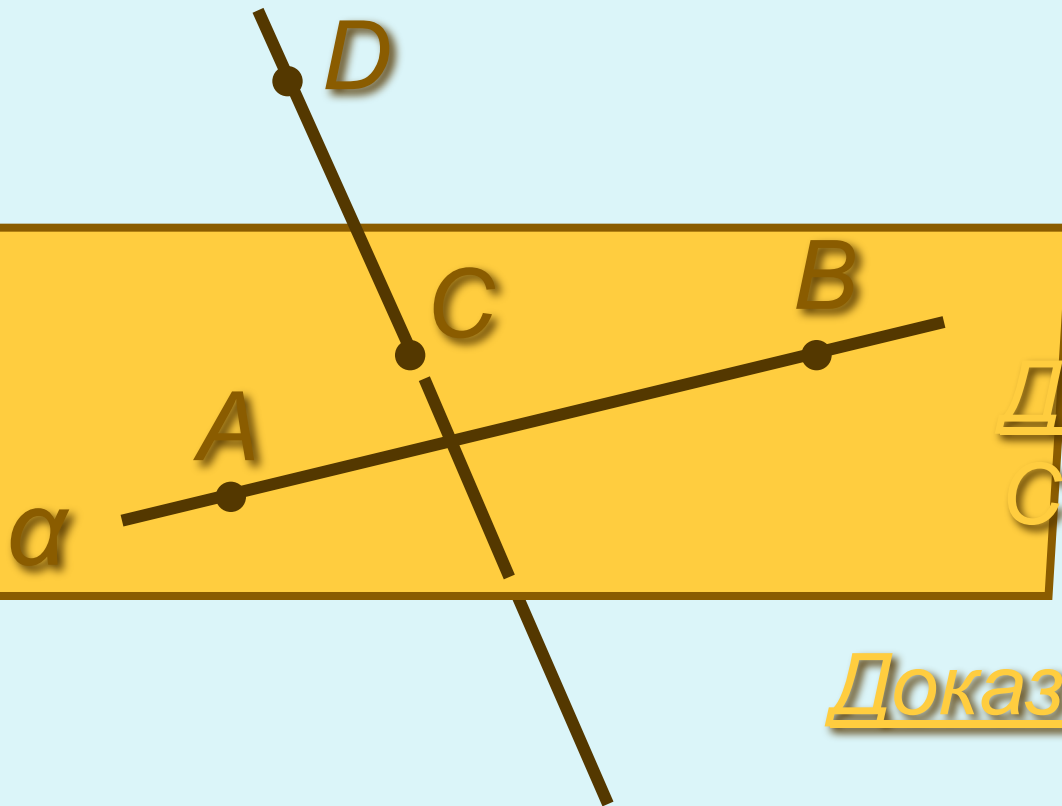
Скрещивающиеся прямые

Две прямые называются **скрещивающимися**, если они не лежат в одной плоскости.



Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

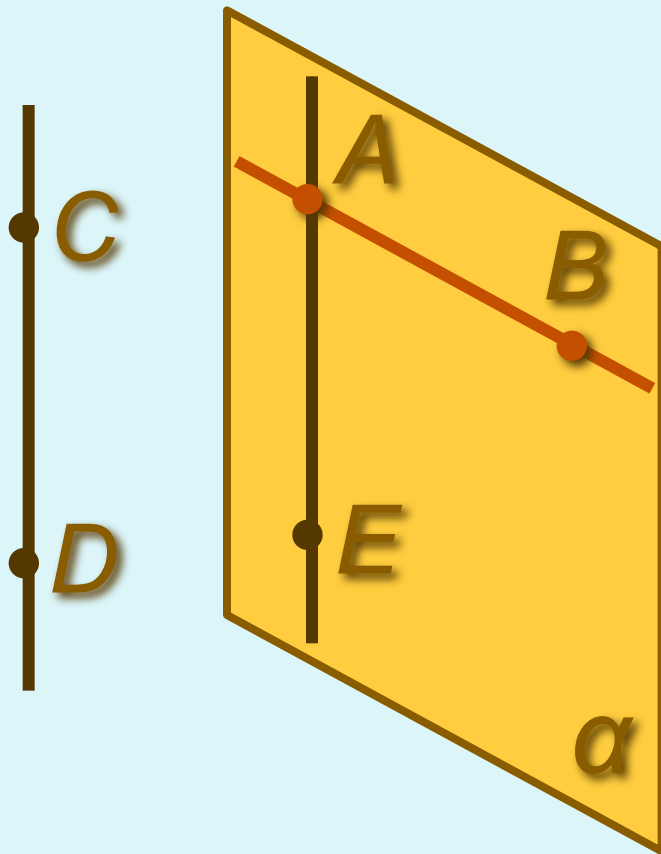


Дано: $AB \subset \alpha$,
 $CD \cap \alpha = C$, $C \notin AB$

Доказать: $AB \text{ — } \cdot \text{ } CD$

Теорема о скрещивающихся прямых

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



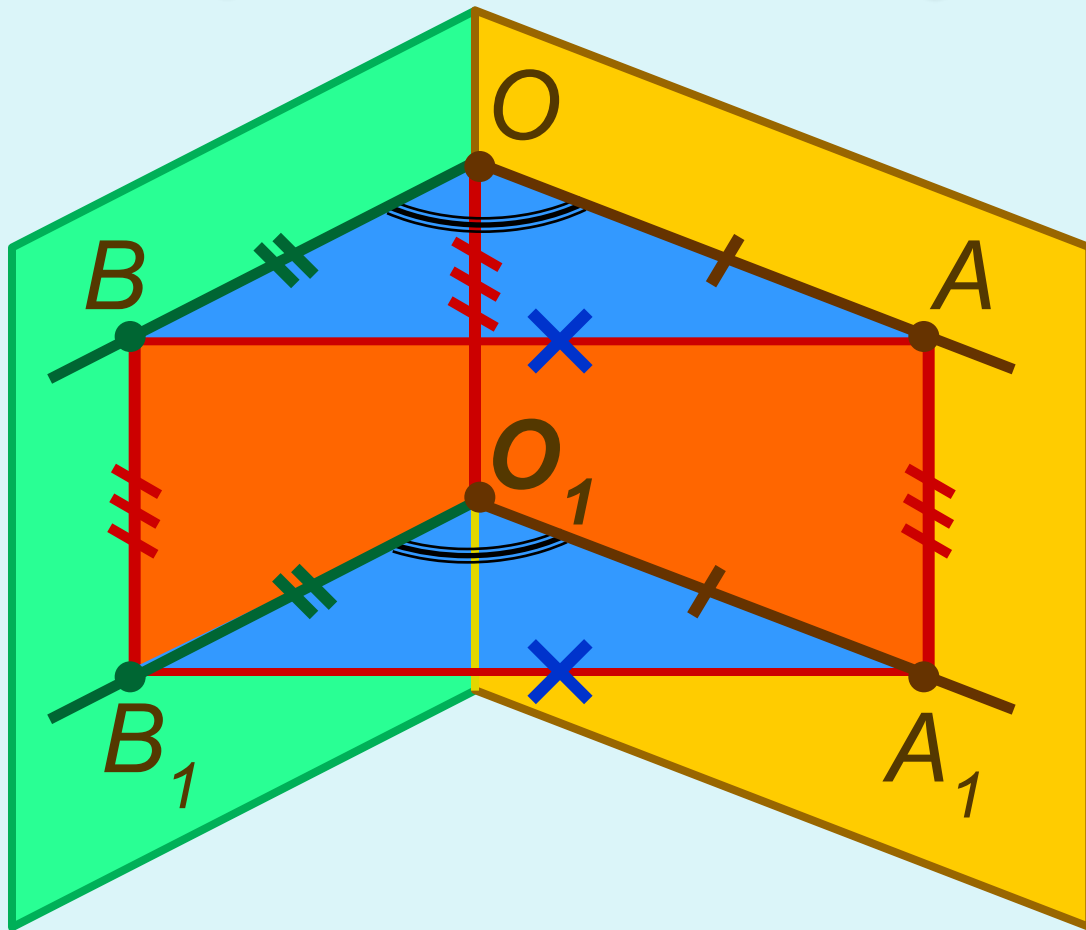
Дано: $AB \not\parallel CD$

Доказать:

- 1) $\exists \alpha, AB \subset \alpha, \alpha \parallel CD$
- 2) $\alpha - !$

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Дано:

$OA \uparrow\uparrow O_1A_1$,

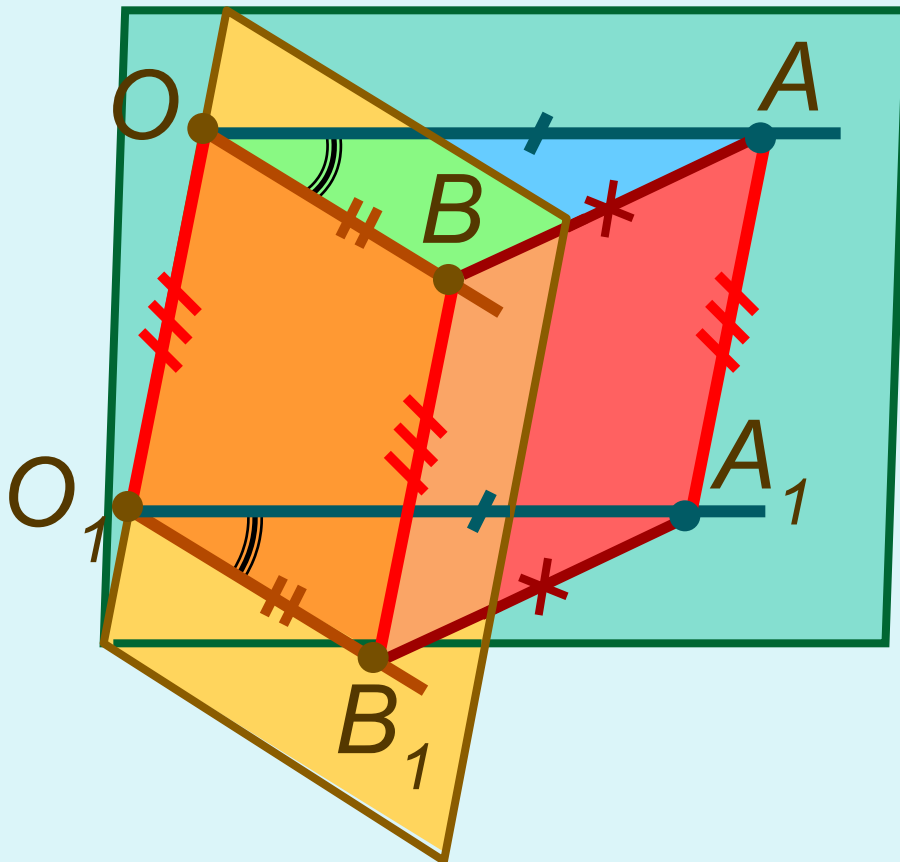
$OB \uparrow\uparrow O_1B_1$

Доказать:

$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



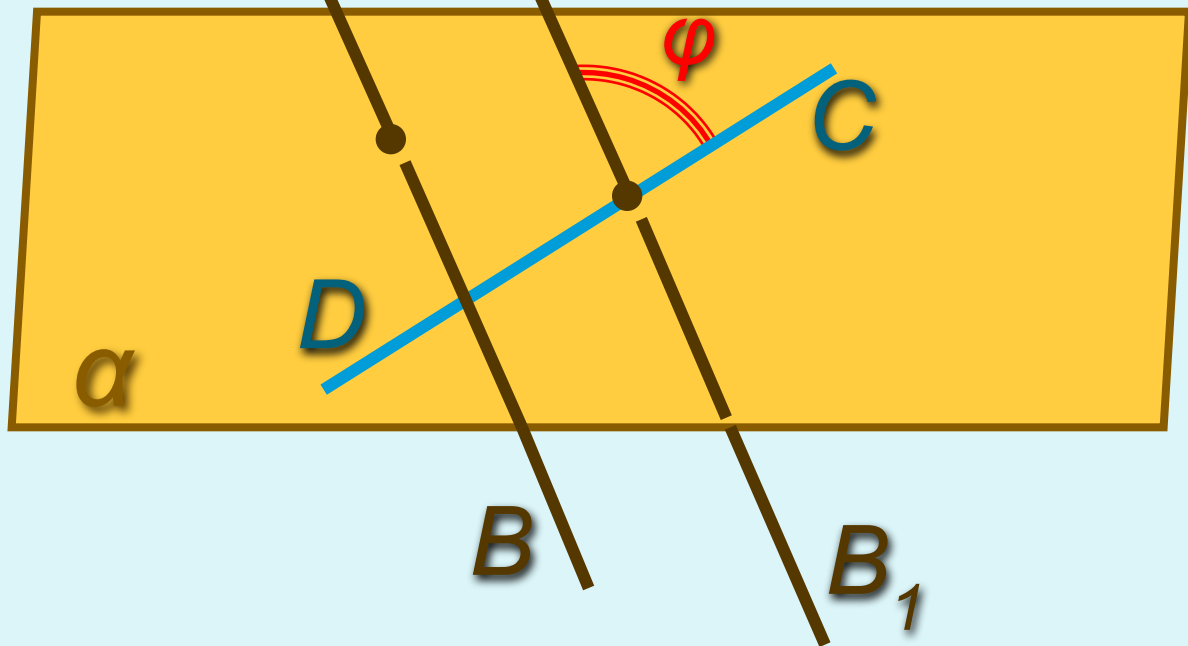
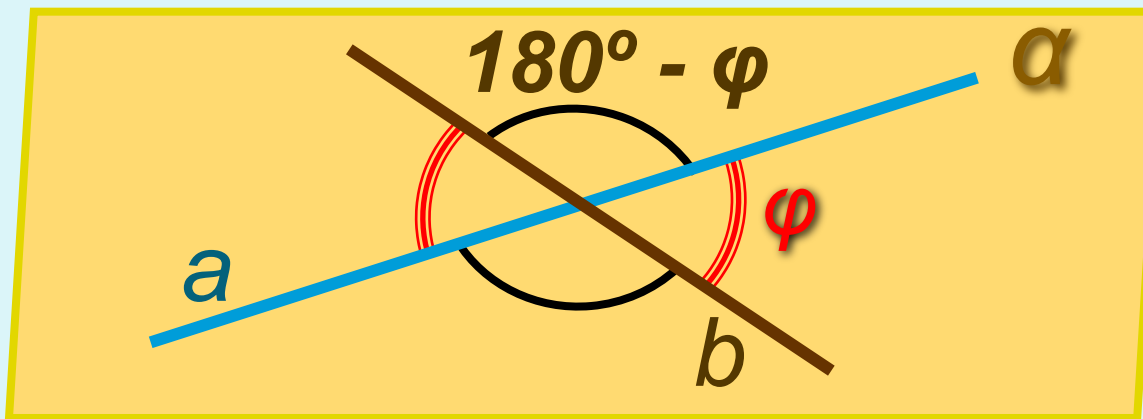
Дано:

$OA \parallel O_1A_1$,
 $OB \parallel O_1B_1$

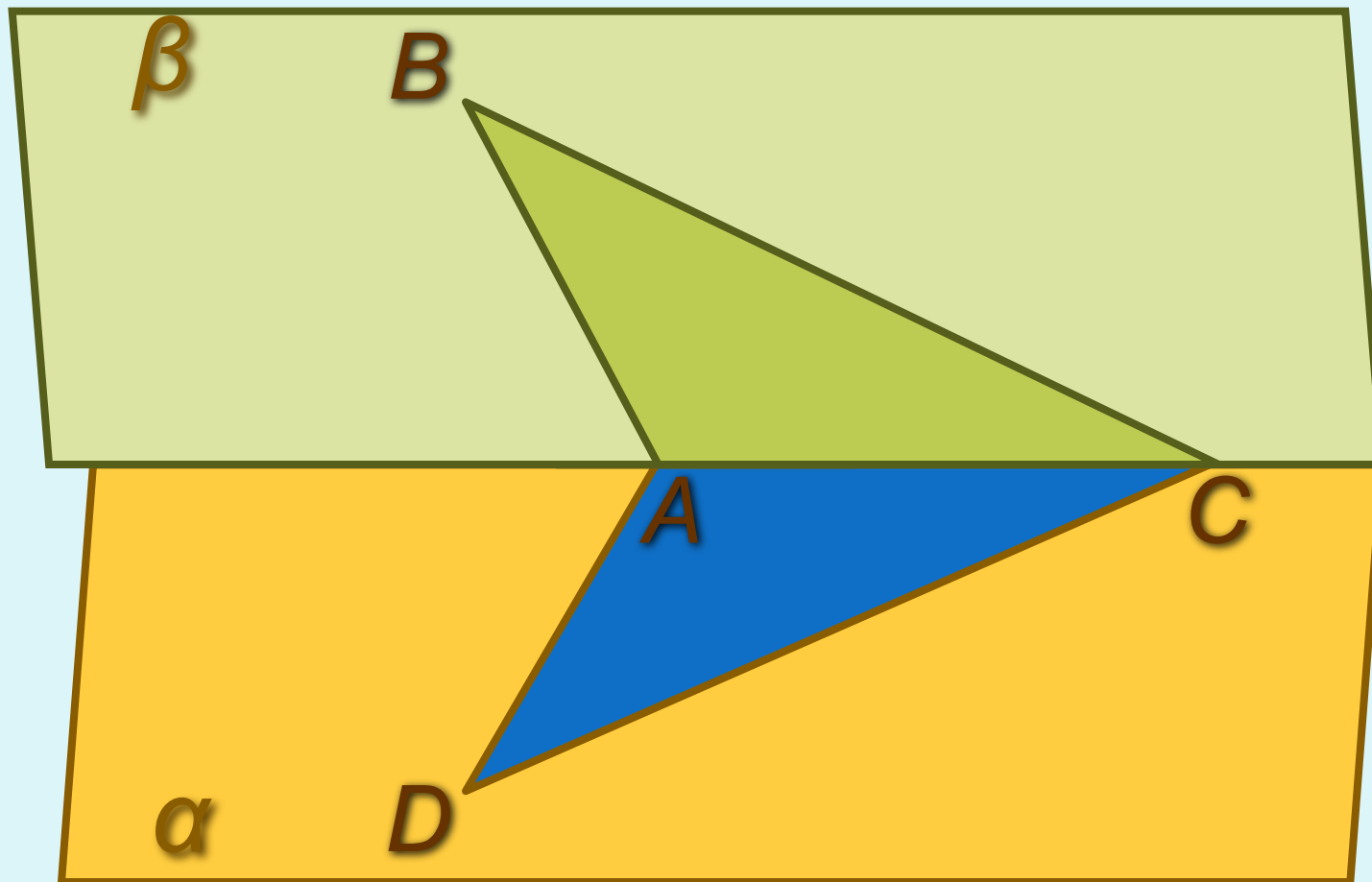
Доказать:

$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$

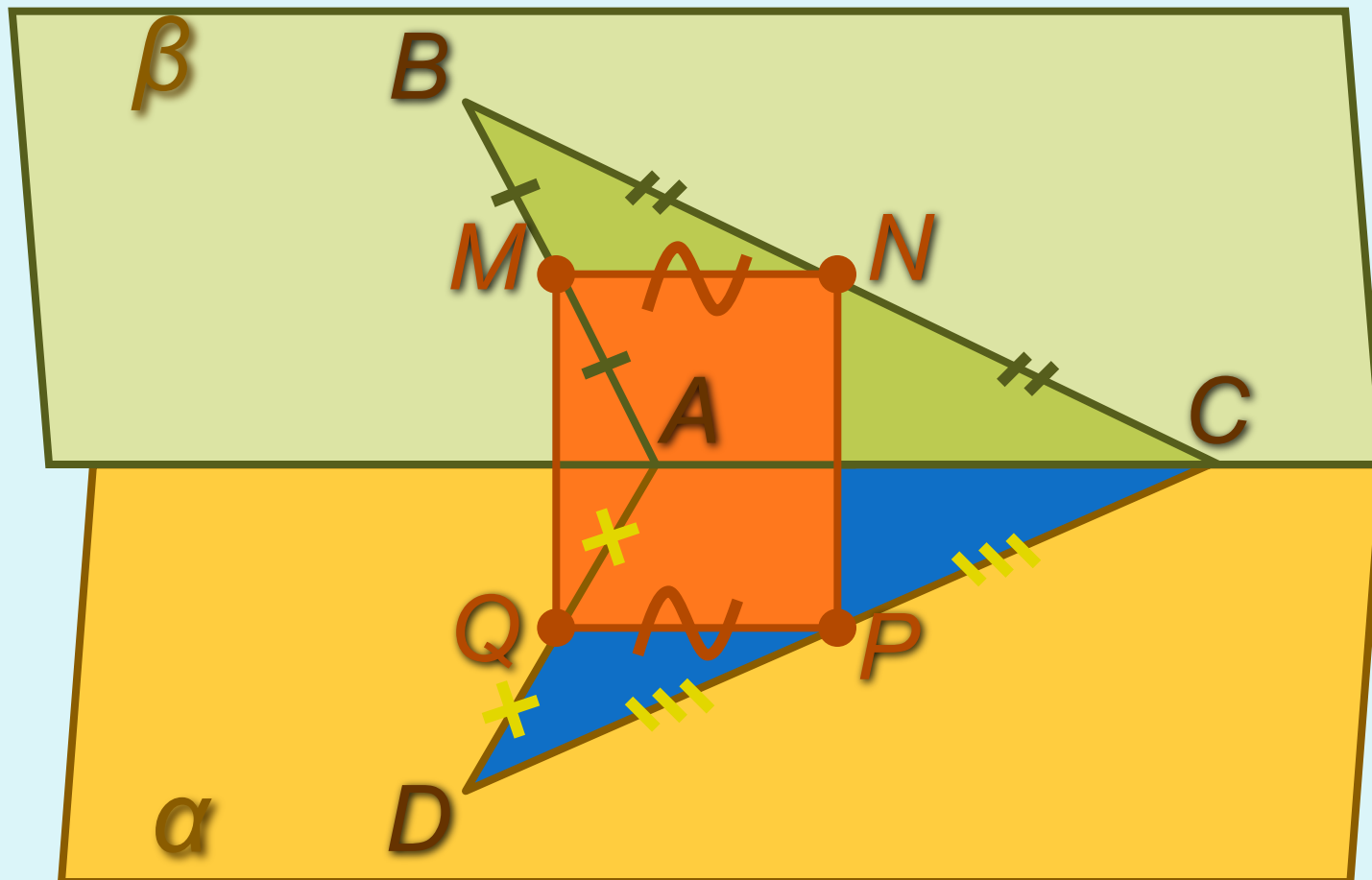
Угол между прямыми



Пространственный четыреугольник



Пространственный четыреугольник



Дано: $ABCD$ – параллелограмм,

$P \notin \alpha$, $\angle PAB = \varphi$.

Найти: $\angle(AP; CD)$.

Вариант 1

Вариант 2

