

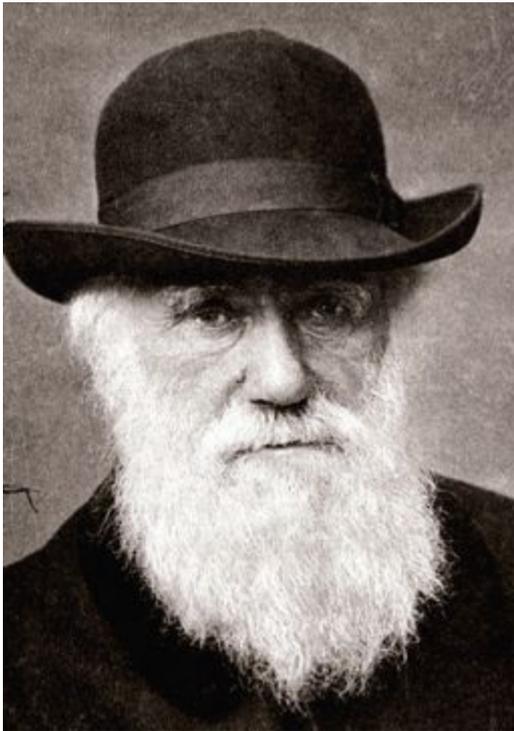
***ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ
ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ И ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ
ФУНКЦИЙ В РАЗЛИЧНЫХ ОБЛАСТЯХ
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И МАТЕМАТИКИ***

**Подготовил обучающийся
группы №13 Матрашилов Алексей
Руководитель: Ковалева В.С.**

Мой вопрос:

- *«А где применяются те знания, которые мы получаем на уроках математики?»*

История возникновения логарифма



- В 1614 году шотландский математик-любитель Джон Непер опубликовал на латинском языке сочинение под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов».



- в XX веке Владимир Модестович Брадис придумал способ, позволяющий до минимума сократить утомительные расчеты. А результаты расчетов представить в виде таблиц.
- Кропотливых расчетов В.М. Брадису предстояло проделать много.
- Но они сэкономили массу времени всем последующим пользователям его таблиц.



(1890–1975 гг.)

Владимир Модестович Брадис

- Эти таблицы стали советским бестселлером. С 1930 года их издавали едва ли не ежегодно в течение тридцати лет. Эту книжку читали миллионы. Школьники, студенты, инженеры – таблицы Брадиса были у всех.



Задача 1

Пусть вкладчик положил в банк 10 000 руб. под ставку 12% годовых. Через сколько лет его вклад удвоится?

Для решения используем формулу сложных процентов

Получаем $2 = \left(1 + \frac{12}{100}\right)^n$

$$S = A \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$$

Решаем

уравнение $n = \log_{1,12} 2 = \frac{\lg 2}{\lg(1,12)} \approx \frac{0,3010 \boxtimes}{0,0492 \boxtimes} = 6,11$

Получаем ответ: удвоение вклада произойдет через 6 лет (с небольшим).

Логарифмы в биологии



Решение.

$q=8, t=2, p=100/8, B=500.$

Значит, требуемое время соответствует значению

$$\text{выражения } \frac{2 \cdot (\lg 500 - \lg 8)}{\lg \frac{100}{8}} \approx \frac{2 \cdot 1,7959}{1,0970} \approx 3,27$$

**, то есть примерно через 3 ч.
15 мин**

- **Задача №2**
- В начальный момент времени было 8 бактерий, через 2 ч после помещения бактерий в питательную среду их число возросло до 100. Через сколько времени с момента помещения в питательную среду следует ожидать колонию в 500 бактерий?



Задача №1.

- Население города возрастает ежегодно на 3%. Через сколько лет население этого города увеличится в 1,5 раза?



$$y = a^x$$



Решение.

Для решения этой задачи применим формулу

сложных процентов:

$$A = a \left(1 + \frac{p}{100} \right)^x.$$

Применение показательной функции

Примем население города за a ,

тогда $A = 1,5a$, $p\% = 3$ и

x – неизвестно.

$$1,5 = \left(1 + \frac{3}{100} \right)^x$$

- *Выполнив необходимые преобразования, получим ответ:*
- Примерно через 14 лет.

Радиоуглеродный анализ.

	<i>Среда раствора</i>		
	<i>кислая</i>	<i>нейтральная</i>	<i>щелочная</i>
<i>Концентрация ионов H^+ (моль/л)</i>	$H^+ > 10^{-7}$	$[H^+] = [OH^-] = 10^{-7}$	$[H^+] < 10^{-7}$
<i>Водородный показатель pH</i>	$pH < 7$	$pH = 7$	$pH > 7$

Задача №4

- Известно, что соотношение между углеродом C^{12} и его радиоактивным изотопом C^{14} во всех живых организмах постоянно.
- Период полураспада углерода C^{14} составляет 5760 лет.
- Определите возраст остатков мамонта, найденных в вечной мерзлоте на Таймыре, если относительное содержание изотопа C^{14} в них составляет 26% от его количества в живом организме.

Решение.



- Пусть изначально изотопа C^{14} было m , получим $q = m$, $t = 5760$, $p = 1/2$, $B = 0,26m$,

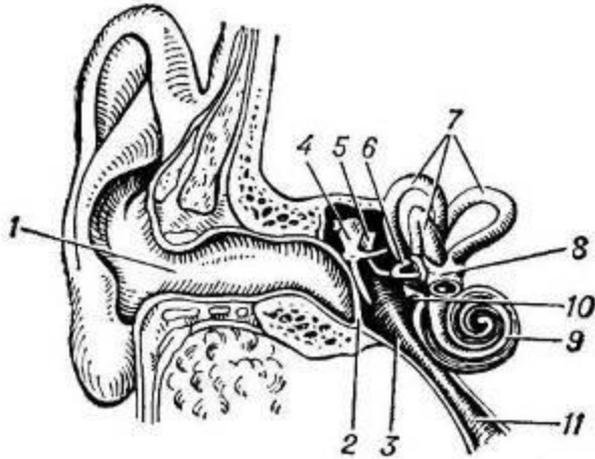
и значит,

$$x = \frac{(\lg B - \lg q)}{\lg p} = \frac{5760(\lg(0,26m) - \lg m)}{\lg \frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{5760 \cdot \lg \frac{0,26m}{m}}{-\lg 2} = -\frac{5760 \lg 0,26}{\lg 2} = -\frac{5760 \cdot (-0,5850\dots)}{0,3010\dots} \approx 11200$$

- Возраст останков мамонта составляет примерно 11200 лет.**

Логарифмы «на слуху» и в ухе



- Она напоминает спирально закрученную трубку. **Контур «улитки» можно соотнести с логарифмической спиралью в математике.**

- Одно из наиболее важных понятий акустики — тон, представляющий собой непосредственное восприятие колебаний, возникающих при звучании струны, человеческого голоса или других источников звука.
- Рассматривая устройство уха, можно заметить орган, который называется улиткой. Название вполне оправдано, так как форма этой части действительно напоминает улитку

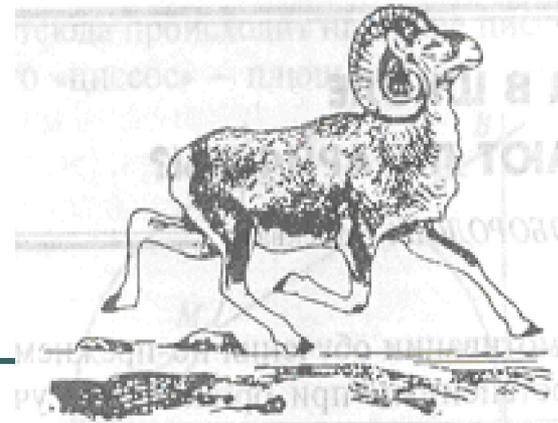
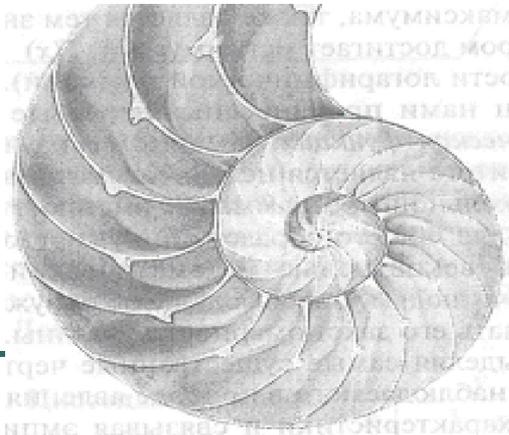
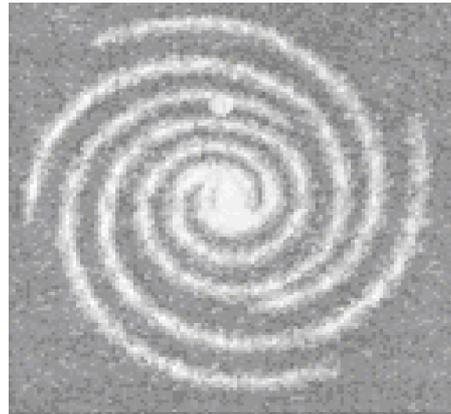
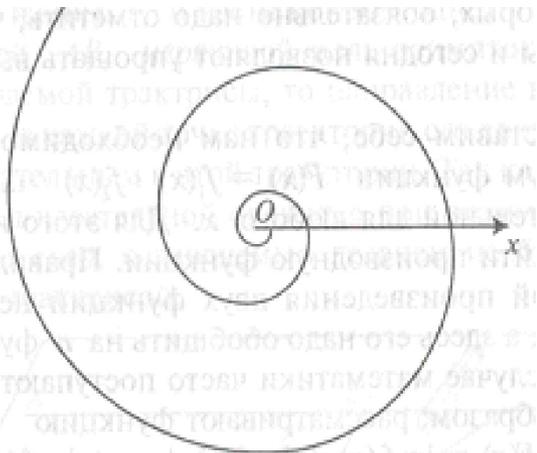
Логарифмическая спираль



- Первым ученым, открывшим эту удивительную кривую, был **Рене Декарт** (1596—1650).
- Спирали, встречающиеся в природе, чаще всего бывают логарифмическими.

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ

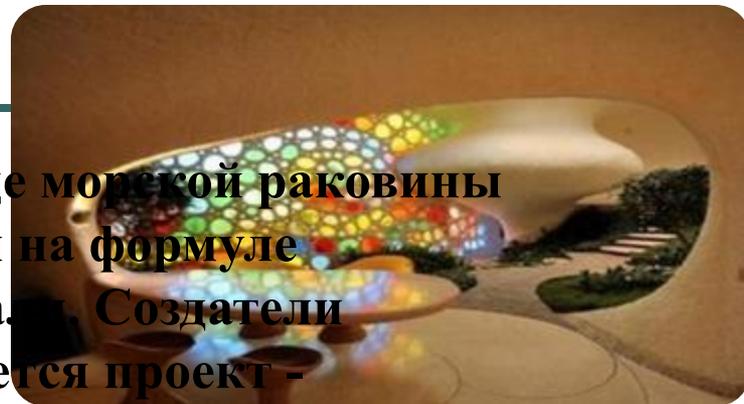
Раковины многих моллюсков, улиток, а также рога горных козлов закручены по логарифмической спирали



Логарифмы и архитектура



Дом, построенный в виде морской раковины в Мехико, основывается на формуле логарифмической спирали. Создатели Наутилуса - так называется проект - попытались создать ощущение четвертого измерения, которое должно возникать, если находиться внутри строения.



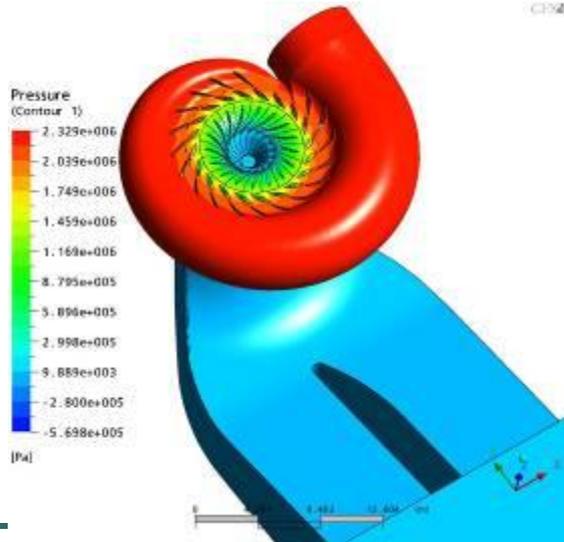
По логарифмическим спиральям закручены и многие галактики, в частности Галактика, которой принадлежит солнечная система



Логарифмическая спираль в технике

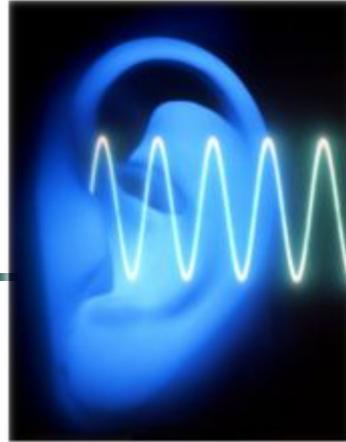


- Логарифмическая спираль пересекает свои радиус-векторы под постоянным углом. На основании этого ее называют равноугольной.
- Это свойство находит свое применение в технике. Дело в том, что в технике часто применяются вращающиеся ножи. Сила с которой они давят на разрезаемый материал, зависит от угла резания, т.е. угла между лезвием ножа и направлением скорости вращения. Для постоянного давления нужно, чтобы угол резания сохранял постоянное значение, а это будет в том случае, если лезвия ножей очерчены по дуге логарифмической спирали. Величина угла резания зависит от обрабатываемого материала.
- В гидротехнике по логарифмической спирали изгибают трубу, проводящую поток воды к лопастям турбины. Благодаря такой форме трубы потери энергии на изменение направления течения в трубе оказываются минимальными и напор воды используется с максимальной производительностью.



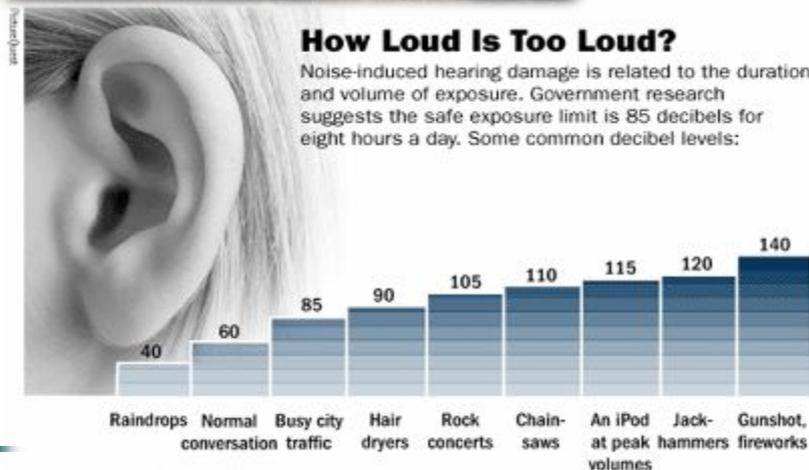


- В 1846г. физиолог Вебер установил зависимость между ощущением и раздражением, вызывающим это ощущение.
- Вебер заметил, что прирост громкости (слухового восприятия) получится при увеличении силы звука на 10%.



В дальнейшем (в 1860г.) уже другой ученый – Фехнер подверг закон Вебера математической обработке.

- По результатам исследования был сформулирован общий психофизический закон Вебера - Фехнера, согласно которому ощущение изменяется пропорционально логарифму раздражения





Логарифмы и равномерная темперация



$$x^{12} = 2$$

- Со звуком ля первой октавы связана следующая легенда.
- Очень давно у древнеегипетского города Фивы каждое утро этот звук издавала колоссальная статуя Мемнона.
- Звучавшее «ля» давало возможность музыкантам получить чистый настрой струн своих инструментов.
- Позже люди научились получать звук «ля» с помощью специального прибора – камертона.



А.А. Эйхенвальд

Логарифмы в музыке



Даже изящные
искусства питаются
ею.

Разве музыкальная
гамма не есть

Набор передовых
логарифмов?

$$\log_2 N = m + \frac{p}{12}$$

Применение показательной функции

Остывание чайника



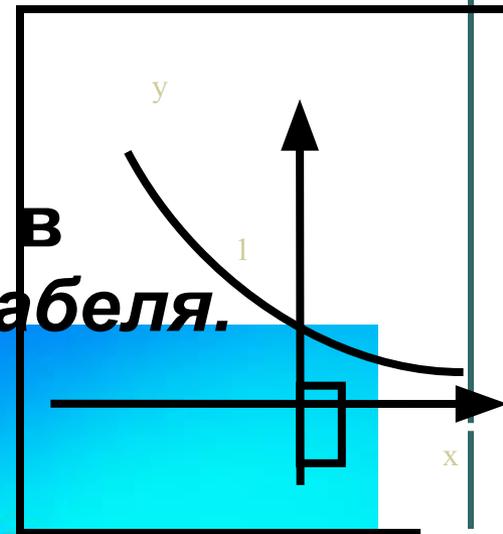
$$T = (100 - T_0) \cdot e^{-kt}$$

Применение показательной функции

Потери силы тока.

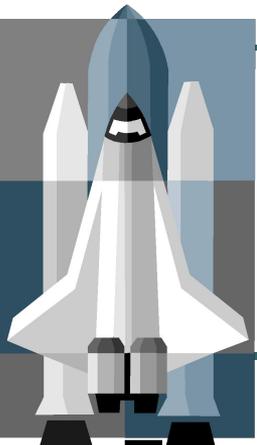


При передаче электроэнергии по подводному кабелю потери в силе тока за счет утечки в воду пропорциональны длине кабеля.



$$y = 0,995^x$$





Формула К.Э.Циолковского

- Если не учитывать сопротивление воздуха и притяжение Земли, то масса топлива определяется формулой:

$$M = m \left(e^{\frac{v}{v_0}} - 1 \right)$$

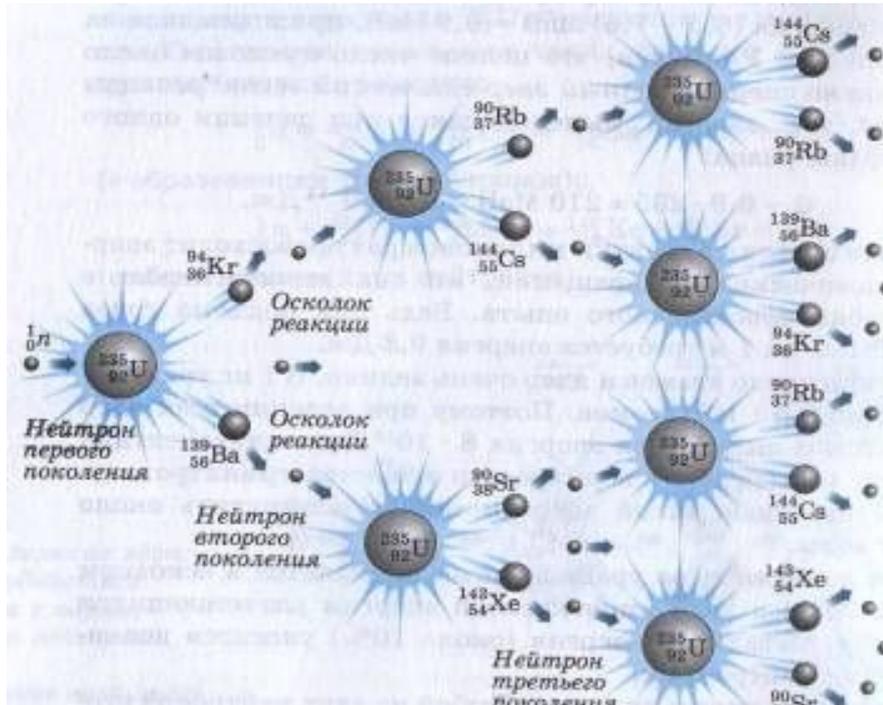
- Например, для того чтобы ракете с массой 1,5 т придать скорость 8000 м/с, надо при скорости истечения газов 2000 м/с взять примерно 80 т топлива.



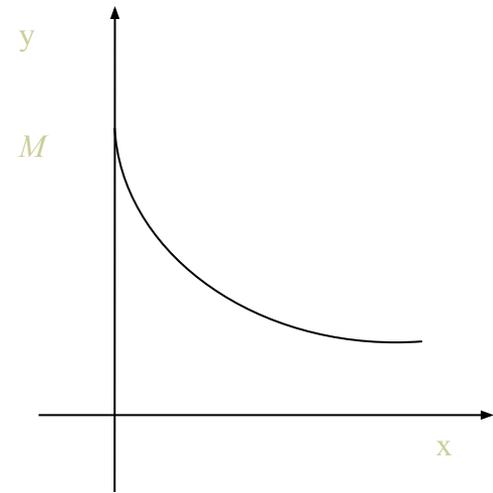
Как оказалось и в сельском хозяйстве не обошлось без логарифмов. Например, исследовав рождение телят, оказалось, что их вес можно вычислять и с помощью логарифмов. В литературе я нашел формулу $m = m_0 e^{kt}$ – закон, по которому происходит рост животных, где m – масса в полмесяца, m_0 – масса при рождении, e – экспонента, k – коэффициент относительной скорости роста, t – период времени.

Радиоактивный распад

$$y = M \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

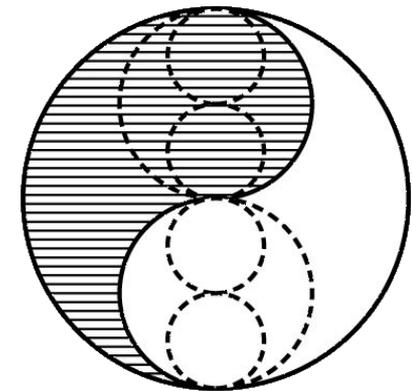


$$y = M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$



t_0 - период полураспада,
 m_0 - первоначальная масса
вещества

**Область применения логарифмов
весьма разнообразна: математика,
литература, биология, психология,
сельское хозяйство, музыка,
астрономия, физика и т. д. Неспроста
великий немецкий поэт Иоганн
Вольфганг Гёте считал
логарифмическую спираль даже
математическим символом жизни и
духовного развития. Математика не
только формулы, графики, но и
логическое объяснение многих
явлений, происходящих вокруг нас.**



Рекомендуемая литература:

- Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб. Пособие для средних проф. Учеб. заведений/-8-Е изд., стер.- М.: Высш.шк.,2006г.
- Гусев В.А., Мордкович А.Г. Математика: Справ. Материалы: Кн. Для учащихся.- М.: Просвещение, 1988г.
- Алгебра и начала анализа: Учеб. Пособие для 9-11 кл. веч.(смен.) шк./ Под ред. Г.Д. Глейзера.- 4-е изд.- М.: Просвещение,1986г.