Числові послідовності

"Вивчення математики подібне до Нілу, що починається невеликим струмком, а закінчується великою річкою"

Ч. К. Колтон

- ***Числова послідовність задана***, якщо будь – якому натуральному ***n*** поставлено у відповідність деяке число
- Числова послідовність (a_n), кожен член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, до якого додане одне й те саме число, **називається *арифметичною прогресією*.**
- Це число позначається буквою ***d і*** називається ***різницею арифметичної прогресії***
- **Формула *n- го* члена *арифметичної прогресії***

$$a_n = a_1 + d(n-1), n \in N$$

- Послідовність (a_n) є ***арифметичною прогресією*** тоді і тільки тоді, коли її кожен член, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному сусідніх з ним членів:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n \geq 2; n \in N$$

- Сума двох членів скінченної арифметичної прогресії , рівновіддалених від її кінців , дорівнює сумі крайніх членів.
- **Формула суми перших *n* членів арифметичної прогресії:**

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n, n \in N$$

- ***Геометричною прогресією*** називається послідовність, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, помноженому на одне й те саме число.
- Це стале для даної послідовності число ***q*** називають ***знаменником геометричної прогресії;***
- (b_n) — геометрична прогресія,

$$b_2 = b_1 q; b = b_2 q_3; \ldots; b_n = b_{n-1} q \qquad q = \frac{b_n}{b_{n-1}}$$

- У геометричній прогресії перший член і знаменник відмінні від нуля.

- Геометрична прогресія називається ***зростаючою чи спадною*** в залежності від того, зростає чи спадає абсолютна величина

У будь-якій геометричній прогресії квадрат кожного члена, починаючи з другого, дорівнює добутку двох сусідніх з ним членів.

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

Зауваження.

Правильне і обернене твердження: якщо в послідовності квадрат кожного члена, починаючи з другого, дорівнює добутку двох сусідніх з ним членів, то ця послідовність — ***геометрична прогресія.***

- Знаючи перший член b_1 та знаменник (***q***) геометричної прогресії, можна знайти будь-який член *(b_n)*, суму (***Sn) n -*** перших її членів за допомогою формул:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, q \neq 1$$

- Якщо послідовність чисел, які утворюють прогресію, продовжується необмежено, то прогресія ***називається нескінченною.*** $|q| < 1.$

$$(b_n) - b_1; b_2; b_3; ...; b_n$$ — *геометрична прогресія, .*

- *сума нескінченно спадної геометричної прогресії.*

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

- **1.** Запишіть у вигляді звичайного дробу нескінченний періодичний дріб: а) 0, (66); б) 2,(8); в) 0,3 (54).

а) 0, (6)=0,666666…= $\frac{66}{100}+\frac{66}{10000}+\frac{66}{1000000}+\ldots$

$$b_1=\frac{66}{100};q=\frac{1}{100}.(|q|<1),S=\frac{b_1}{1-q}.S=\frac{\frac{66}{100}}{1-\frac{1}{1000}}=\frac{66}{99}=\frac{2}{3}.0,(66)=\frac{2}{3}$$

Самостійна робота базового рівня

1.Вказати перший член і різницю арифметичної прогресії:

I 3 ; 8; 13;… II 3; 7; 11;…

2. **Знайдіть одинадцятий член арифметичної прогресії:**

I 2; 5; 8;… II 3; 5; 7; …

3. **Укажіть знаменник геометричної прогресії :**

I 8; 4; 2;… II 10; 2; 0,4; …

4. **Знайдіть четвертий член геометричної прогресії, якщо:**

I $b_1 = 2; q = \frac{1}{2}$ **II** $b_1 = 9; q = \frac{1}{3}$

5. **Чи є членом арифметичної прогресії -3; -8; -13; … число**

I -160 II -153

6. Знайдіть суму членів геометричної прогресі, якщо :

I $b_n = 384, q = 2, n = 8$ **II** $b_n = 486, q = 3, n = 6$