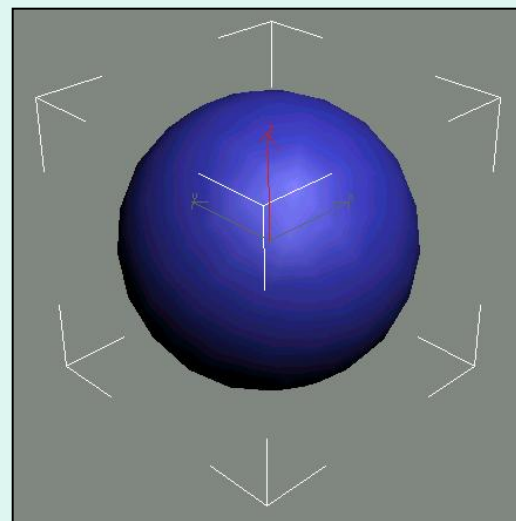
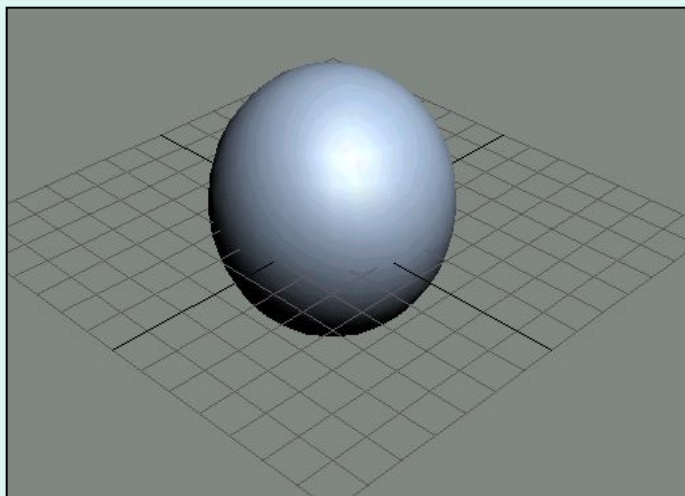


# Урок по теме: «Объем шара».

## 11-й класс



## **Цель урока:**

*вывести формулу объема шара; обобщить и систематизировать знания по теме «Тела вращения»*

## **Ход урока:**

### **I. Организационный момент.**

### **II. Актуализация опорных знаний.**

- 1) Устная работа
- 2) Презентации решений задач с ЕГЭ

### **III. Изучение новой темы**

- 1) Теорема

### **IV. Формирование умений и навыков учащихся.**

- 1) Проблемная задача
- 2) Задача Архимеда
- 3) Задачи из ЕГЭ(В9)

### **V. Итог урока. Домашнее задание.**

Соотнесите название фигуры и формулу  
объема и площади поверхности тел.

1.Цилиндр 2.Конус 3.Усеченный конус 4. Шар

$$a)V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

$$б)V = \pi R^2 H$$

$$в)V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$г)V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + R_1^2 + RR_1)$$

$$д)S = 4\pi R^2$$

$$е)S = 2\pi R(H + R)$$

$$ж)S = \pi R(L + R)$$

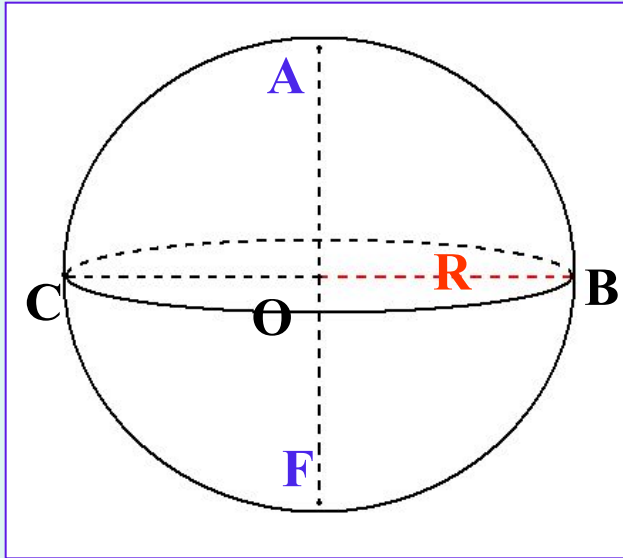
$$з)S = \pi(R + R_1)L + \pi R^2 + \pi R_1^2$$

# ТАБЛИЦА ФОРМУЛ ОБЪЕМОМ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

Название фигуры	Формула
Цилиндр	$V = \pi R^2 H$ $S = 2\pi R(H + R)$
Конус	$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$ $S = \pi R(L + R)$
Усеченный конус	$V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + R_1^2 + RR_1)$ $S = \pi(R + R_1)L + \pi R^2 + \pi R_1^2$
Шар	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$ $S = 4\pi R^2$

# Шар и его части

## Сфера (шар)



**Шар** – множество точек пространства, находящихся на расстоянии не большем **R** от данной точки.

Фигура, полученная в результате вращения полукруга вокруг диаметра, называется **шаром**.

$$S = 4\pi R^2$$

**O** – центр сферы (шара)

**A;F** – полюсы сферы (шара)

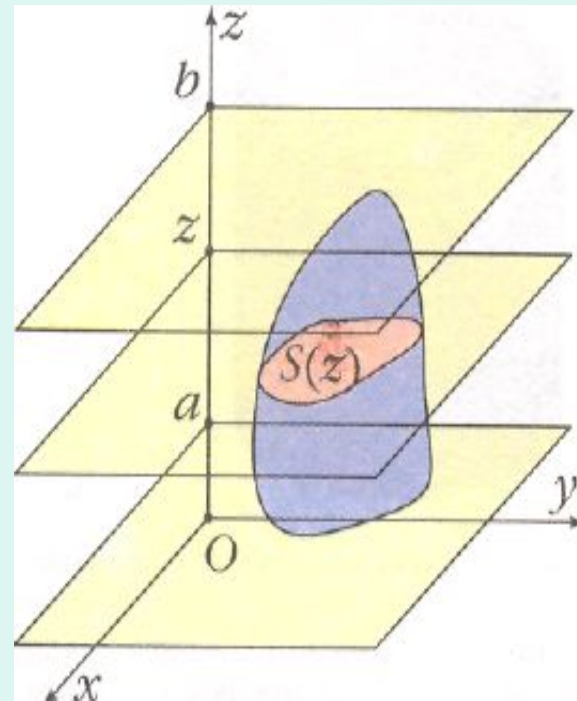
**OB** – радиус сферы (шара)

**BC** – диаметр сферы (шара)

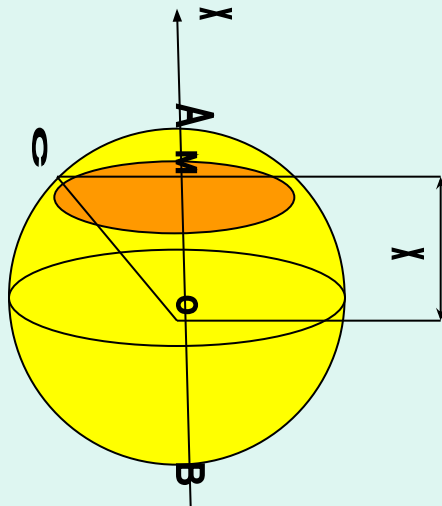
# Определение объема произвольного тела вращения

Интегральное исчисление, созданное Ньютоном и Лейбницем:

$$V = \int_a^b S(z) dz$$



Теорема: Объем шара равен  $\frac{4}{3} \pi R^3$



$$r = \sqrt{OC^2 - OM^2} = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$S(x) = \pi r^2$$

$$S(x) = \pi(R^2 - x^2).$$

$$-R < x \leq R.$$

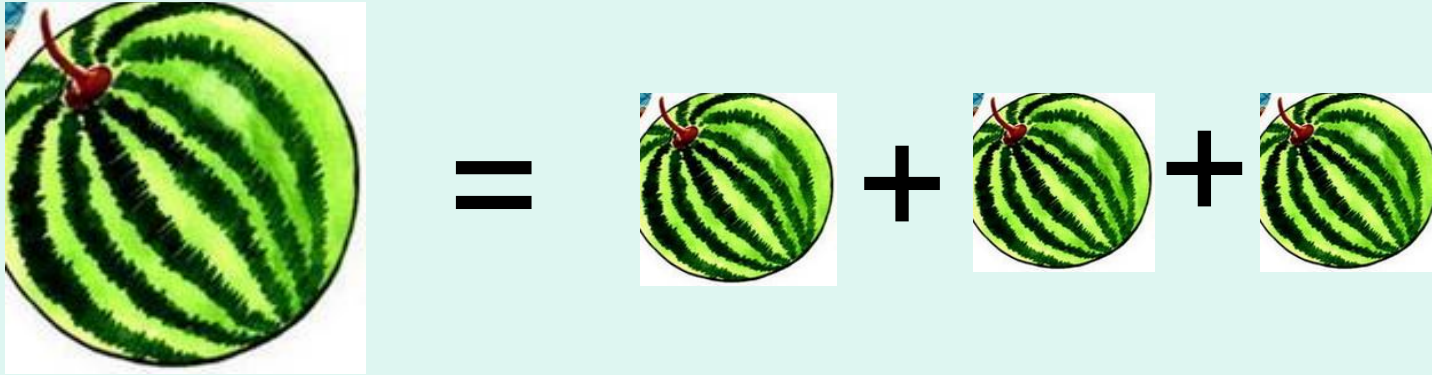
$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-R}^R (R^2 - x^2) dx = \\ &= \pi \left( R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-R}^R = \frac{4}{3} \pi R^3. \end{aligned}$$

Итак, *объем шара равен  $\frac{4}{3} \pi R^3$ .*





# ПРОБЛЕМНАЯ ЗАДАЧА

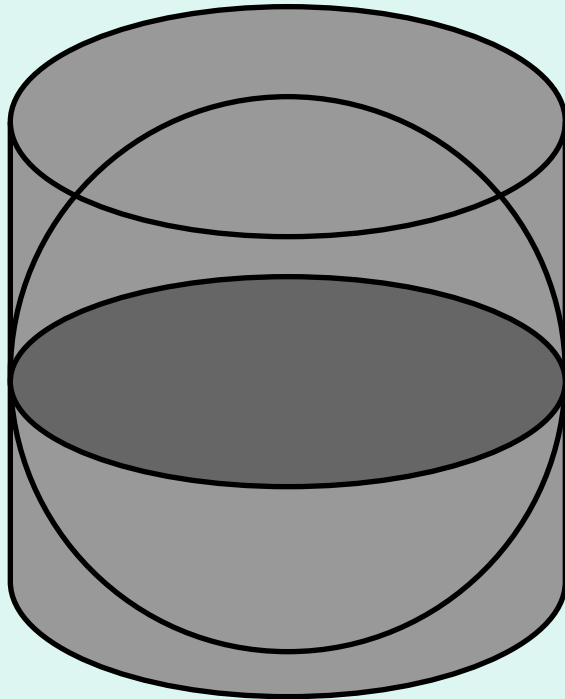


При уличной торговле арбузами  
весы отсутствовали. Однако, выход был  
найден: арбуз диаметром 3 дм  
приравнивали по стоимости к трём  
арбузам диаметром 1 дм.

Что вы возьмете?

Правы ли были продавцы?

# Задача (Архимеда)



Дано:

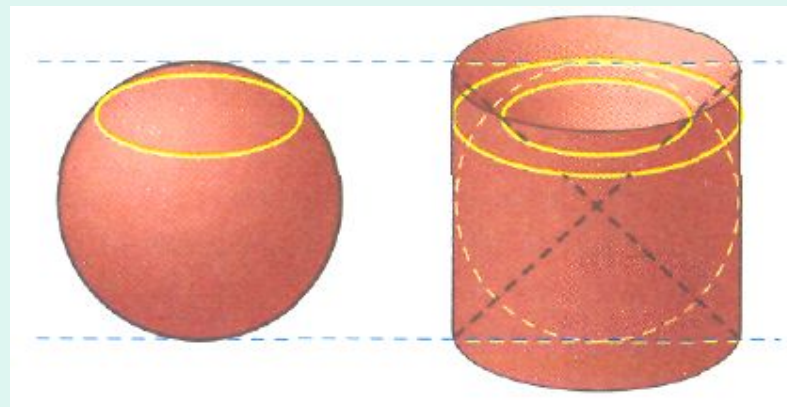
в цилиндр вписан шар

Найти:

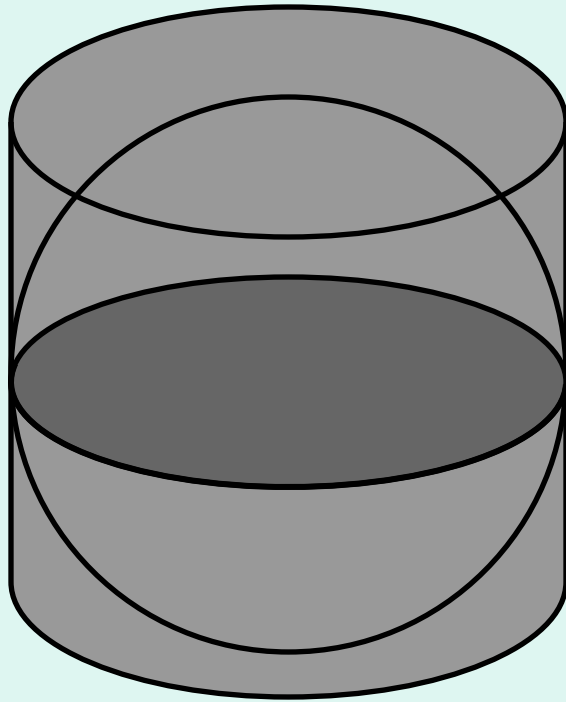
отношение объёмов  
цилиндра и шара

$$V_{\text{цил}} / V_{\text{шар}} = ?$$

**Ответ: 1,5**

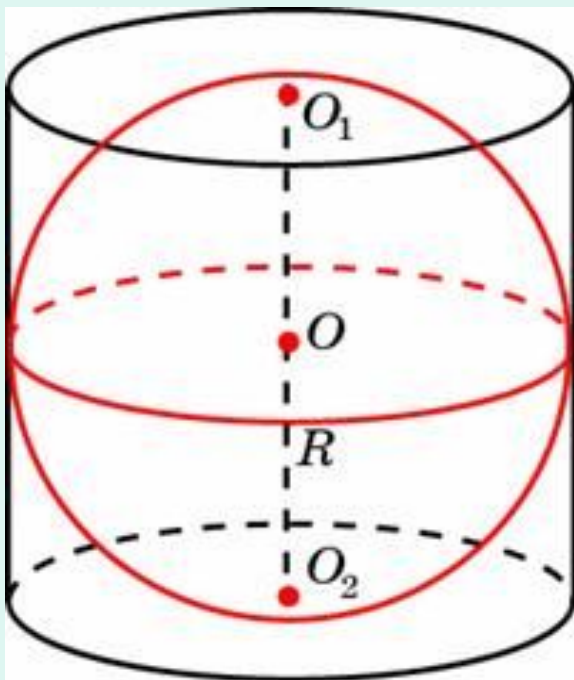


Архимед считал, что объем шара в **1,5** раза меньше объема описанного около него цилиндра и что также относятся поверхности этих тел.



# Задача из ЕГЭ(В9)

Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 18. Найдите площадь поверхности шара.



Решение:

(Опираемся на открытие Архимеда)

**Ответ: 12**

# Задача из ЕГЭ(В9)

Площадь поверхности шара уменьшили 9 раз. Во сколько раз уменьшился объем шара?

Решение:

Пусть радиус первого шара  $R$ , уменьшенного  $r$ .

Поверхность шара  $S_1 = 4\pi R^2$ , стала

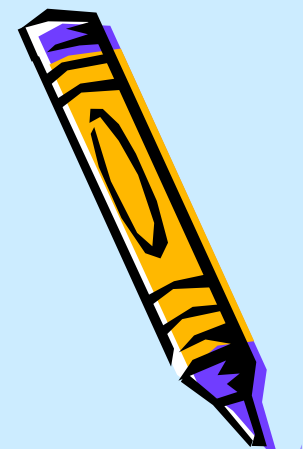
$$S_2 = 4\pi R^2/9 = 4\pi (R/3)^2 = 4\pi r^2$$

Видим, что  $r = R/3$ , т.е. радиус уменьшился в 3 раза.

$$\begin{aligned} \text{Объем } V_1 &= \frac{4}{3} \pi R^3, \quad \text{а объем } V_2 = \frac{4}{3} \pi r^3 = \\ &= \frac{4}{3} \pi (R/3)^3 = \frac{4}{3} \pi R^3 / 27 = V_1 / 27 \end{aligned}$$

**Ответ:27**

# Домашнее задание



П.82-84 №712, II уровень; №714 с презентацией.

