Цели урока

1. ***Обобщить виды и способы нахождения расстояний и углов в пространстве с помощью метода координат, используя учебные конспекты и справочные таблицы учебника.***

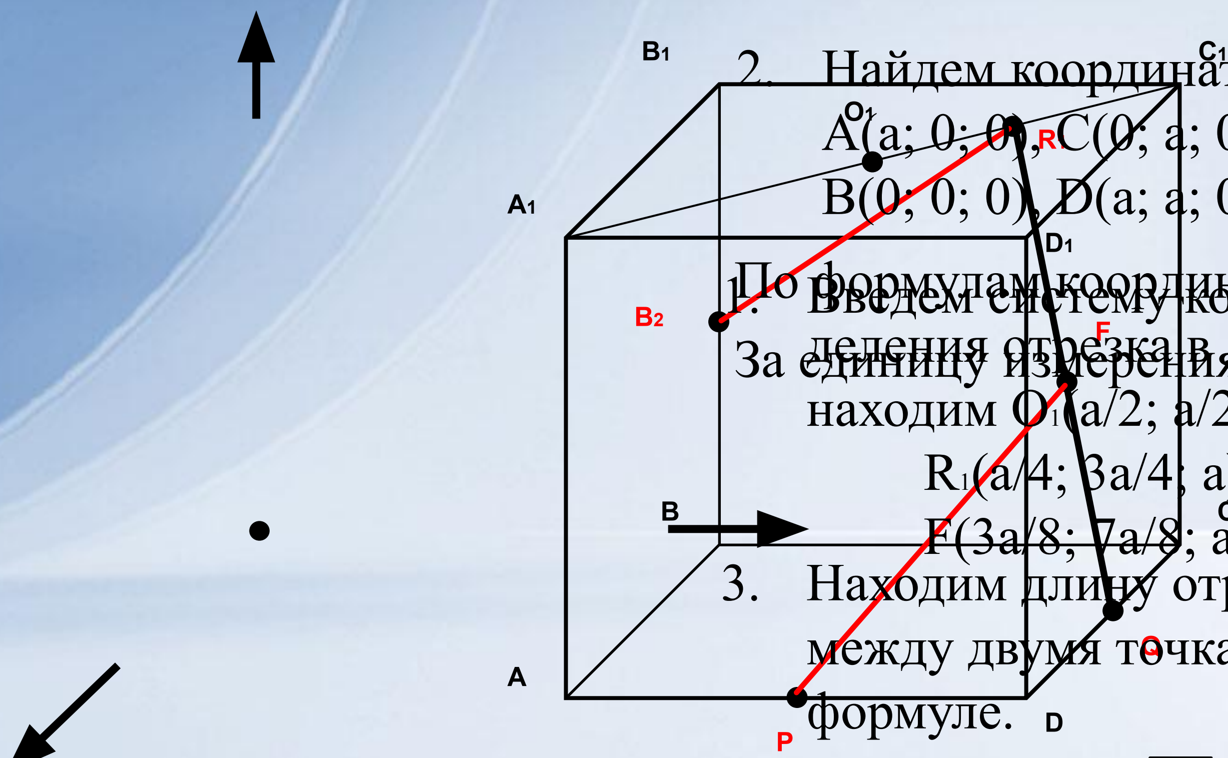
2. ***Через решение на нахождение расстояний и углов в пространстве двумя способами (геометрическим и методом координат) сделать вывод о преимуществе второго для ряда задач этого блока.***

3. ***Расширить представление о применении метода координат в решении стереометрических задач на построение сечений.***

Задача №1

На ребрах BB, AD, CD куба взяты соответственно точки B_2, P, Q – середины ребер. На диагонали A_1C_1 взята точка R_1, такая что $A_1R_1 : A_1C_1 = 3:4$. Считая ребро куба а, найти расстояние

а) B_2R_1 б) PF, где F середина R_1Q.



1. Введем систему координат. За единицу измерения примем ребро куба а.
2. Найдем координаты нужных точек: A(a; 0; 0), C(0; a; 0), B_1(0; 0; a), C_1(0; a; a), B(0; 0; 0), D(a; a; 0), A_1(a; 0; a)

По формулам координат середины отрезка или деления отрезка в данном отношении находим O_1(a/2; a/2; a), P(a; a/2; 0), R_1(a/4; 3a/4; a), B_2(0; 0; a/2), F(3a/8; 7a/8; a/2), Q(a/2; a; 0).

3. Находим длину отрезка как расстояние между двумя точками по соответствующей формуле.

$$R_1B_2 = \frac{a\sqrt{14}}{4}$$

$$PF = \frac{5a\sqrt{2}}{8}$$

Задача №2

Найти расстояние от центра грани CDD_1C_2 до плоскости (AB_1C).

1. Введем систему координат.

За единицу измерения примем ребро куба 1.

2. Найдем координаты нужных точек $A(1;0;0)$, $B(0;0;0)$, $C(0;1;0)$, $P(0{,}5;1;0{,}5)$.

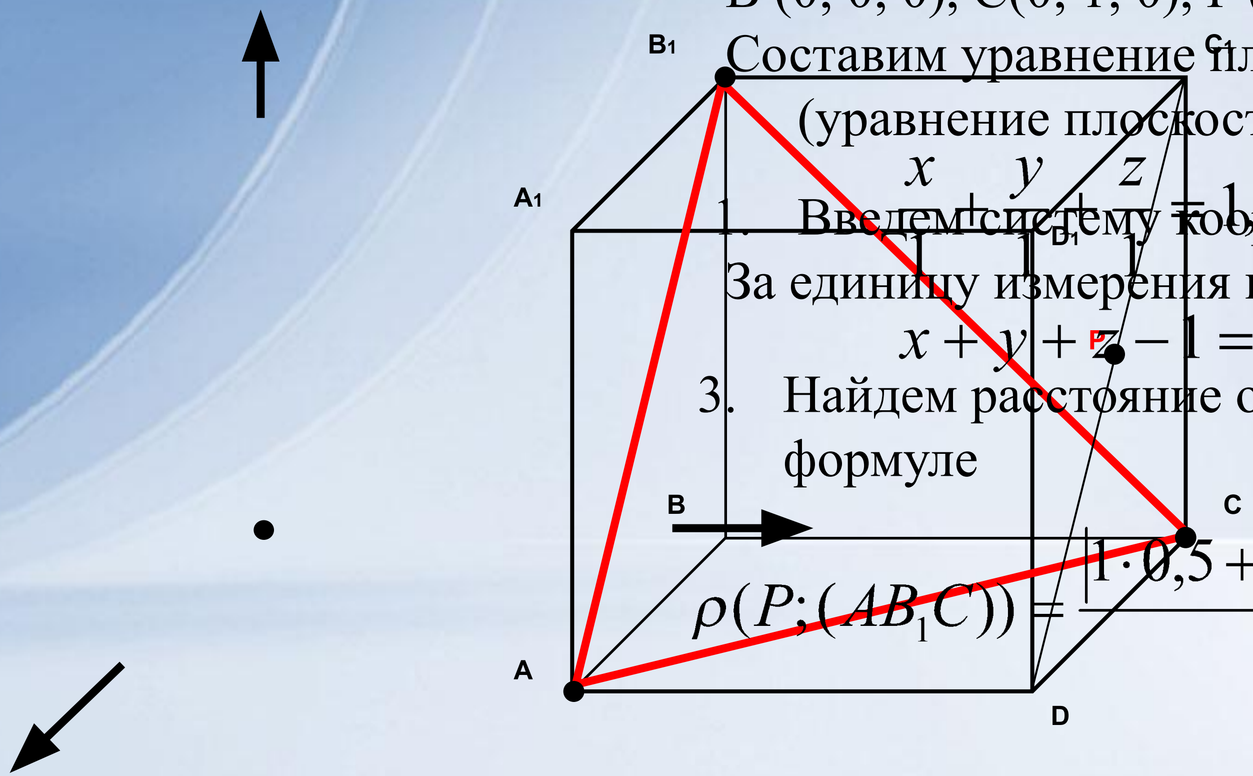
Составим уравнение плоскости AB_1C по формуле (уравнение плоскости в отрезках).

$$\frac{x}{1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1,$$

$$x+y+z-1=0.$$

3. Найдем расстояние от точки до плоскости по формуле

$$\rho(P;(AB_1C))=\frac{|1\cdot 0{,}5+1\cdot 1+1\cdot 0{,}5-1|}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$



Расстояния в пространстве

Расстояние между двумя точками А и В	$AB=\sqrt{(X_B-X_A)^2+(Y_B-Y_A)^2+(Z_B-Z_A)^2}$
Расстояние от точки А до плоскости α	$\rho(A;\alpha)=\dfrac{\lvert AX_0+AY_0+AZ_0\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$, где $\vec{n}(A,B,C)$, $A(x_0;y_0;z_0)$
Расстояние от точки М до прямой а	1. Задать $\overrightarrow{MK}\perp a$, где К – основание перпендикуляра 2. Найти координаты К, используя условие: $\overrightarrow{MK}\cdot\vec{a}=0$. 3. $\lvert\overrightarrow{MK}\rvert=\rho(M;a)=\sqrt{(Xм-Xк)^2+(Ум-Ук)^2+(Zм-Zк)^2}$
Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми а и в	1. Найти координаты некоторой точки $A\in a$. 2. Определить плоскость $\alpha\parallel a$, $в\subset\alpha$. 3. $\rho(A;\alpha)=\dfrac{\lvert Ax_0+By_0+Cz_0+D\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.
Расстояние между параллельными плоскостями α и β	$\alpha:\quad Ax+By+Cz+D_1=0$ $\beta:\quad Ax+By+Cz+D_2=0$ $\rho(\alpha;\beta)=\dfrac{\lvert D_2-D_1\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$, где $\overrightarrow{n_\alpha}=\overrightarrow{n_\beta}=\vec{n}$, $\vec{n}(A;B;C)$

Углы в пространстве

Угол между прямыми а и в	$\cos\varphi = \dfrac{\lvert a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3\rvert}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$, *где* $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$ $\quad \vec{b}(b_1, b_2, b_3)$
Угол между прямой а и плоскостью α	1. *Найти координаты направляющего вектора прямой* $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ 2. *Написать уравнение плоскости и определить координаты* $\vec{n}(A, B, C)$ 3. $\sin\varphi = \dfrac{\lvert a_1A + a_2B + a_3C\rvert}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$
Угол между плоскостями α и β	1. *Написать уравнения плоскостей* α *и* β. 2. *Определить координаты* $\overrightarrow{n_1}(A_1, B_1, C_1)$; $\quad \overrightarrow{n_2}(A_2, B_2, C_2)$ 3. $\cos\varphi = \dfrac{\lvert A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2\rvert}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

Задача №4

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ AB, $AB:AD:AA_1=1:3:2$
Построить сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку D_1 и перпендикулярно прямой B_1D.

1. Введем систему координат.

Найдем координаты нужных точек.

$A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 0)$, $C(0;3;0)$, $D(1;3;0)$,

$A_1(1;0;2)$, $B_2(0;0;2)$, $C_1(0;3;2)$, $D_1(1;3;0)$.

2. Для построения сечения найдем координаты

Найдем координаты еще двух точек М и К, для чего:

а) Напишем уравнение искомой плоскости сечения **α** по вектору нормали и точке D_1.

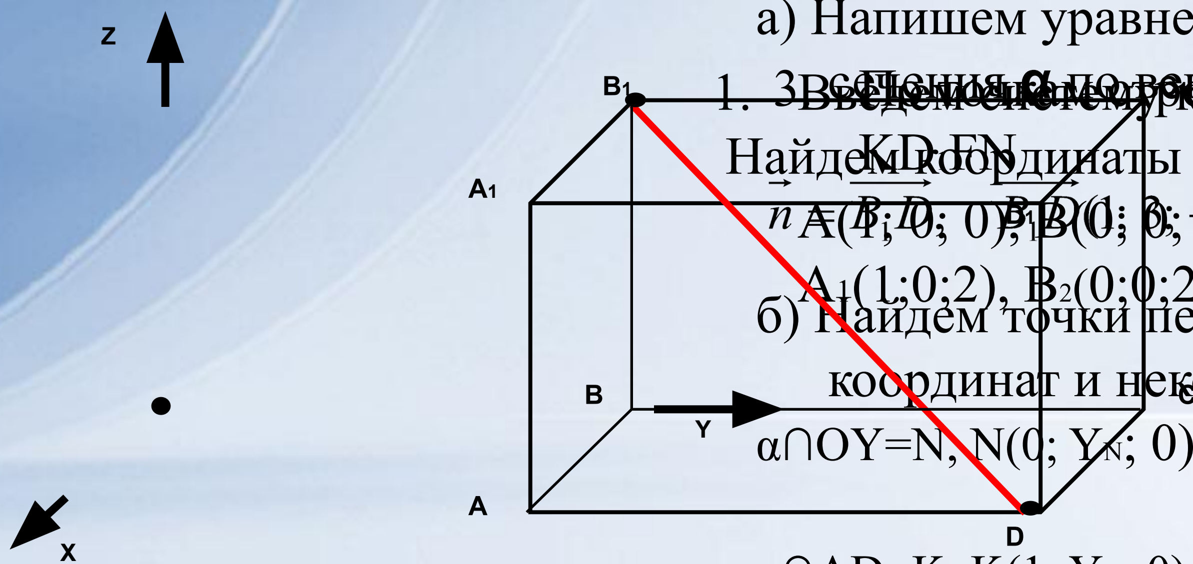
$\vec{n} = \overrightarrow{B_1D}$; $\overrightarrow{B_1D}(1; 3; -2)$; $\alpha = x + 3y - 2z - 6 = 0.$

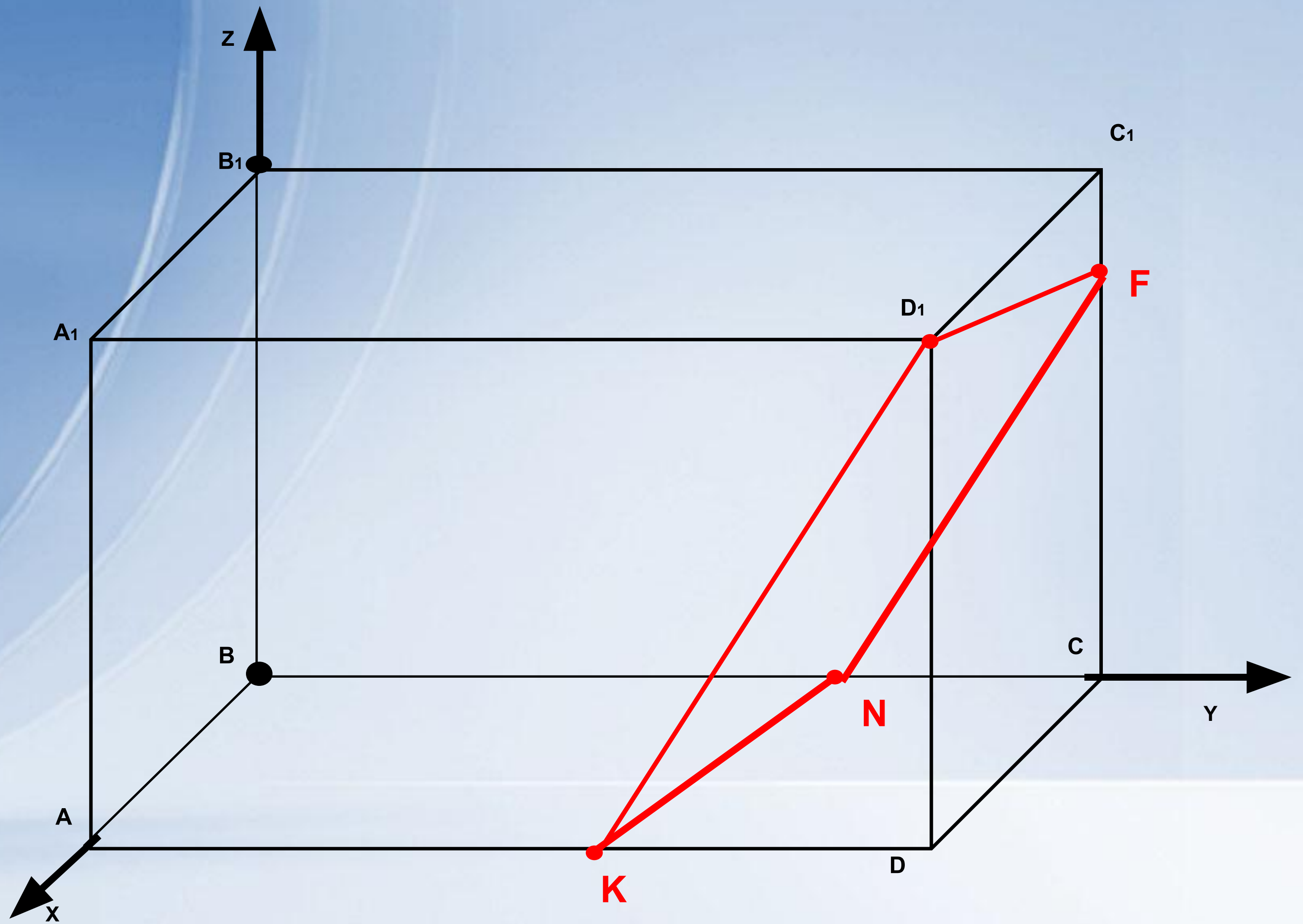
б) Найдем точки пересечения **α** с осями координат и некоторыми ребрами куба.

$\alpha \cap OY=N$, $N(0; Y_N; 0)$; $3Y_N-6=0$, $Y_N=2$, $N(0;2;0)$

$\alpha \cap AD=K$, $K(1; Y_K; 0)$; $1+3Y_K-6=0$, $Y_K=5/3$, $K(1;5/3;0)$

3. Построим искомое сечение KD_1FN





Z
B1
C1
F
A1
D1
B
C
N
Y
A
D
K
X