

Планиметрия

Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Понятия и основные свойства

# ГЕОМЕТРИЯ

---

Учитель математики  
МБОУ «Верейская СОШ»  
Сыч Екатерина  
Сергеевна

---

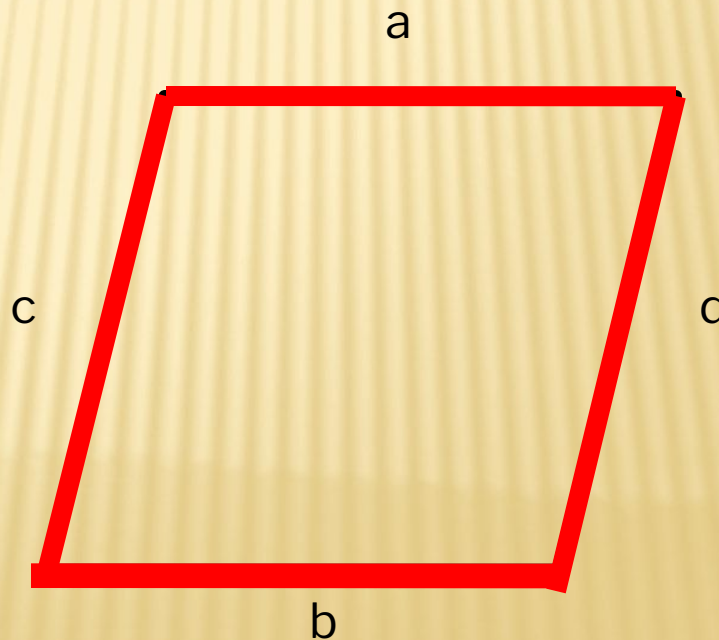
# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- ▣ Параллелограмм - это четырехугольник у которого противоположные стороны попарно параллельны (лежат на параллельных прямых).

$a \parallel b$

$c \parallel d$





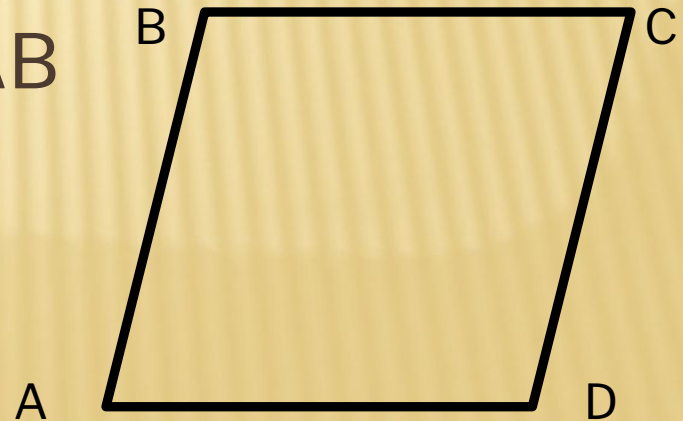
---

# **ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. СВОЙСТВА**

# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

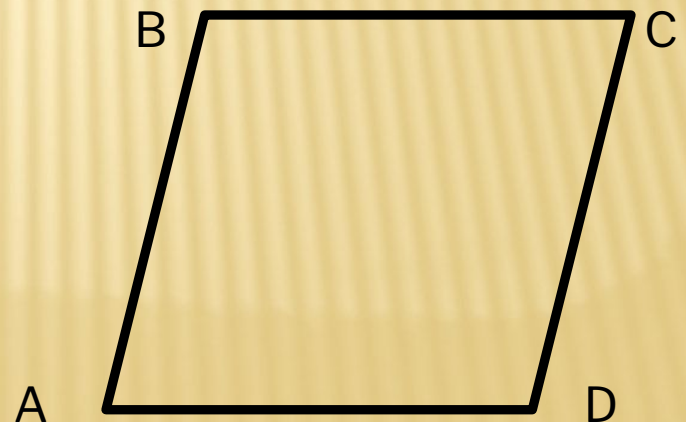
---

- Противоположные стороны параллелограмма имеют одинаковую длину:  
 $AB = CD, BC = AD$
- Противоположные стороны параллелограмма параллельны:  
 $AB \parallel CD, BC \parallel AD$
- Противоположные углы параллелограмма одинаковые:  
 $\angle ABC = \angle CDA, \angle BCD = \angle DAB$



# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- Сумма углов параллелограмма равна  $360^\circ$ :  
 $\angle ABC + \angle BCD + \angle CDA + \angle DAB = 360^\circ$
- Сумма углов параллелограмма прилежающих к любой стороне равна  $180^\circ$ :  
 $\angle ABC + \angle BCD = \angle BCD + \angle CDA = \angle CDA + \angle DAB = \angle DAB + \angle DAB = 180^\circ$



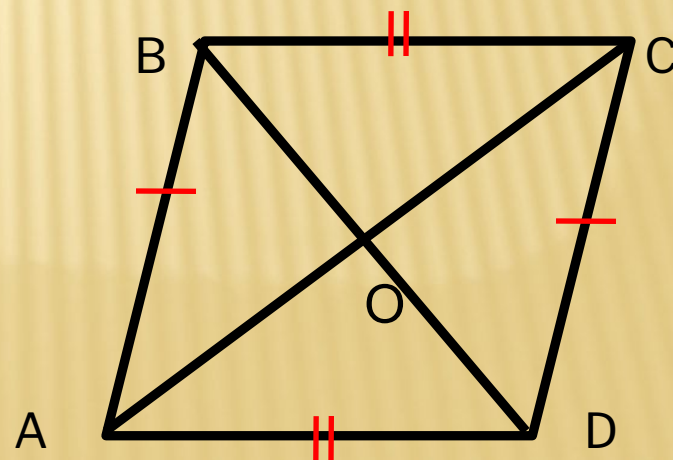


# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- Каждая диагональ делит параллелограмма на два равных треугольника
- Две диагональ делят параллелограмм на две пары равных треугольников
- Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делят друг друга пополам:

$$AO = CO = \frac{d_1}{2}$$

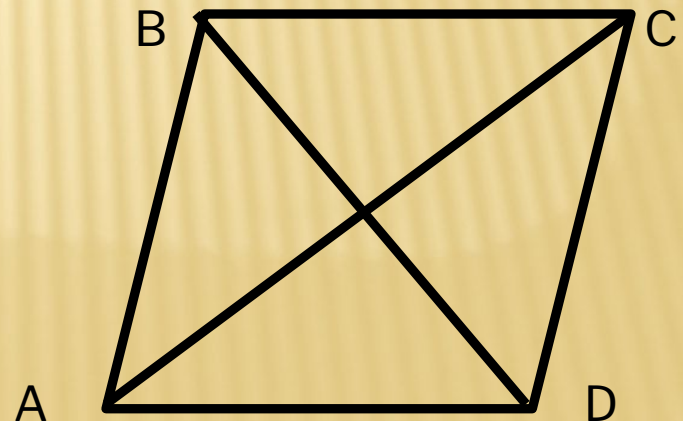
$$BO = DO = \frac{d_2}{2}$$



# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- Точка пересечения диагоналей называется центром симметрии параллелограмма
- Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон:

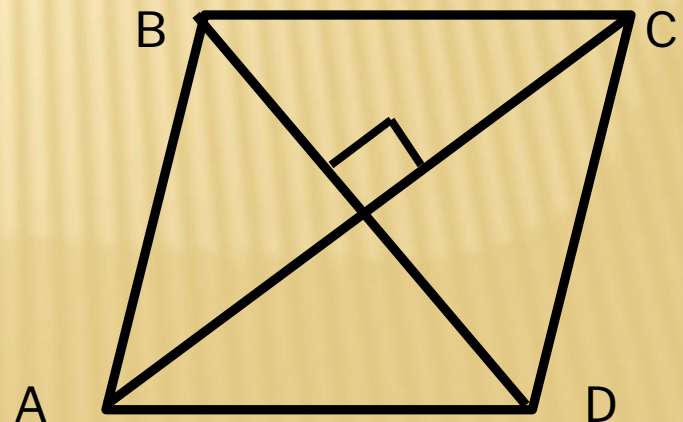
$$AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2BC^2$$





# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- Биссектрисы противоположных углов параллелограмма всегда параллельны
- Биссектрисы соседних углов параллелограмма всегда пересекаются под прямым углом ( $90^\circ$ )



---

# **ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. ПРИЗНАКИ**

ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК БУДЕТ ПАРАЛЛЕЛОГРАММОМ,  
ЕСЛИ ВЫПОЛНЯЕТСЯ ХОТЯ БЫ ОДНО ИЗ СЛЕДУЮЩИХ  
УСЛОВИЙ:

- Четырехугольник имеет две пары параллельных сторон:

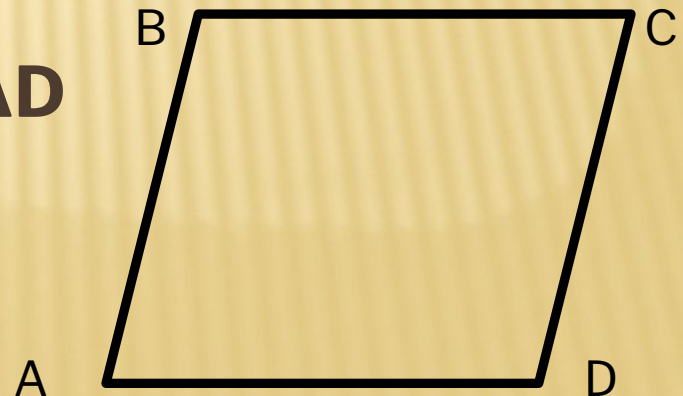
$$AB \parallel CD, BC \parallel AD$$

- Четырехугольник имеет пару параллельных и равных сторон:

$$AB \parallel CD, AB = CD \text{ (или } BC \parallel AD, BC = AD)$$

- В четырехугольнике противоположные стороны попарно равны:

$$AB = CD, BC = AD$$





# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. ПРИЗНАКИ

- В четырехугольнике противоположные углы попарно равны:

$$\angle DAB = \angle BCD, \angle ABC = \angle CDA$$

- В четырехугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам:

$$AO = OC, BO = OD$$

- Сумма углов четырехугольника прилежающих к любой стороне равна  $180^\circ$ :

$$\angle ABC + \angle BCD = \angle BCD + \angle CDA = \angle CDA + \angle DAB = \angle DAB + \angle DAB = 180^\circ$$

- В четырехугольнике сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов его сторон:

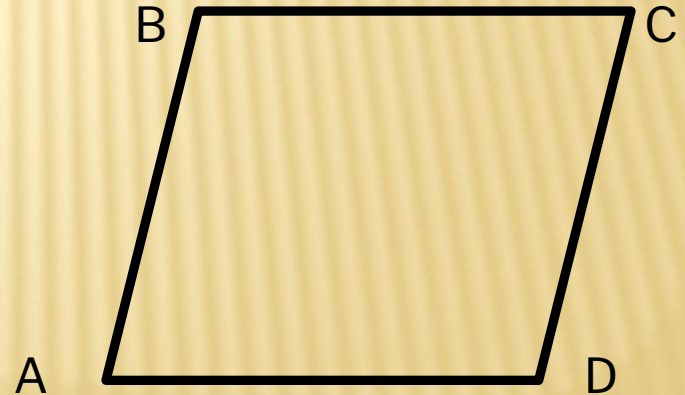
$$AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2$$

---

# **ПЕРИМЕТР ПАРАЛЛЕЛОГРАММА**

# ПЕРИМЕТР ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- Периметром параллелограмма называется сумма длин всех сторон параллелограмма.





# ПЕРИМЕТР ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

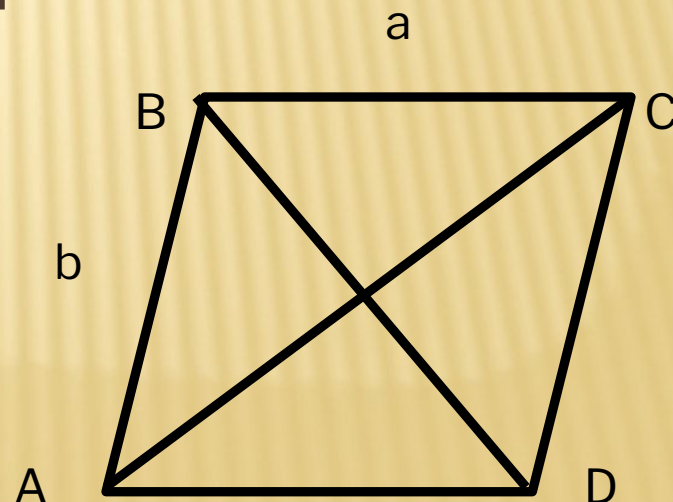
- Нахождение периметра параллелограмма через стороны:

$$P = 2a + 2b = 2(a + b)$$

- Формула периметра параллелограмма через одну сторону и две диагонали:

$$P = 2a + \sqrt{2d_1^2 + 2d_2^2 - 4a^2}$$

$$P = 2b + \sqrt{2d_1^2 + 2d_2^2 - 4b^2}$$



# ПЕРИМЕТР ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- Формула периметра параллелограмма через одну сторону, высоту и синус угла:

$$P = 2\left(b + \frac{h_b}{\sin \alpha}\right)$$

$$P = 2\left(a + \frac{h_a}{\sin \alpha}\right)$$

# ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- **Площадью параллелограмма** называется пространство ограниченный сторонами параллелограмма, т.е. в пределах периметра параллелограмма.
- **Формула площади параллелограмма** через сторону и высоту, проведенную к этой стороне:

$$S = a \cdot h_a$$

$$S = b \cdot h_b$$



# ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- Формула площади параллелограмма через две стороны и синус угла между ними:

$$S = ab \sin \alpha$$

$$S = ab \sin \beta$$

- Формула площади параллелограмма через две диагонали и  $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \gamma$  между ними:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \gamma$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \delta$$

# ДЛИНА ДИАГОНАЛИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- Формулы диагоналей параллелограмма через стороны и косинус угла  $\beta$  (по теореме косинусов)

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\beta}$$
$$d_2 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\beta}$$

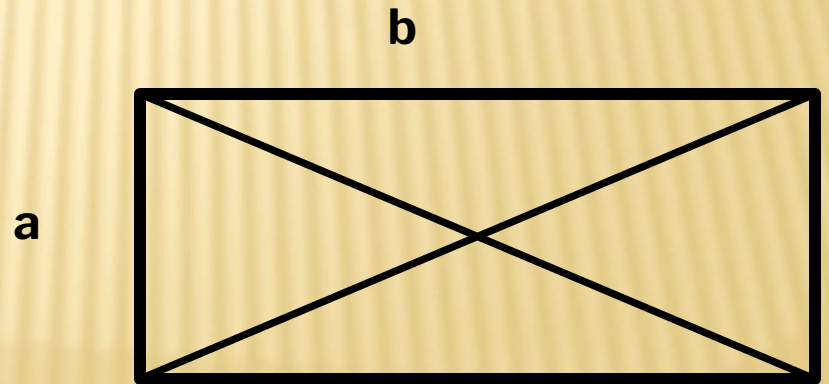
- Формула диагонали параллелограмма через две стороны и известную другую диагональ:

$$d_1 = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - d_2^2}$$
$$d_2 = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - d_1^2}$$

# ПРЯМОУГОЛЬНИК

---

- Имеет все свойства параллелограмма
- Диагонали прямоугольника равны
- $S = a * b$ , где  $a$  и  $b$  - смежные стороны прямоугольника

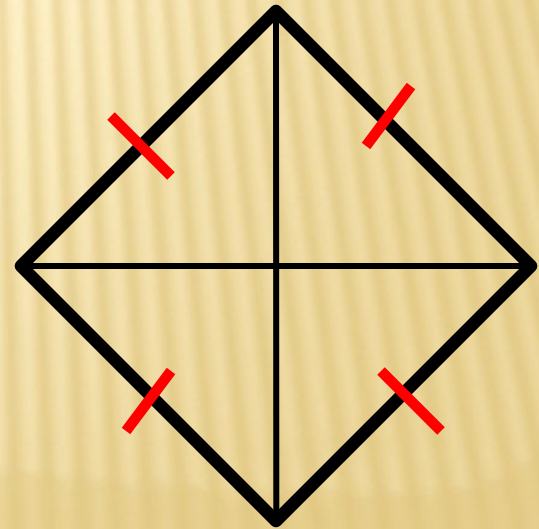




# РОМБ

---

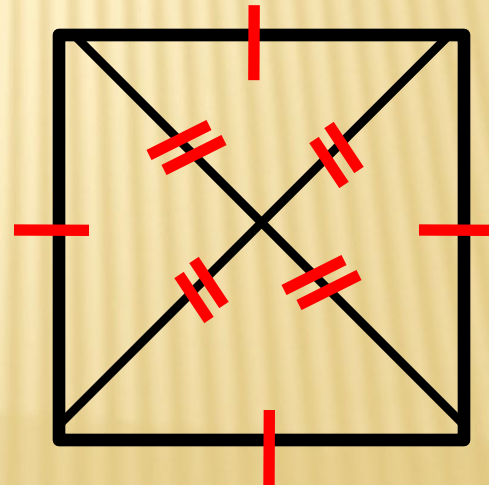
- Имеет все свойства параллелограмма
- Все стороны ромба равны
- Диагонали ромба перпендикулярны и делят его углы пополам



# КВАДРАТ

---

- Имеет все свойства параллелограмма
- Стороны квадрата равны
- Диагонали квадрата перпендикулярны и равны

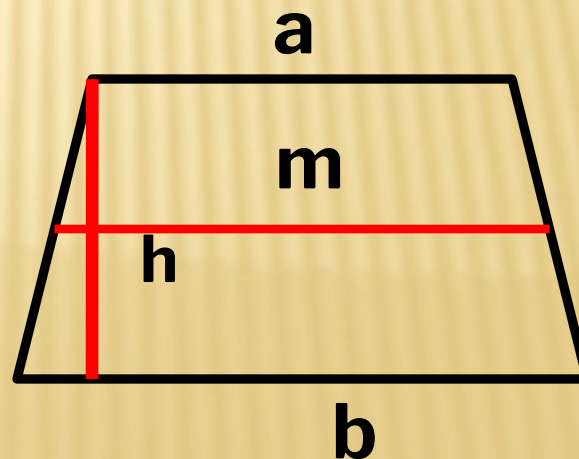


# ТРАПЕЦИЯ

- Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

где  $a$  и  $b$  – основания трапеции,  $h$ -высота



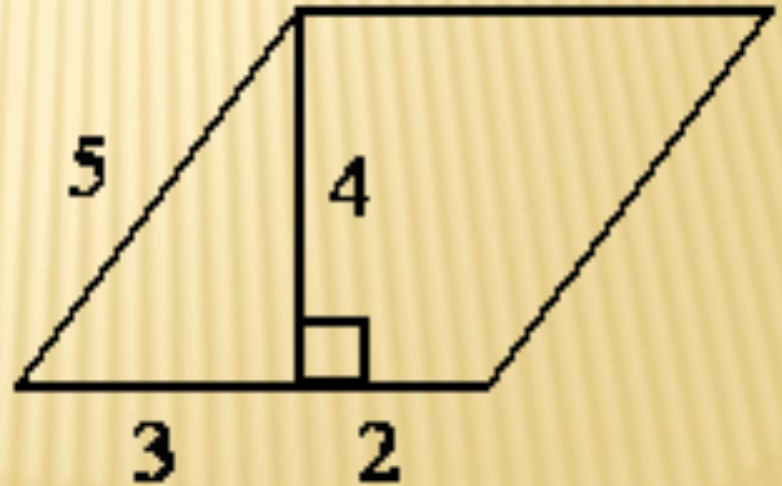


---

# ЗАДАЧИ

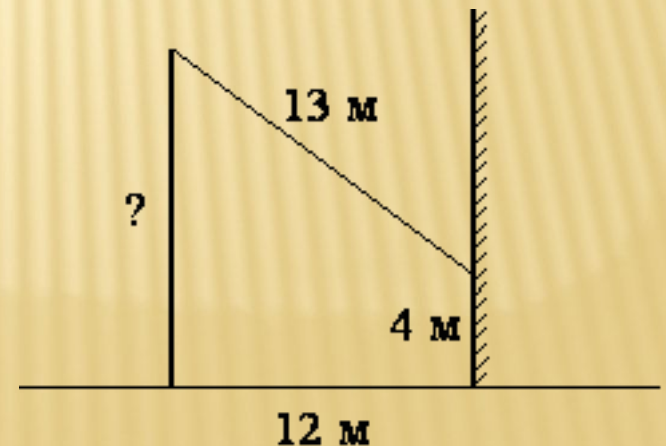
# ЗАДАЧИ

- Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



# ЗАДАЧИ

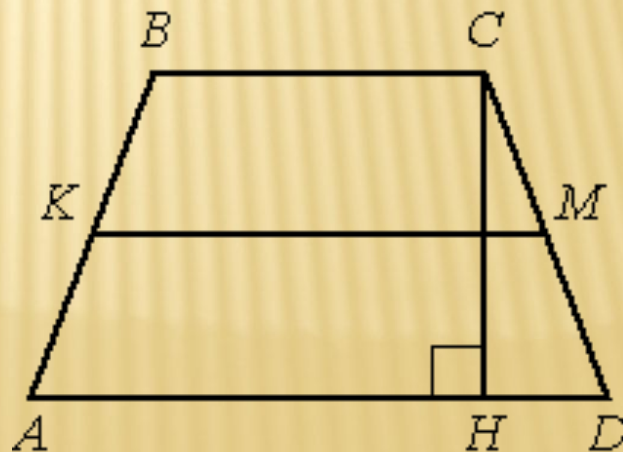
- От столба к дому натянут провод длиной 13 м, который закреплён на стене дома на высоте 4 м от земли (см. рисунок). Вычислите высоту столба, если расстояние от дома до столба равно 12 м. Ответ дайте в метрах.





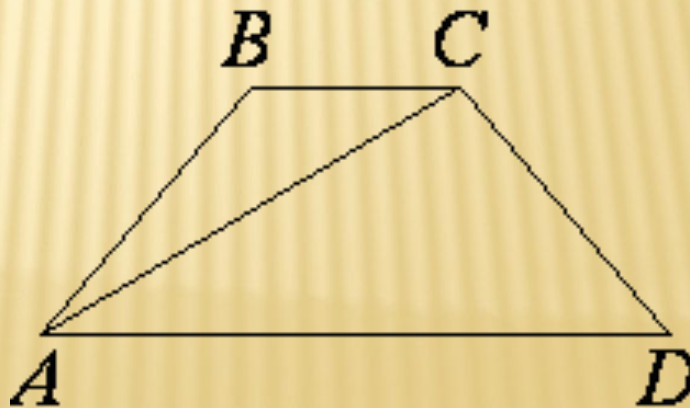
# ЗАДАЧИ

- В трапеции  $ABCD$  боковые стороны  $AB$  и  $CD$  равны,  $CH$  — высота, проведённая к большему основанию  $AD$ . Найдите длину отрезка  $HD$ , если средняя линия  $KM$  трапеции равна 16, а меньшее основание  $BC$  равно 6



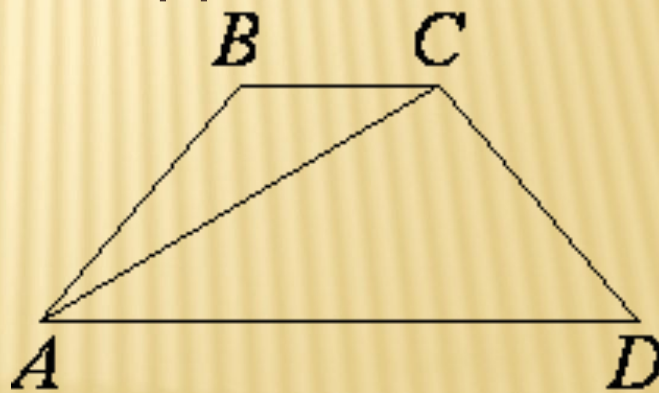
# ЗАДАЧИ

- Найдите меньший угол равнобедренной трапеции  $ABCD$ , если диагональ  $AC$  образует с основанием  $BC$  и боковой стороной  $CD$  углы, равные  $30^\circ$  и  $105^\circ$  соответственно. Ответ дайте в градусах.



# ЗАДАЧИ

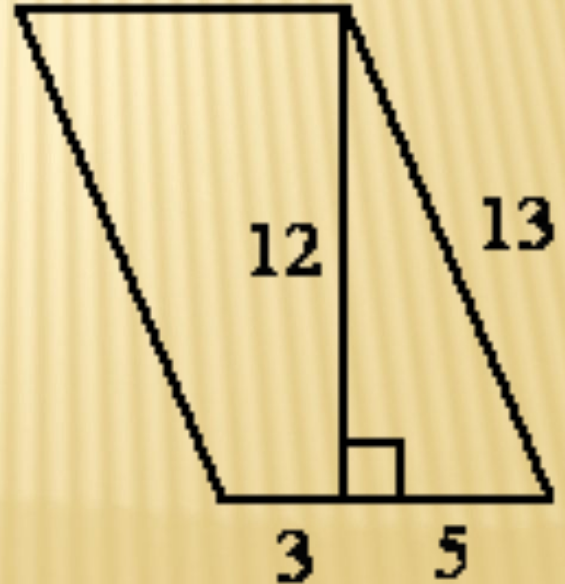
- Найдите больший угол равнобедренной трапеции  $ABCD$ , если диагональ  $AC$  образует с основанием  $AD$  и боковой стороной  $AB$  углы, равные  $30^\circ$  и  $45^\circ$  соответственно. Ответ дайте в градусах.





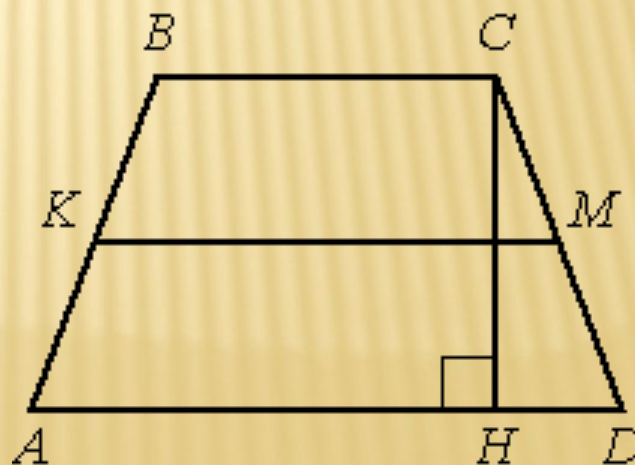
# ЗАДАЧИ

- Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



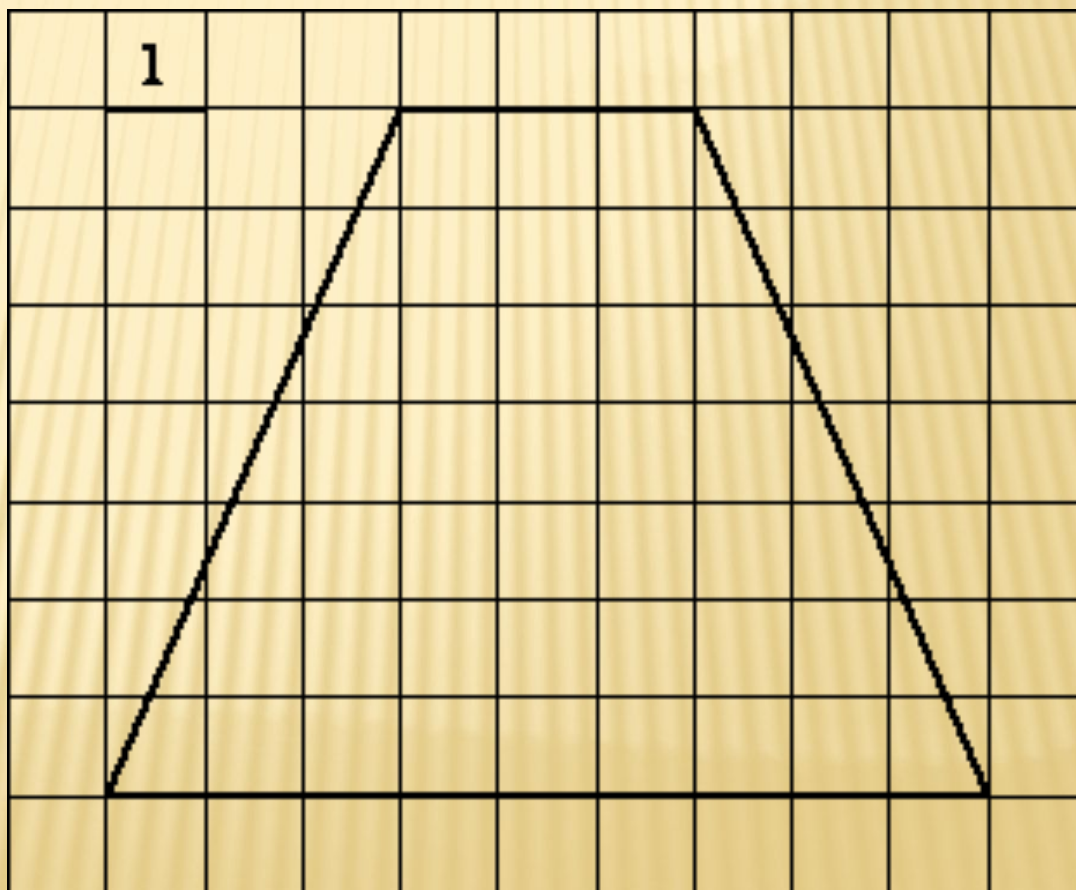
# ЗАДАЧИ

- В трапеции  $ABCD$  боковые стороны  $AB$  и  $CD$  равны,  $CH$  — высота, проведённая к большему основанию  $AD$ . Найдите длину отрезка  $HD$ , если средняя линия  $KM$  трапеции равна 10, а меньшее основание  $BC$  равно 4.



# ЗАДАЧИ

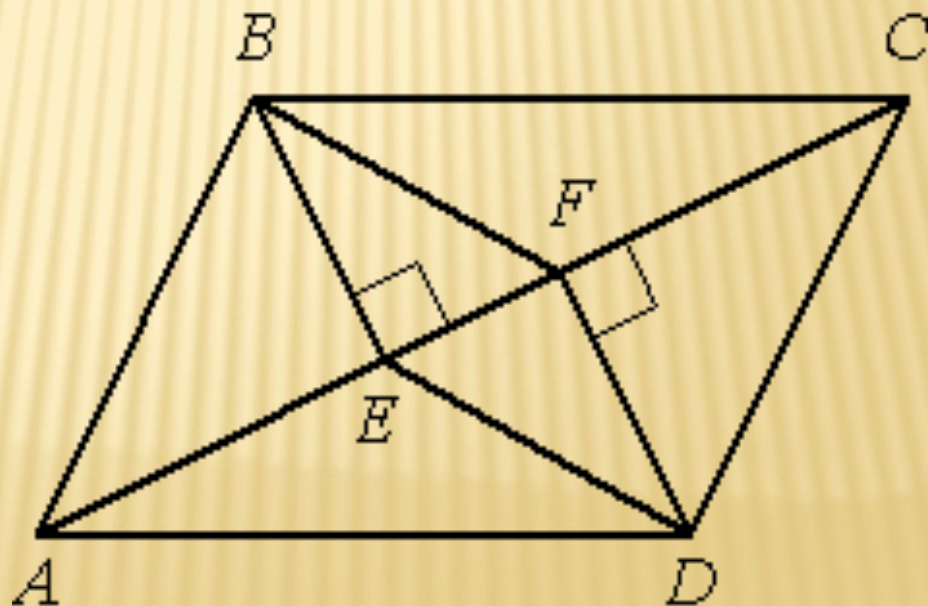
- Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.





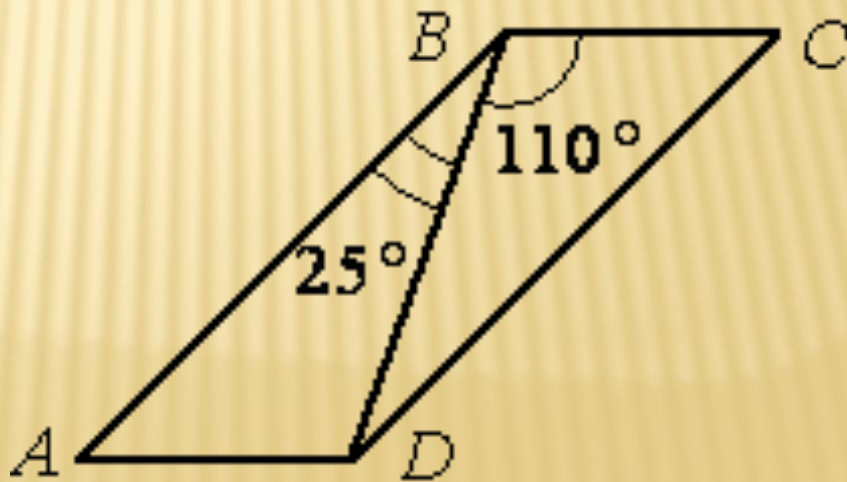
# ЗАДАЧИ

- В параллелограмме  $ABCD$  проведены перпендикуляры  $BE$  и  $DF$  к диагонали  $AC$  (см. рисунок). Докажите, что отрезки  $BF$  и  $DE$  равны.



# ЗАДАЧИ

- Диагональ  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  образует с его сторонами углы, равные  $25^\circ$  и  $110^\circ$ . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



---

**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!**