

# Равнобедренные треугольники

Треугольник называется **равнобедренным**, если у него ... две стороны равны (рис. 1).

Эти равные стороны называются ... **боковыми сторонами**, а третья сторона – **основанием**.

Треугольник называется **равносторонним**, если у него ... все стороны равны (рис. 2).

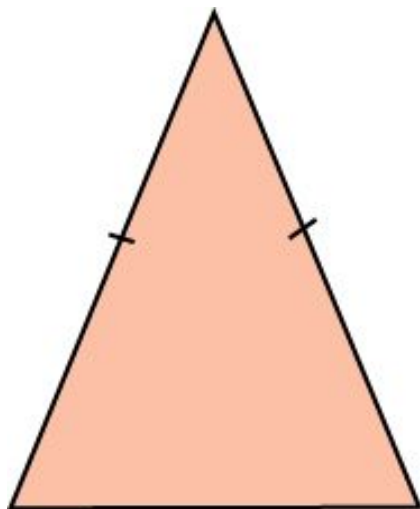


Рис. 1

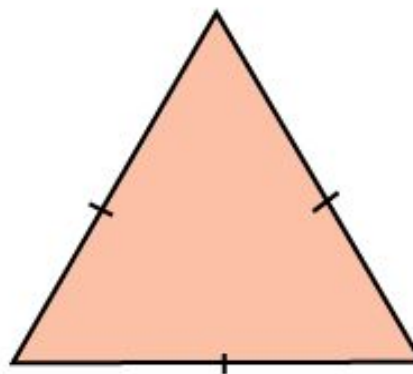
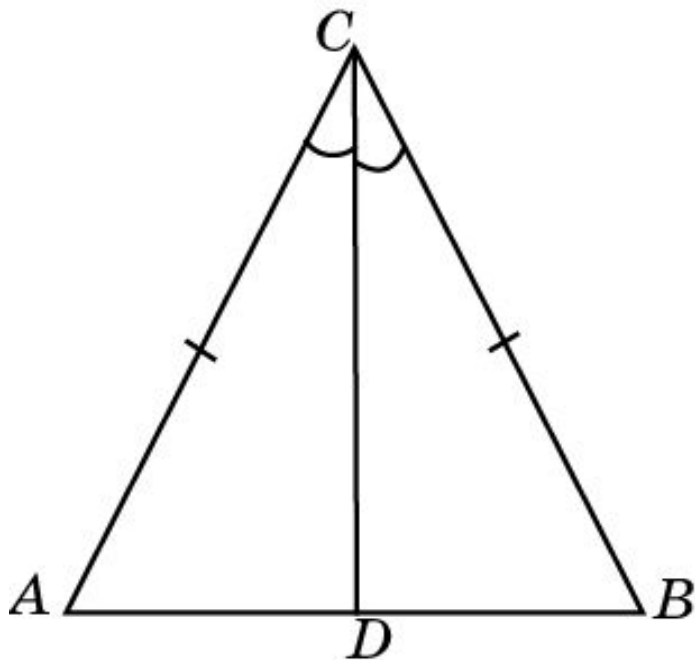


Рис. 2

# Теорема

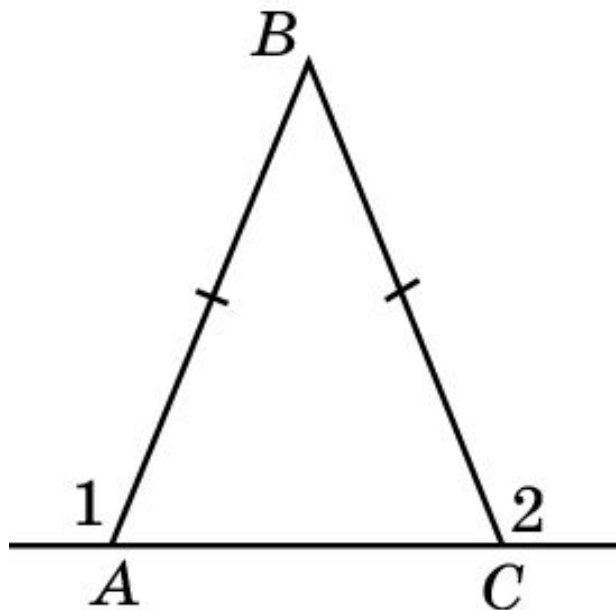
В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является одновременно медианой и высотой.



**Доказательство.** Пусть  $ABC$  – равнобедренный треугольник,  $AC = BC$ ,  $CD$  – биссектриса. Тогда треугольник  $ACD$  равен треугольнику  $B CD$  по первому признаку равенства треугольников ( $AC = BC$ ,  $CD$  – общая сторона,  $\angle ACD = \angle BCD$ ). Следовательно, имеют место равенства  $AD = BD$ ,  $\angle ADC = \angle BDC$ . Первое из этих равенств означает, что  $CD$  является медианой данного треугольника, второе – что  $CD$  является его высотой.

# Упражнение 1

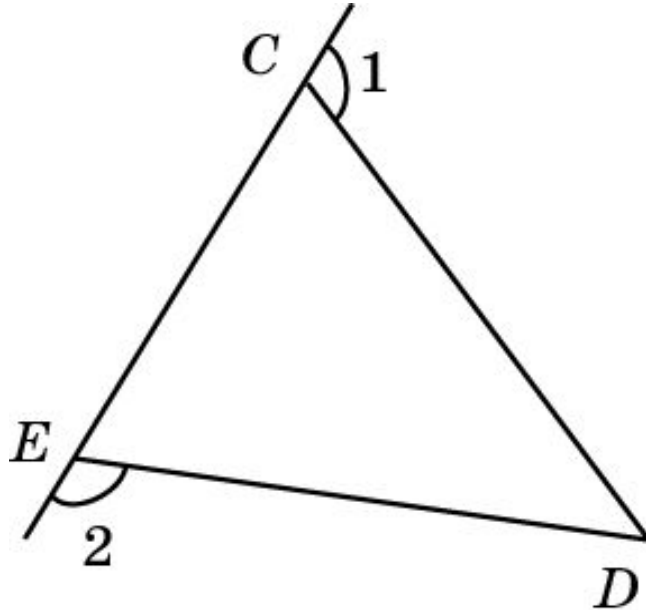
На рисунке  $AB = BC$ . Докажите, что  $\angle 1 = \angle 2$ .



**Решение:** Треугольник  $ABC$  – равнобедренный, так как  $AB = BC$ . Следовательно,  $\angle BAC = \angle BCA$ , как углы при основании равнобедренного треугольника. Отсюда следует, что  $\angle 1 = \angle 2$  как смежные углы соответственно равным углам.

## Упражнение 2

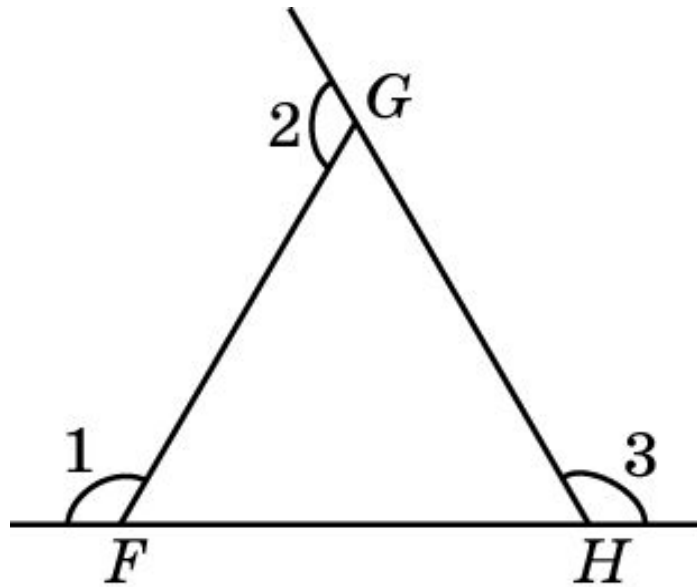
В треугольнике  $CDE$   $\angle 1 = \angle 2$ . Верно ли утверждение о том, что это равнобедренный треугольник?



Ответ: Да.

## Упражнение 3

В треугольнике  $FGH$   $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ . Верно ли утверждение о том, что это треугольник: а) равнобедренный; б) равносторонний; в) правильный?



Ответ: а), б), в) Да.

## Упражнение 4

Периметр равнобедренного треугольника равен 2 м, а основание - 0,4 м. Найдите боковую сторону.

Ответ: 0,8 м.

## Упражнение 5

Периметр равнобедренного треугольника равен 7,5 м, а боковая сторона - 2 м.  
Найдите основание.

Ответ: 3,5 м.

## Упражнение 6

Периметр равнобедренного треугольника равен 15,6 м. Найдите его стороны, если: а) основание меньше боковой стороны на 3 м; б) основание больше боковой стороны на 3 м.

**Ответ:** а) 3,2 м; 6, 2 м; 6,2 м;

б) 7,2 м; 4,2 м; 4,2 м.



## Упражнение 7

Основание и боковая сторона равнобедренного треугольника относятся как 3:8. Найдите стороны этого треугольника, если его периметр равен 38 см.

**Ответ:** 6 см; 16 см; 16 см.

## Упражнение 8

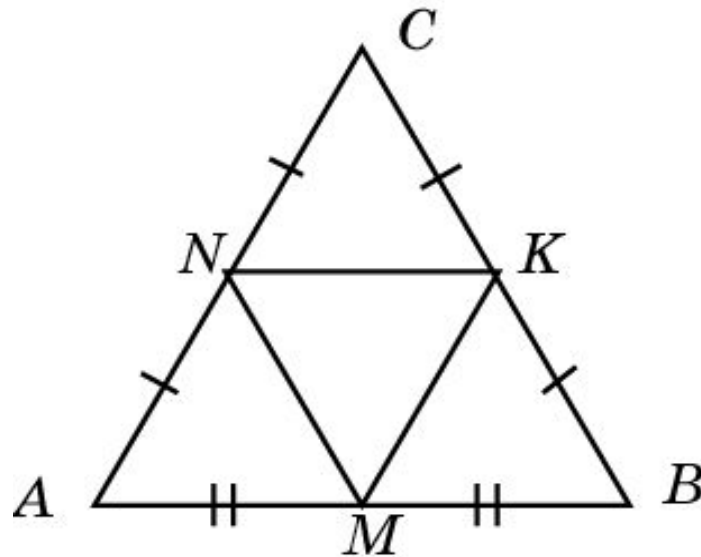
В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  проведена медиана  $BD$ .

Найдите ее длину, если периметр треугольника  $ABC$  равен 50 м, а треугольника  $ABD$  - 40 м.

Ответ: 15 м.

## Упражнение 9

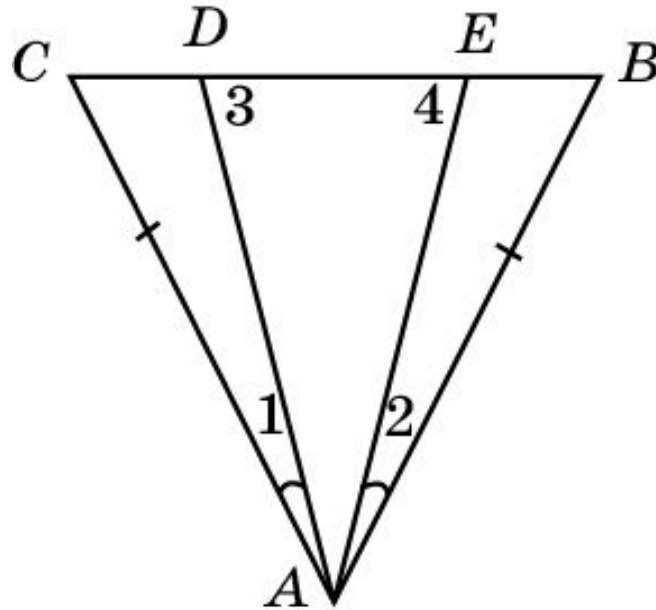
Докажите, что середины сторон равнобедренного треугольника являются вершинами также равнобедренного треугольника.



**Доказательство:** Пусть треугольник  $ABC$  равнобедренный ( $AC = BC$ ).  $N$ ,  $M$ ,  $K$  – середины сторон. Тогда треугольники  $AMN$  и  $BMK$  равны по первому признаку и, следовательно,  $NM = MK$ , т.е. треугольник  $NMK$  равнобедренный.

## Упражнение 10

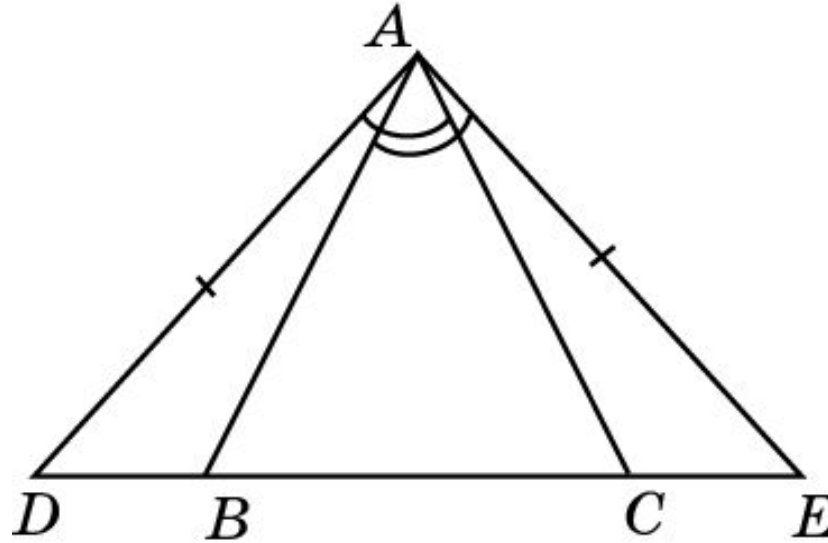
В треугольнике  $ABC$   $AB = AC$  и  $\angle 1 = \angle 2$ . Докажите, что  $\angle 3 = \angle 4$ .



**Решение:** Треугольники  $ABE$  и  $ACD$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AB = AC$ ,  $\angle BAE = \angle CAD$ ,  $\angle ABE = \angle ACD$ ). Следовательно,  $\angle AEB = \angle ADC$  и, значит,  $\angle 3 = \angle 4$ .

# Упражнение 11

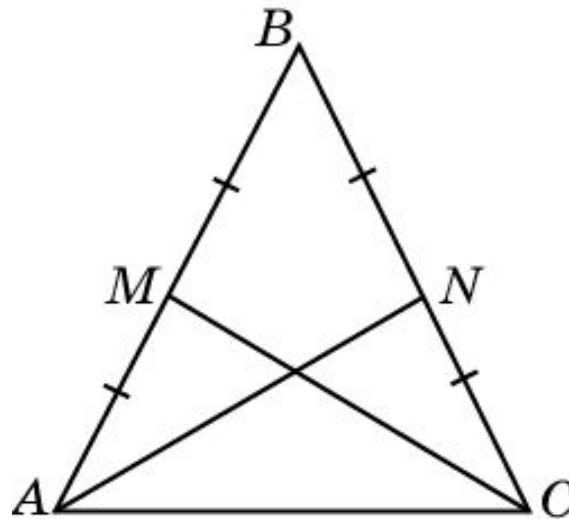
На рисунке  $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ . Докажите, что  $BD = CE$ .



**Решение:** Треугольники  $ACD$  и  $AEB$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ ,  $\angle ADC = \angle AEB$ ). Следовательно,  $CD = BE$  и, значит,  $BD = CE$ .

# Упражнение 12

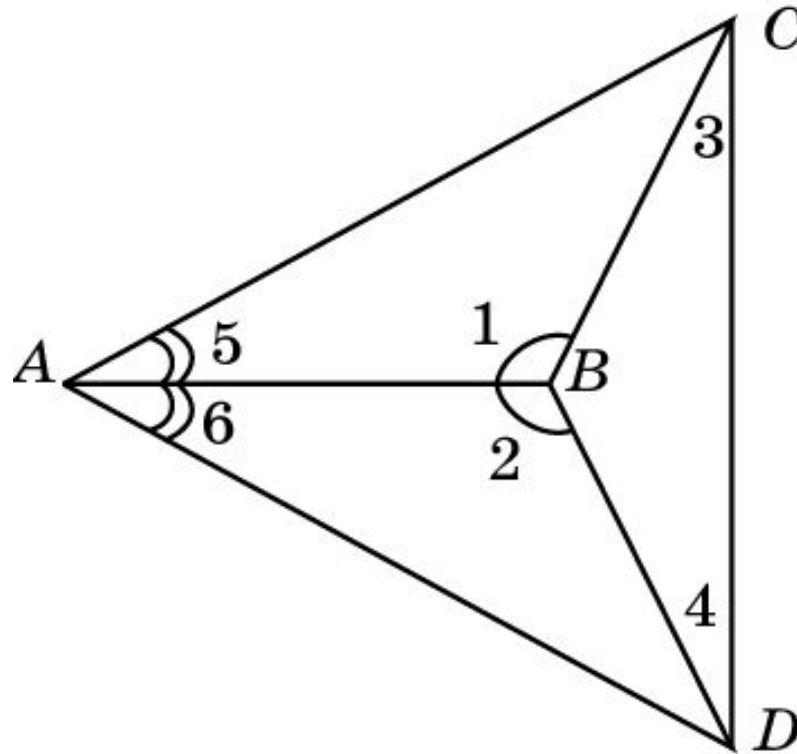
По рисунку докажите, что медианы равнобедренного треугольника, проведенные к его боковым сторонам, равны.



**Доказательство:** Пусть  $ABC$  – равнобедренный треугольник ( $AB = BC$ ),  $AN$  и  $CM$  – медианы. Тогда  $AM = CN$  и треугольники  $ACM$  и  $CAN$  равны по первому признаку. Следовательно,  $AN = CM$ .

## Упражнение 13

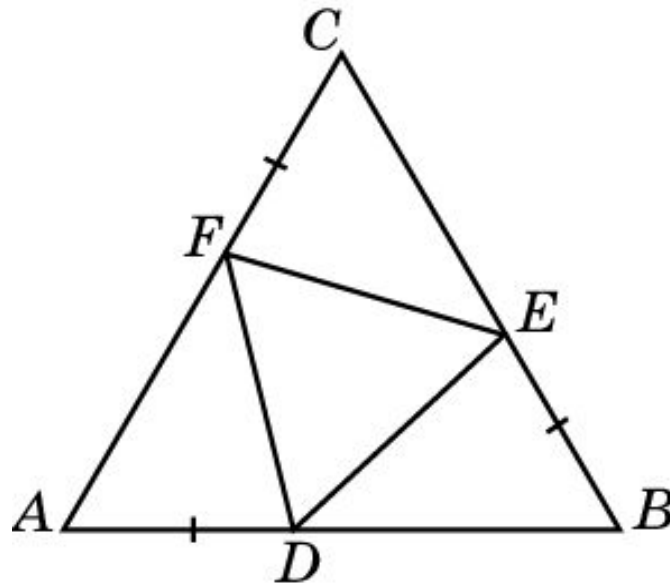
На рисунке  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 5 = \angle 6$ . Докажите, что  $\angle 3 = \angle 4$ .



**Доказательство:** Треугольники  $ABC$  и  $ABD$  равны по второму признаку равенства треугольников. Следовательно,  $BC = BD$ . Треугольник  $BCD$  равнобедренный и, значит,  $\angle 3 = \angle 4$ .

## Упражнение 14

На сторонах правильного треугольника  $ABC$  отложены равные отрезки  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$ . Точки  $D$ ,  $E$  и  $F$  соединены отрезками. Докажите, что треугольник  $DEF$  правильный.

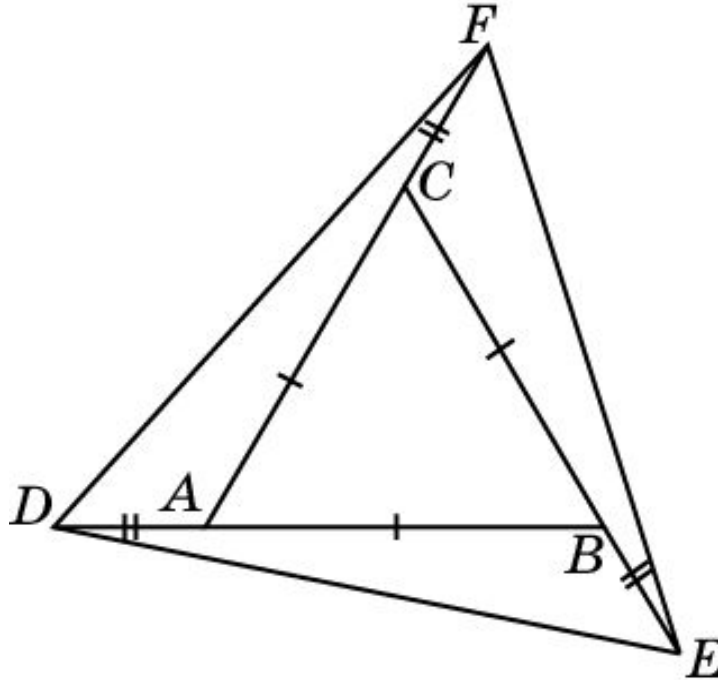


**Доказательство:** Треугольники  $ADF$  и  $BED$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = BE$ ,  $AF = BD$ , угол  $A$  равен углу  $B$ ). Следовательно,  $DF = ED$ . Аналогично доказывается, что  $ED = FE$ .



## Упражнение 15

На продолжении сторон правильного треугольника  $ABC$  отложены равные отрезки  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$ . Докажите, что треугольник  $DEF$  правильный.



**Доказательство:** Треугольники  $ADF$  и  $BED$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = BE$ ,  $AF = BD$ , угол  $A$  равен углу  $B$ ). Следовательно,  $DF = ED$ . Аналогично доказывается, что  $ED = FE$ .