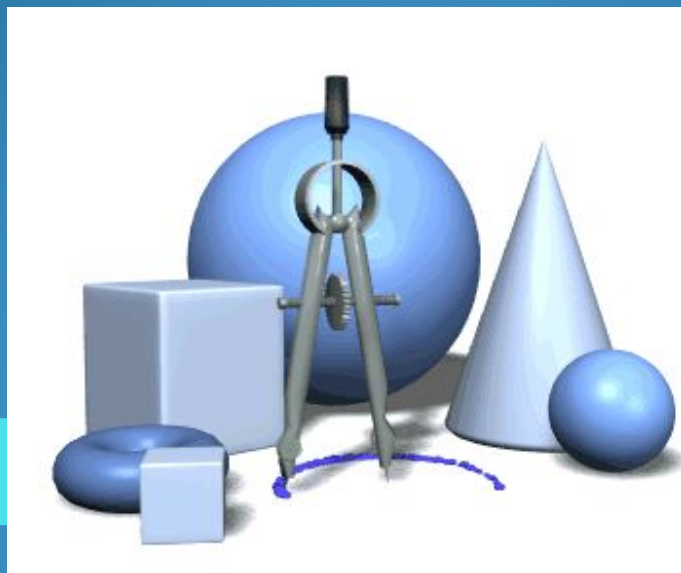


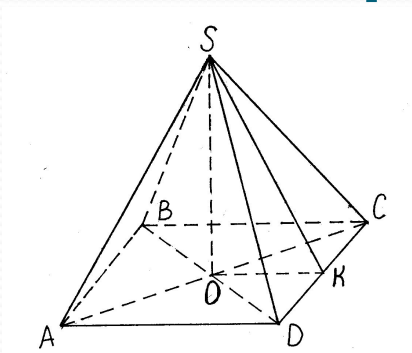
ГБПОУ КК «Новокубанский аграрно-политехнический техникум»



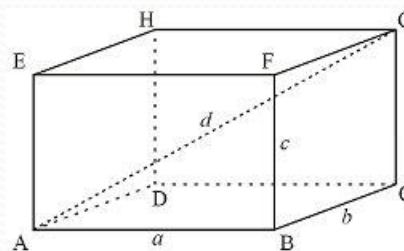
МН  
НИК  
И

Выполнила  
преподаватель  
Математики  
Галстян Тамара  
Ашотовна

# Многогранник-поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело



Тетраэдр



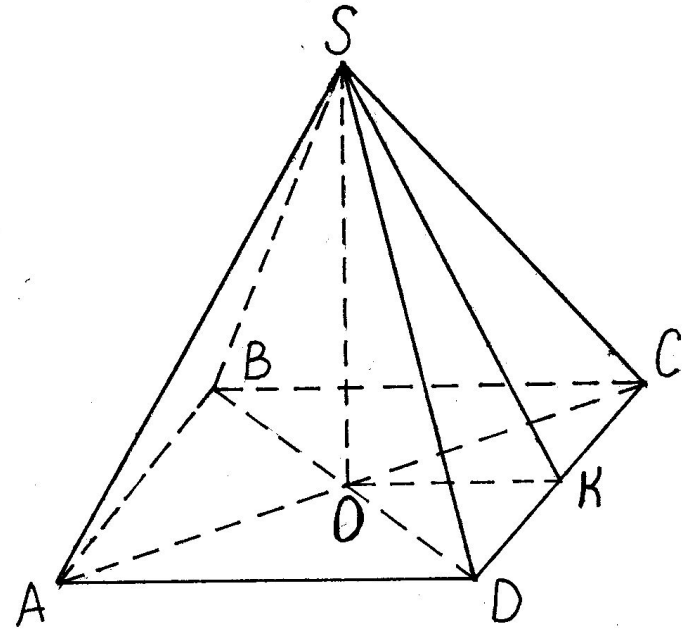
Параллелепипед

# Основные элементы многогранников

- Грани – это многоугольники, составляющие многогранник.
- Ребра – это стороны граней.
- Вершины – это концы ребер.

Например:

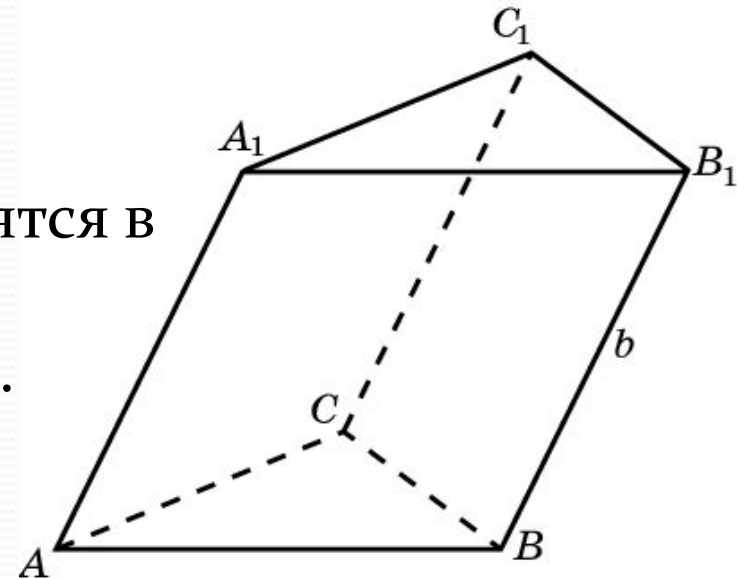
- грани тетраэдра:  $ASD$ ,  $DSC$ ;
- ребра:  $AS, AD, SD$ ;
- вершины:  $A, B, C, D$ .



# Треугольная призма

Частным случаем многогранника является треугольная призма.

- Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  находятся в параллельных плоскостях.
- Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны.
- Ребра  $AA_1, BB_1, CC_1$  параллельны.

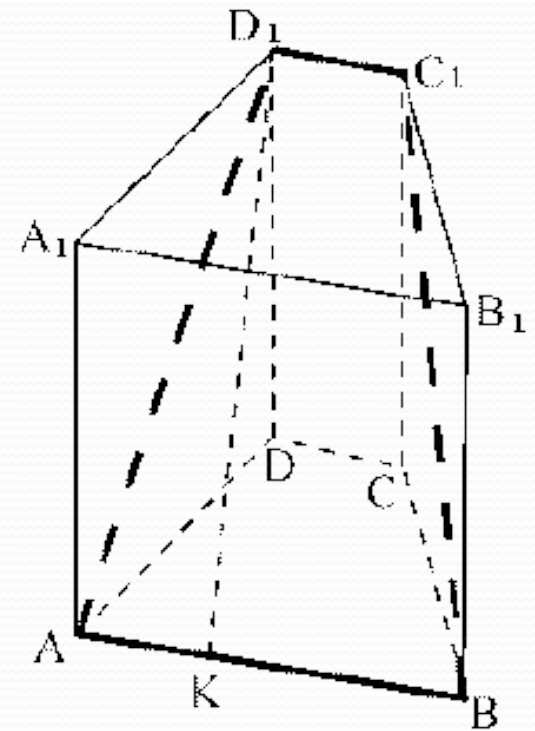


Если боковые ребра перпендикулярны основанию, то призма называется прямой, а в данном случае – наклонной.

# Четырехугольная призма

- Четырехугольники  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  находятся в параллельных плоскостях.
- Четырехугольники  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  равны.
- Ребра  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$  параллельны.

Диагональ призмы – это отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани.  $A_1C$



# Параллелепипед

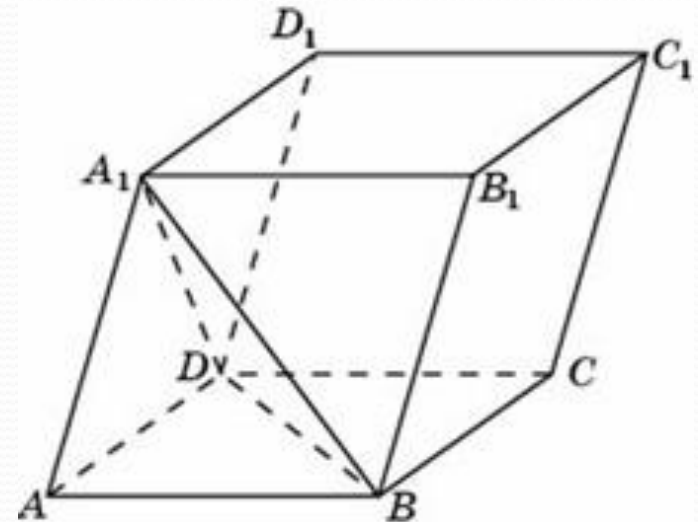
Частным случаем четырёхугольной призмы является параллелепипед.

- В основании лежат равные и параллельные друг другу параллелограммы.

$ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$

- Боковые ребра параллельны.

$AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$



# Шестиугольная призма

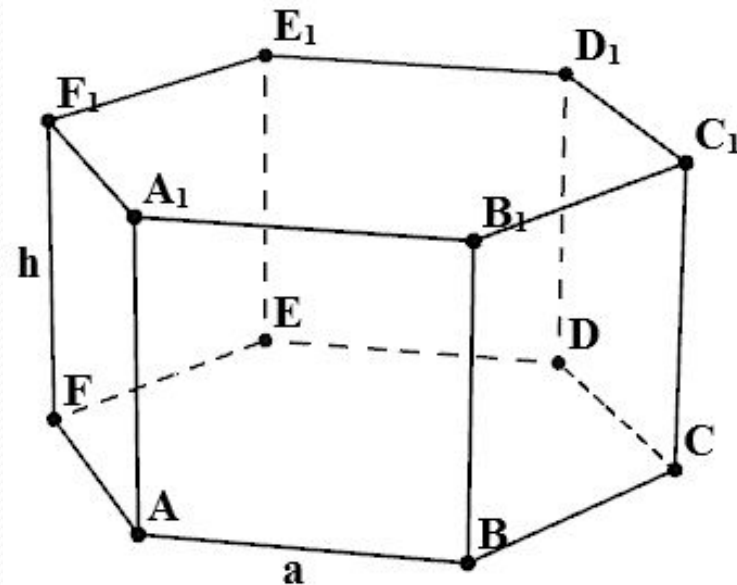
- В основании лежат равные шестиугольники.

$$ABCDEF = A_1B_1C_1D_1E_1F_1$$

- Шестиугольники лежат в параллельных плоскостях.

- Ребра  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, EE_1, FF_1$  параллельны.

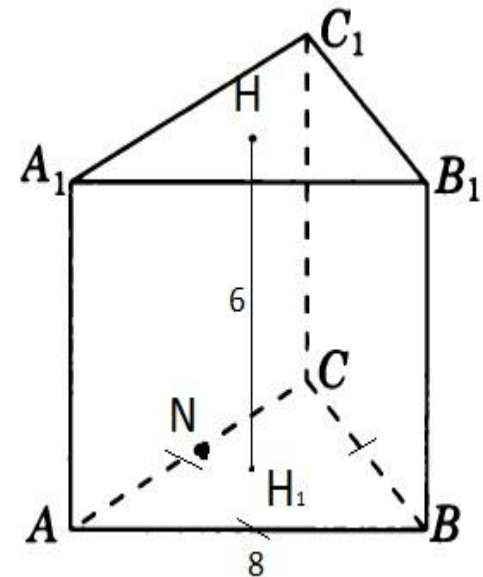
Если какое-нибудь боковое ребро перпендикулярно плоскости основания, то такая шестиугольная призма называется прямой.



# Правильная призма

Прямая призма называется правильной, если её основания – правильные многоугольники.

- Треугольник  $ABC$  – правильный
- Ребро  $AA_1$  перпендикулярно основанию  $ABC$  ( $AA_1 \perp ABC$ ).





# Площадь поверхности призмы

- Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех её граней. Обозначается  $S_{\text{полн}}$ .
- Площадью боковой поверхности называется сумма площадей всех боковых граней. Обозначается  $S_{\text{бок}}$ .

Призма имеет два основания. Тогда площадь полной поверхности призмы:

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

# Теорема о площади боковой поверхности призмы

Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы.  
Доказательство проведем на примере треугольной призмы.

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – прямая призма, т. е.  $AA_1 \perp ABC$ .

$AA_1 = h$ .

Доказать:  $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot h$ .

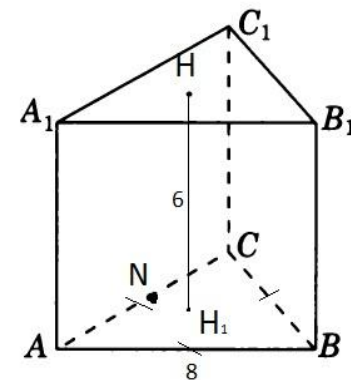
Доказательство.

Треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  – прямая, значит,  $AA_1B_1B$ ,  $AA_1C_1C$ ,  $BB_1C_1C$  – прямоугольники.

Найдем площадь боковой поверхности как сумму площадей прямоугольников  $AA_1B_1B$ ,  $AA_1C_1C$ ,  $BB_1C_1C$ :

$$S_{\text{бок}} = AB \cdot h + BC \cdot h + CA \cdot h = (AB + BC + CA) \cdot h = P_{\text{осн}} \cdot h.$$

Получаем,  $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot h$ , что и требовалось доказать.



# Пример решения задачи

**Условие:** Основанием прямого параллелепипеда служит параллелограмм со сторонами 3 см и 5 см. Острый угол параллелограмма равен  $60^\circ$ . Площадь большего диагонального сечения равна  $63 \text{ см}^2$ .  
**Найдите** площадь полной поверхности параллелепипеда.

Пользуясь теоремой косинусов найдем длину диагонали AC.

$$AC^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 120 = 49$$

$$AC = 7$$

Зная площадь диагонального сечения и длину AC, найдем высоту.  $S_{\text{диаг.сеч}} = AC \cdot h$

$$7h = 63; h = 9$$

Найдем площадь основания.

$$S_{\text{осн}}, S = ab \cdot \sin \alpha, S = (15\sqrt{3})/2$$

Найдем площадь боковых поверхностей.

$$S_{1\text{бок}} = 3 \cdot 9 = 27; S_{2\text{бок}} = 5 \cdot 9 = 45$$

Найдем общую площадь.

$$S_{\text{полн}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

$$2S_{\text{осн}} = 15\sqrt{3}$$

$$S_{\text{бок}} = 2S_{1\text{бок}} + 2S_{2\text{бок}} = 2 \cdot 27 + 2 \cdot 45 = 144$$

$$S_{\text{полн}} = 144 + 15\sqrt{3}$$

