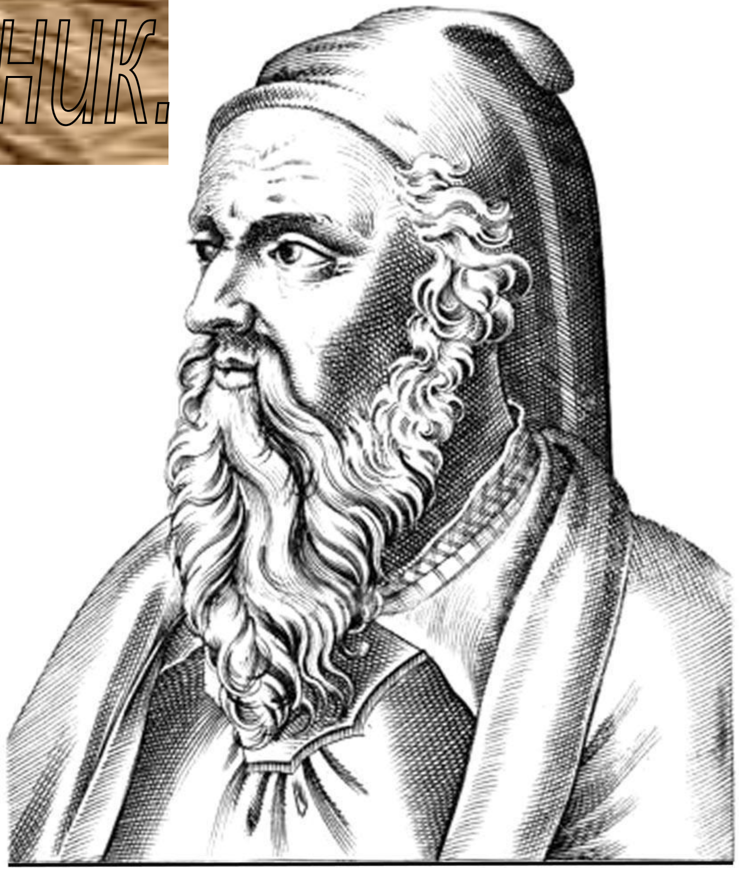
Теорема Пифагора. Египетский треугольник.

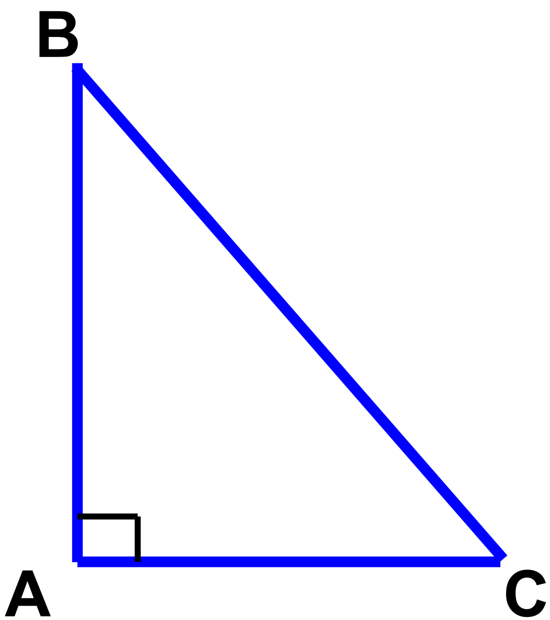
8 класс



Пифагор

***Пифагор Самосский** (ок. 580 — ок. 500 до н. э.) — древнегреческий философ, религиозный и политический деятель, основатель пифагореизма, математик. Пифагору приписывается изучение свойств целых чисел и пропорций, доказательство теоремы Пифагора и др.*

Задача на повторение



Дано: AB=13 см; BC=17 см; AC=9 см;

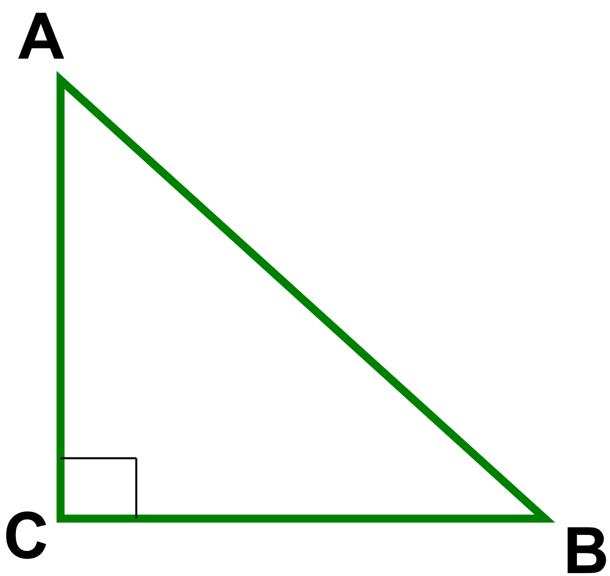
Найти: cos B; cos C

Решение:

$$\cos B = \frac{AB}{BC}; \quad \cos B = \frac{13}{17}$$

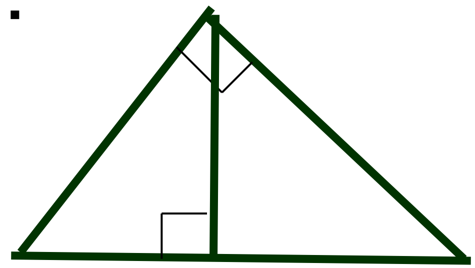
$$\cos C = \frac{AC}{BC} \quad \cos C = \frac{9}{17}$$

Теорема. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов



$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

Доказательство:



$$\cos A = \frac{AD}{AC} \text{ из } \Delta\text{ADC} \qquad \cos A = \frac{AC}{AB} \text{ из } \Delta\text{ABC}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \qquad AB \cdot AD = AC^2$$

$$\cos B = \frac{BD}{BC} \text{ из } \Delta\text{BDC} \qquad \cos B = \frac{BC}{AB} \text{ из } \Delta\text{ABC}$$

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BC}{AB} \qquad AB \cdot BD = BC^2$$

$$AB \cdot AD + AB \cdot BD = AC^2 + BC^2$$

$$AB\left(AD + BD\right) = AC^2 + BC^2$$

$$AD + BD = AB$$

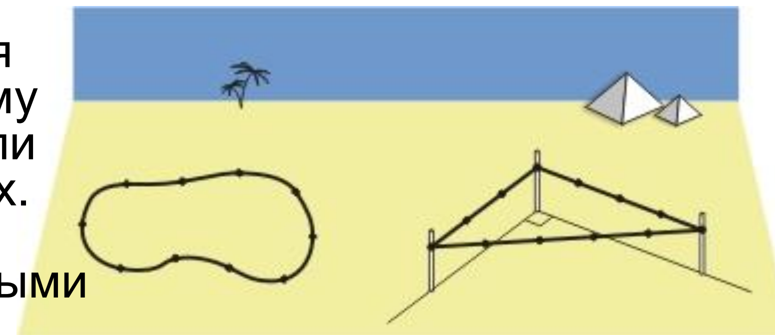
$$AB \cdot AB = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

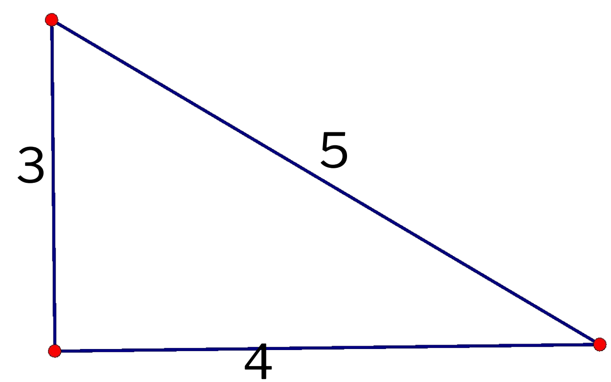
Теорема доказана

Египетский треугольник

Древнегреческие авторы писали о существовании в Египте особого метода для построения прямого угла на местности: этому служила кольцевая веревка, на которой были отмечены 12 узелков на равных расстояниях. Если натянуть данную веревку, образовав треугольник со сторонами, пропорциональными 3, 4 и 5, то этот треугольник будет прямоугольным: в самом деле, его стороны удовлетворяют теореме Пифагора
(32 + 42 = 52).



Прямоугольные треугольники с целочисленными сторонами до сих пор иногда называются египетскими треугольниками. В то же время из сохранившихся древнеегипетских папирусов математического содержания невозможно извлечь никаких свидетельств о знакомстве с теоремой Пифагора, даже в ее частном случае. Вполне возможно, что египтяне знали только об одном целочисленном прямоугольном треугольнике, и знали о нем не раньше середины I тысячелетия до н. э. – времени, к которому относятся первые греческие сведения о египетском методе построения прямого угла.



Задача 1

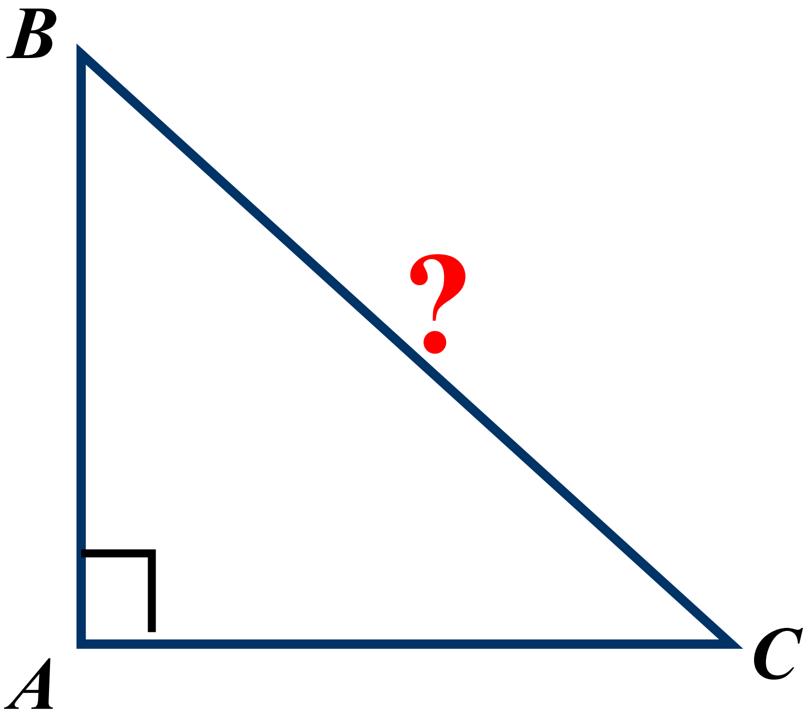
Дано:

ΔABC,

AB=6 см,

AC=8 см,

Найти: BC



Решение:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

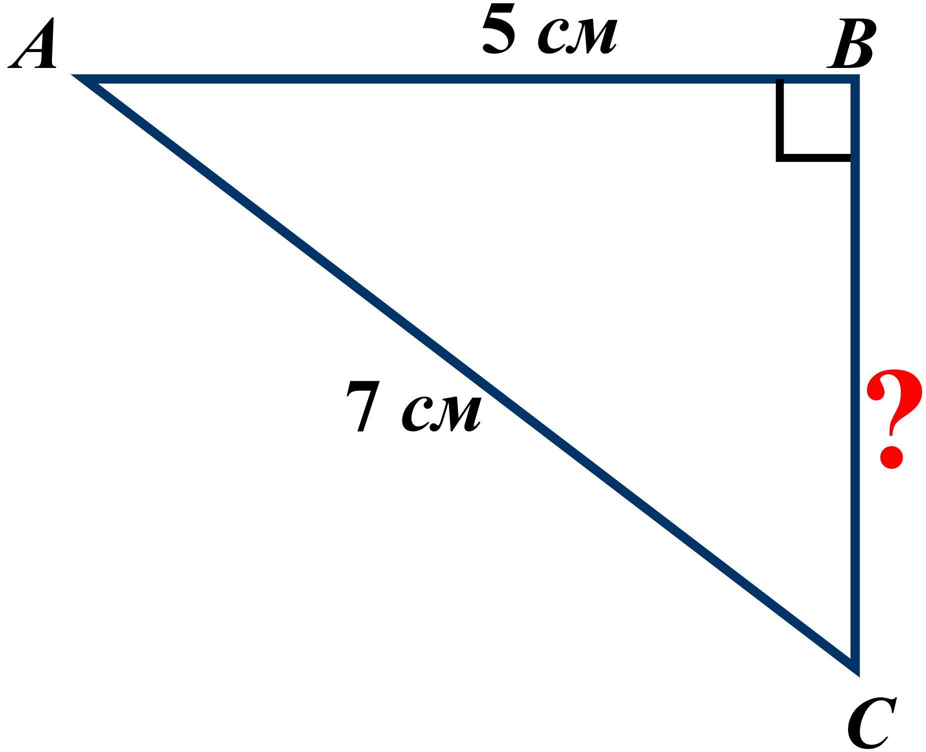
$$BC = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10\text{см}$$

$$\text{Ответ}: 10\ \text{см}.$$

Задача 2.

Дано: ΔABC

Найти: BC



Решение:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

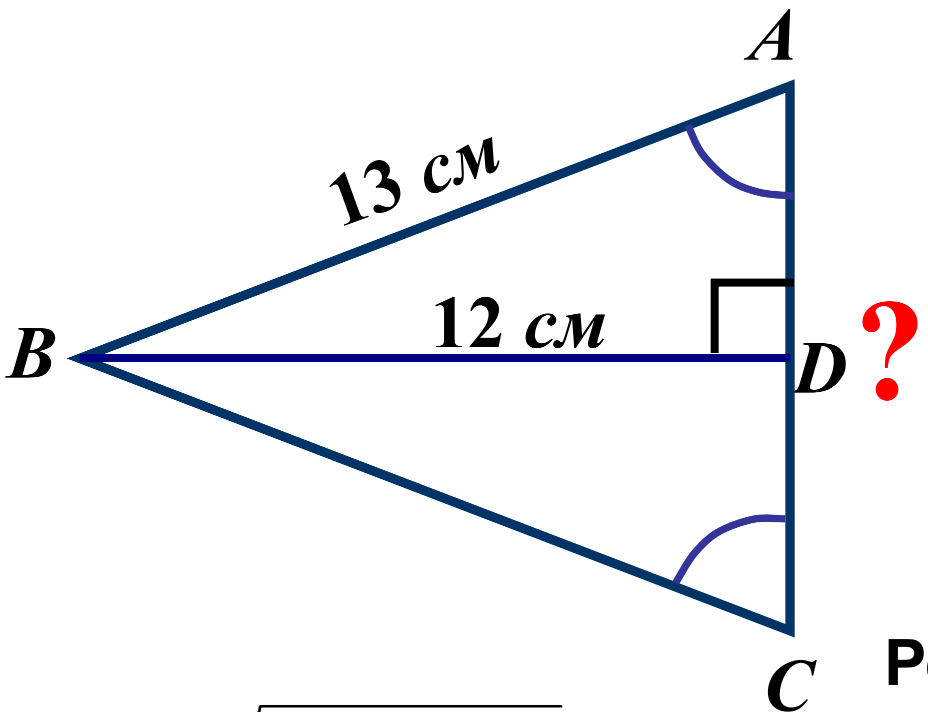
$$BC = \sqrt{49 - 25} = \sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = 2\sqrt{6}\text{см}$$

$$\text{Ответ}: 2\sqrt{6}\,см.$$

Задача 3.

Дано: ΔABC

Найти: AC



Решение:

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2}$$

$$AD = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5\text{см}$$

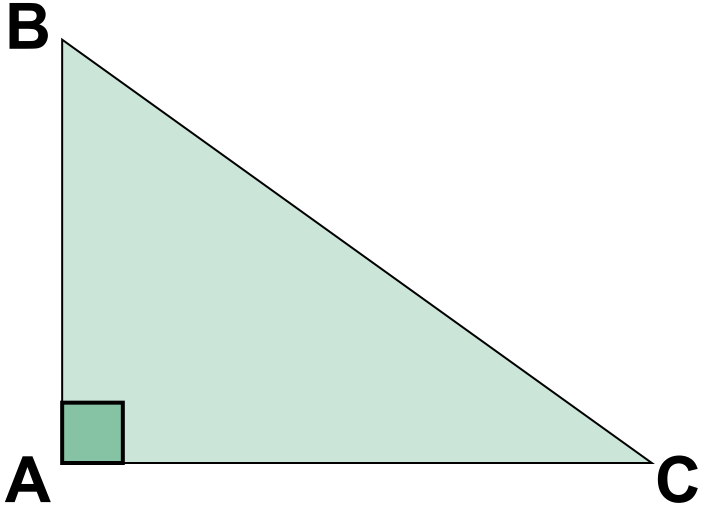
$T.к.\ \Delta ABC$ – равнобедренный, и BD - медиана, тт

$$\text{AD} = \text{DC} = 5\text{cc}$$

$$\text{AC} = 5 + 5 = 10\text{c}0$$

$$\text{Ответ}: 10\ \text{см}.$$

Задача 4. Катеты прямоугольного треугольника равны 12 см и 5 см. Найти гипотенузу.



Дано: ΔABC – прямоугольный; AC=12см; AB=5см

Найти: BC

Решение:

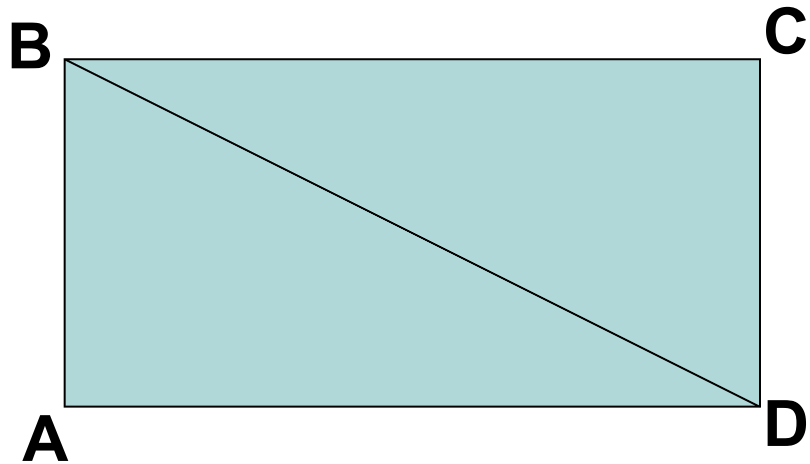
$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$BC = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13\text{см}$$

Ответ: 13 см.

Задача 5. Диагональ прямоугольника равна 5 см, а одна из его сторон – 3 см. Найти вторую сторону прямоугольника.



Дано: ABCD – прямоугольник;
BD=5см; AB=3см

Найти: AD

Решение:

$$AD^2 + AB^2 = BD^2$$

$$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2}$$

$$AD = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4\text{см}$$

Ответ : 4 см.