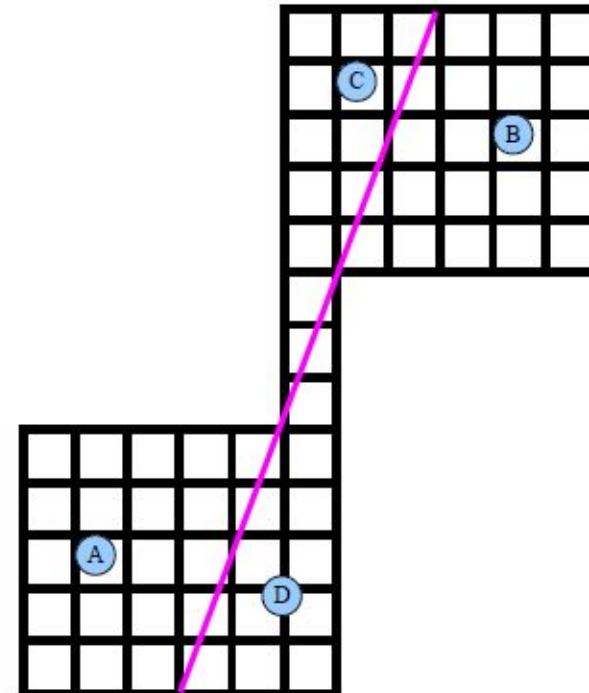
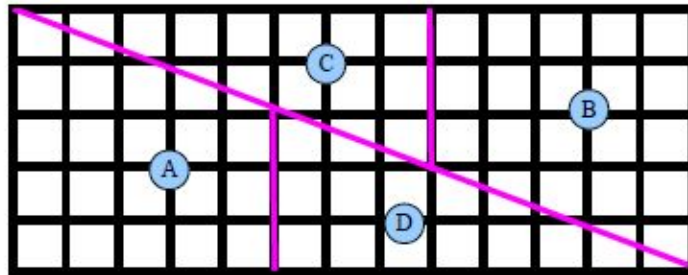


# ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА на тему: «БЕРМУДСКИЙ ПРЯМОУГОЛЬНИК И ДРУГИЕ ТАЙНЫ МАТЕМАТИКИ»

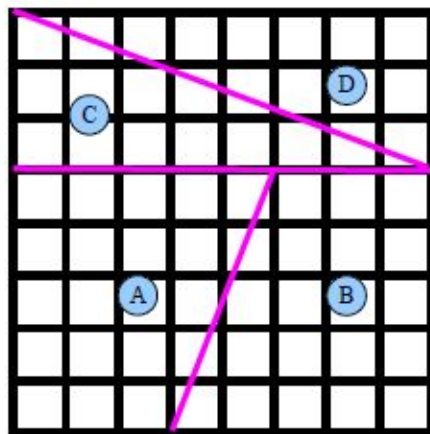
## ТАИНСТВЕННОЕ ИСЧЕЗНОВЕНИЕ И ПОЯВЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

### «Бермудский прямоугольник»



$$5 \times 13 = 65$$

$$5 \times 6 + 5 \times 6 + 3 = 63$$



$$8 \times 8 = 64$$

## **Цель исследования —**

**изучить явления, связанные с исчезновением и появлением частей геометрических фигур, возникающие при их трансформации.**

## **Задачи исследования:**

- изучить основы трансформации геометрических фигур;**
- изучить, как определяются площади геометрических фигур графическим способом;**
- исследовать геометрические фигуры при трансформации и сравнить их размеры и площади;**
- научиться проектировать трансформирующиеся модели.**

# Геометрические парадоксы, связанные с трансформацией геометрических фигур

## Парадокс

- явление, кажущееся невероятным и необычным.

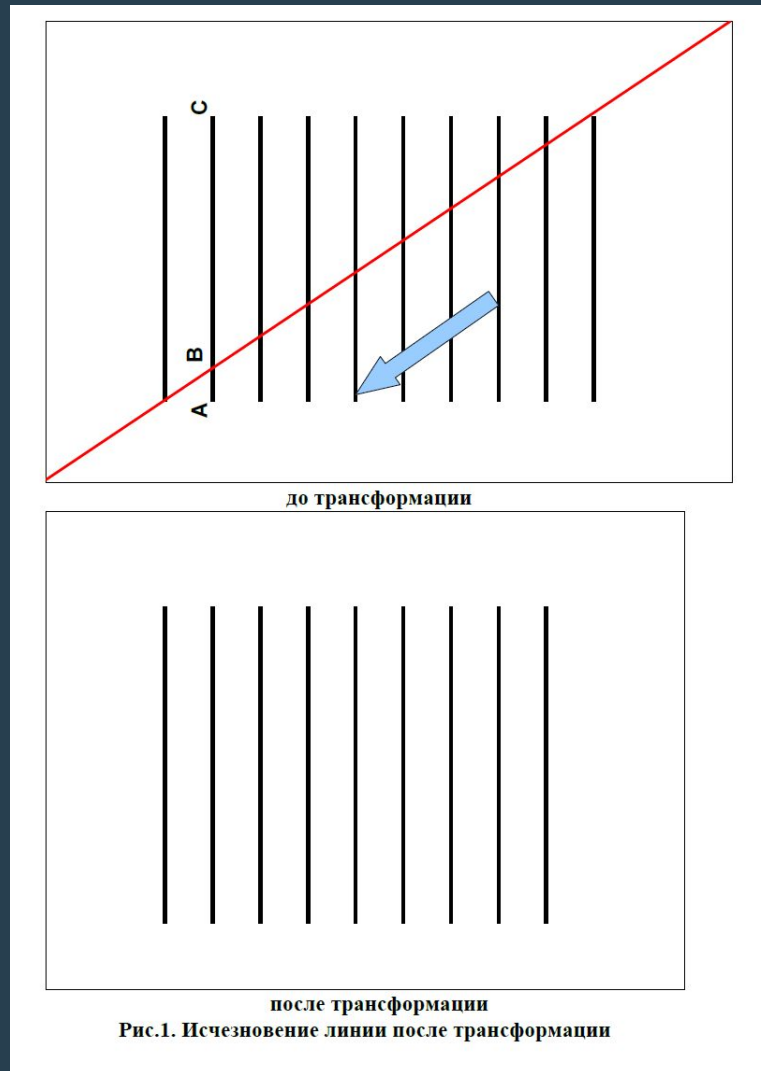
## Трансформировать

- превратить что-либо из одного в другое, преобразовать.

## Парадоксы, связанные с трансформацией геометрических фигур

начинаются с разрезания фигуры на части и заканчиваются составлением из полученных частей новой фигуры. При этом кажется, что часть первоначальной фигуры **исчезла**. Когда складывается первоначальная фигура **исчезнувший элемент возникает вновь**.

# “Принцип скрытого перераспределения”



Отметим, длина отрезков под диагональю увеличивается, а над ней — уменьшается.

## Таблица 1. Измерение длин линий до и после трансформации.

№ линии	До трансформации			После трансформации
	AB, мм	BC, мм	AC, мм	AC, мм
1	0	120	120	133
2	13	107	120	133
3	27	93	120	133
4	40	80	120	133
5	53	67	120	133
6	67	53	120	133
7	80	40	120	133
8	93	27	120	133
9	107	13	120	133
10	120	0	120	

Длина каждого из полученных 9 отрезков **увеличилась на 13мм.**

Суммарная величина приращений равна **длине исчезнувшей линии**, т.е. каждой из первоначальных линий:

$$13\text{мм} \times 9 = 120 \text{ мм}$$

При разрезании прямоугольника 8 из 10 отрезков делятся на 2 части и полученные 16 отрезков **«перераспределяются»**, образуя 9 линий.

# ТАИНСТВЕННОЕ ИСЧЕЗНОВЕНИЕ И ПОЯВЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ «Бермудский прямоугольник»

## Ряд Фибоначчи

- ряд чисел, начинающийся с двух единиц, каждое из которых, начиная с третьего, есть сумма двух предшествующих.

### Свойство ряда Фибоначчи:

при возведении в квадрат любого члена этого ряда получается произведение двух соседних членов ряда плюс или минус единица.

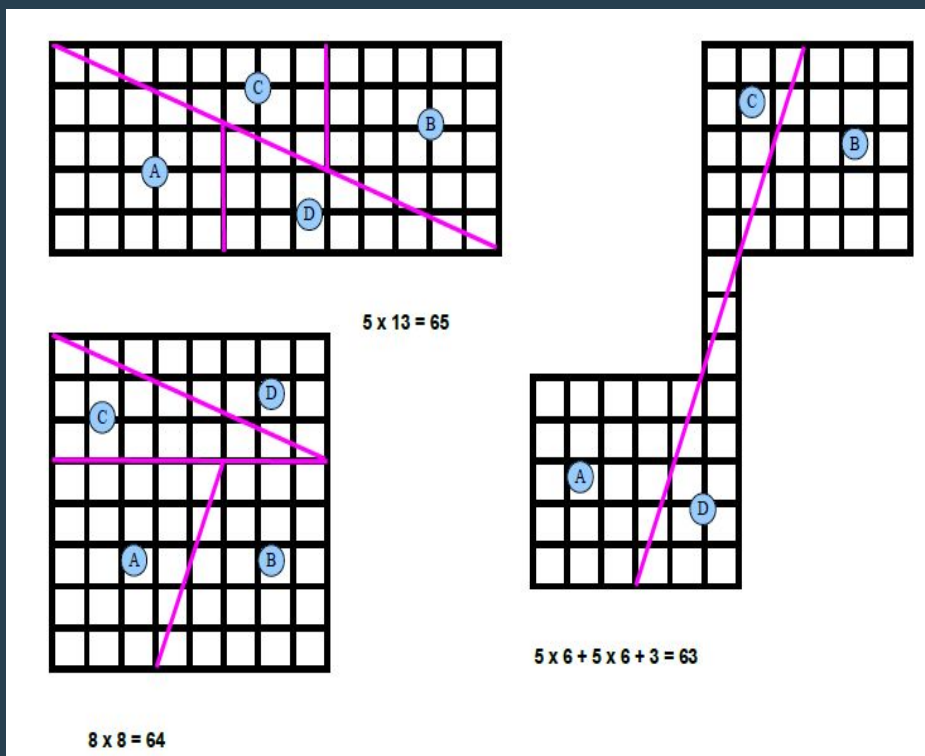
Наш ряд имеет вид

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

Сторона квадрата равна 8 ед.,  $S = 64$  кв.ед.

8 - между 5 и 13, поэтому

5 и 13 длины сторон нового прямоугольника с  $S = 65$  кв.ед., что дает прирост площади в 1 единицу.



### Формулы для нахождения сторон прямоугольника:

$$A + B = C, \quad (1)$$

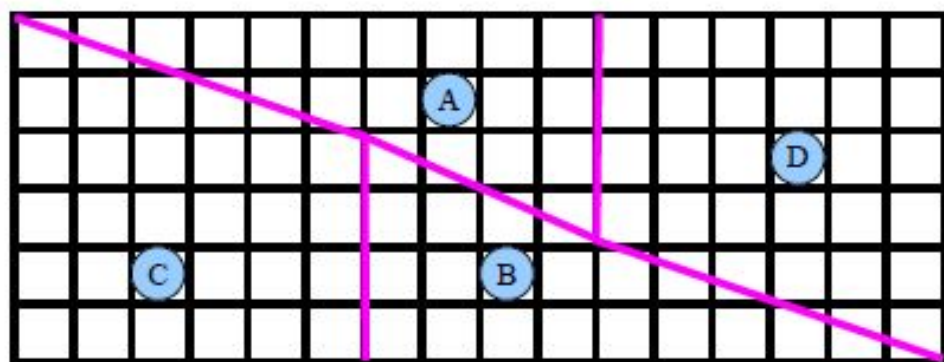
$$B^2 = AC \pm X. \quad (2)$$

Где  $A$ ,  $B$  и  $C$  - три последовательных числа Фибоначчи;  
 $B$  - число, которое принято за длину стороны квадрата;  
 $X$  - прирост или потеря площади.

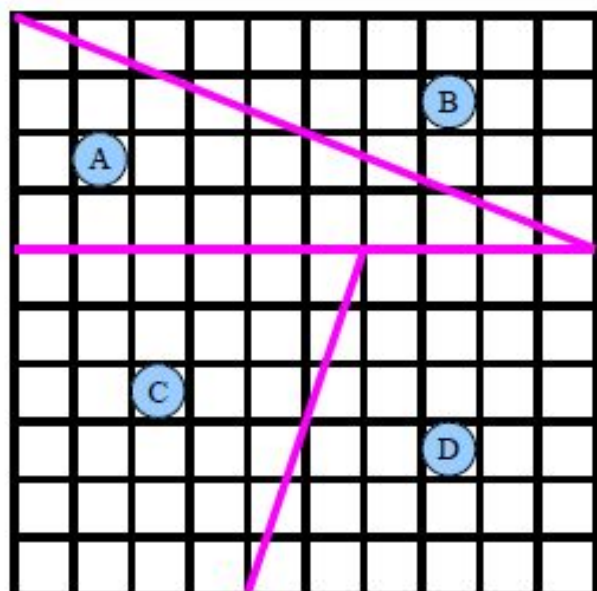
**Используя свойство рядов Фибоначчи и формулы 1,2, мною были спроектированы:**

- Модель трансформирующегося квадрата со стороной 10 ед. с желаемой потерей площади в 4 кв.ед.**
- Модель трансформирующегося квадрата со стороной 11 ед. с желаемым приростом площади в 5 кв.ед.**



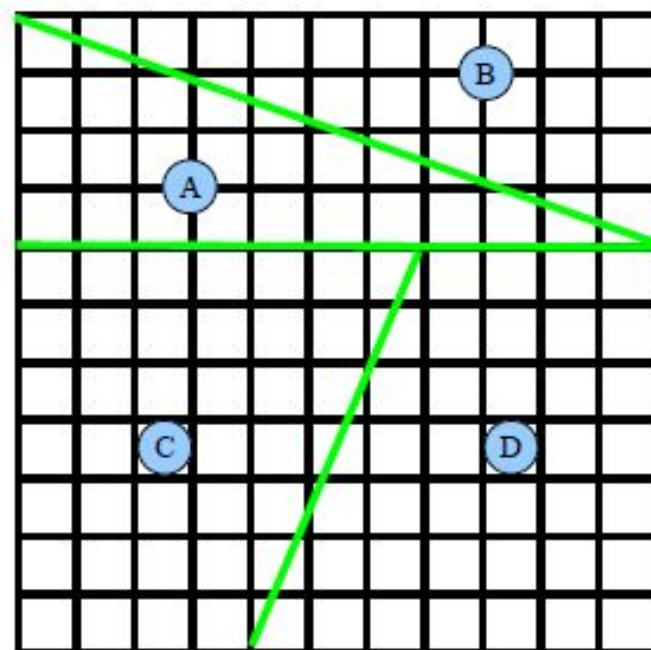


$$6 \times 16 = 96$$

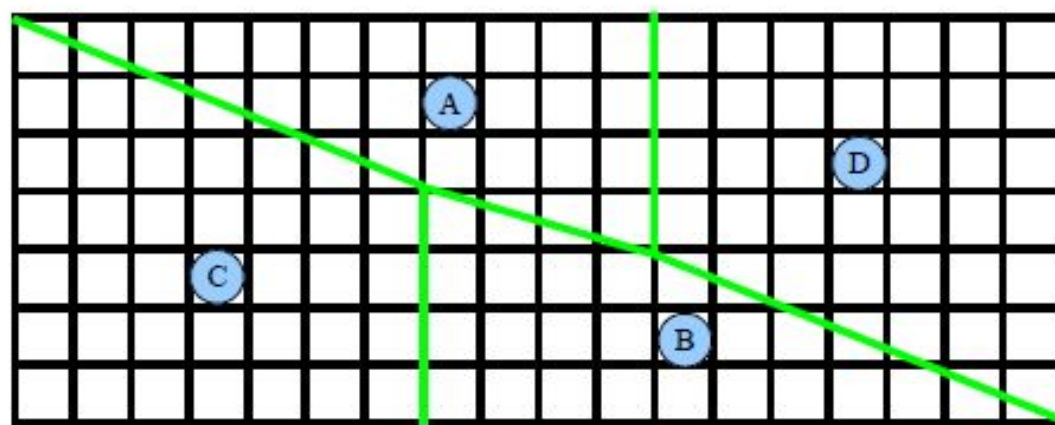


$$10 \times 10 = 100$$

Рис.10. Модель трансформирующегося квадрата  $10 \times 10$  с потерей площади в 4 единицы



$$11 \times 11 = 121$$

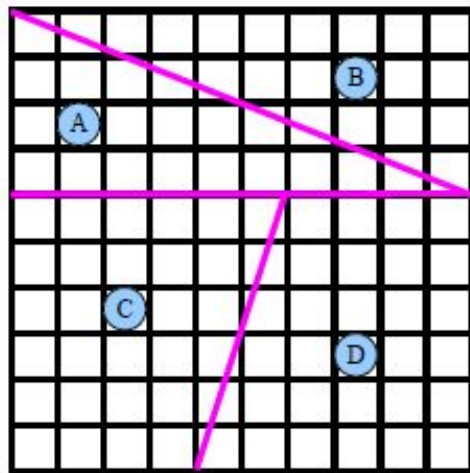
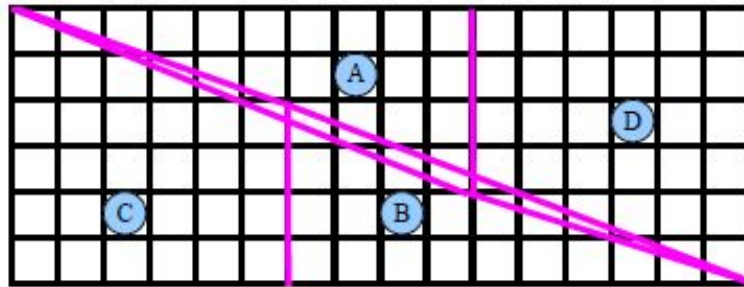


$$7 \times 18 = 126$$

Рис.11. Модель трансформирующегося квадрата  $11 \times 11$  с приростом площади в 5 единиц



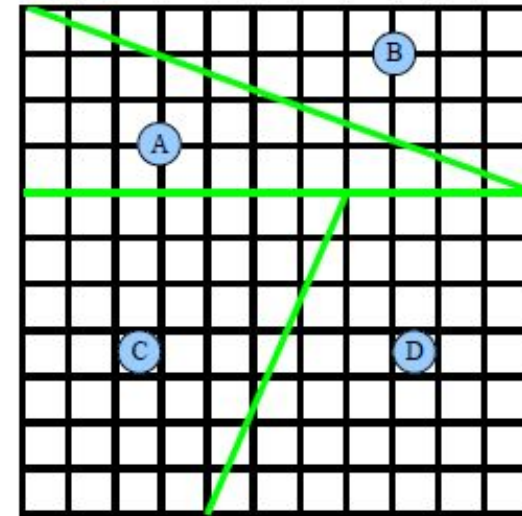
Таинственное исчезновение или появление площадей объясняется «принципом скрытого перераспределения». Прирост или потеря площади вызывается **перекрыванием фигур** (рис.10) или **появлением пустых мест** (рис.11) вдоль диагонали — происходит **диагональное перераспределение площади с угла на угол**.



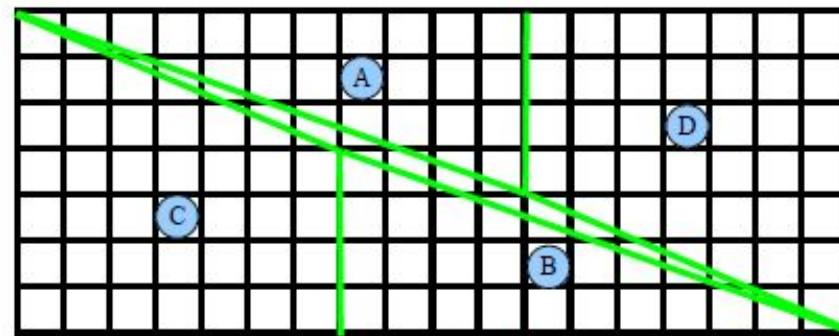
$$6 \times 16 = 96$$

$$10 \times 10 = 100$$

Рис.10. Модель трансформирующегося квадрата  $10 \times 10$  с потерей площади в 4 единицы



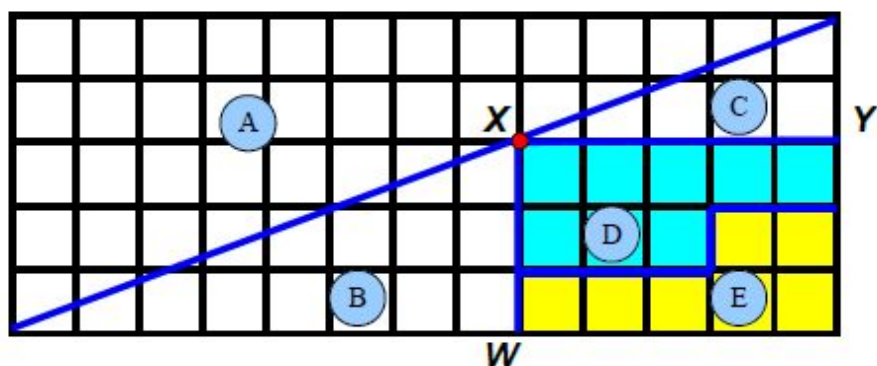
$$11 \times 11 = 121$$



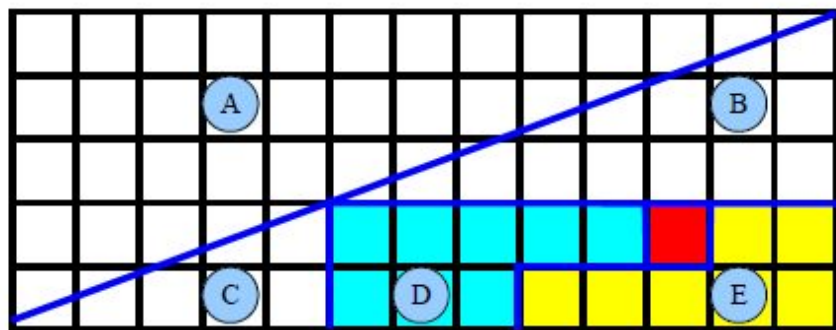
$$7 \times 18 = 126$$

Рис.11. Модель трансформирующегося квадрата  $11 \times 11$  с приростом площади в 5 единиц

# Трансформации одной фигуры в другую, тех же внешних размеров, но с отверстием внутри периметра



$$5 \times 13 = 65$$

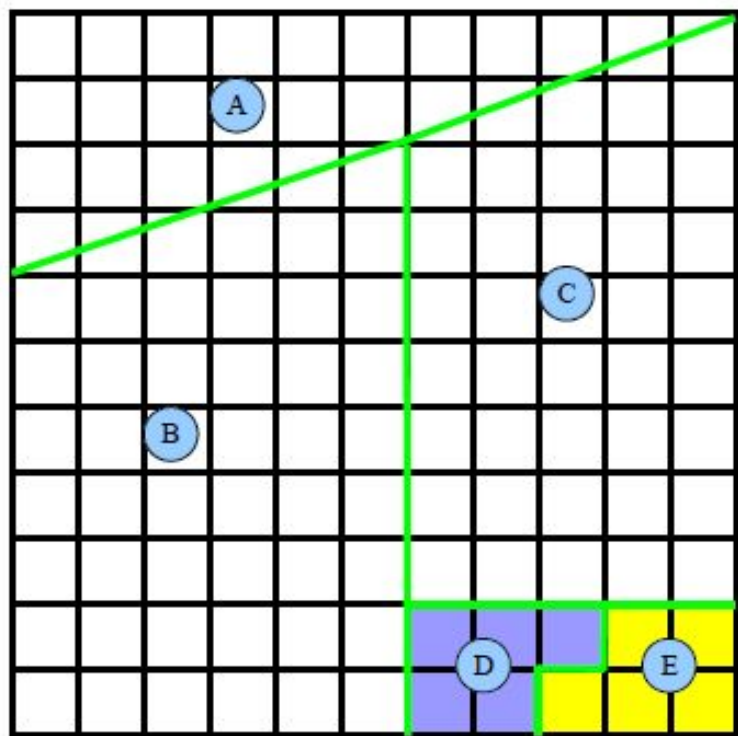


$$5 \times 13 = 65$$

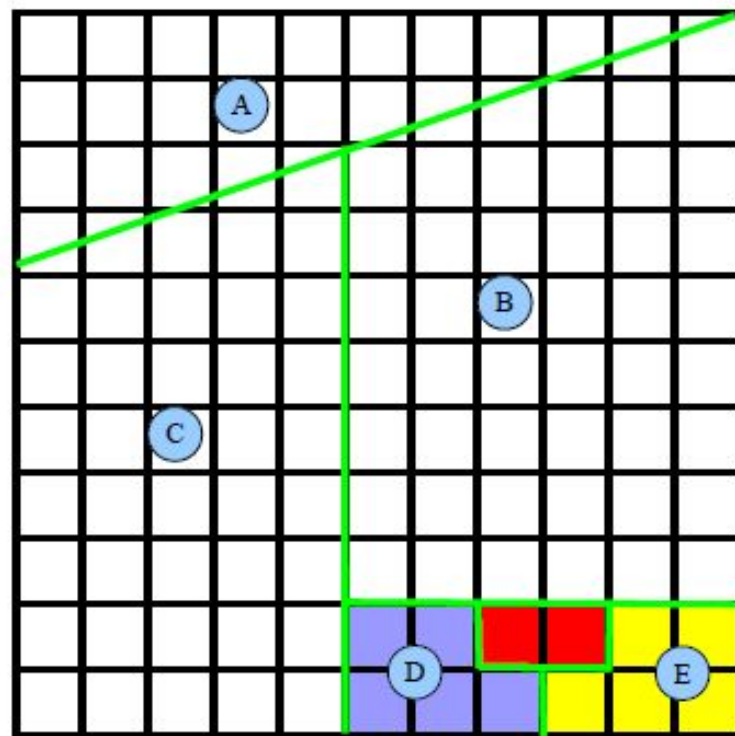
Рис.5. Трансформация прямоугольника с образованием  
отверстия внутри периметра

- $XY = 5$  ед.
- $XW = 3$  ед.

Площадь 1 кв.ед.  
теряется за счет  
перекрывания в  
области  
диагонали

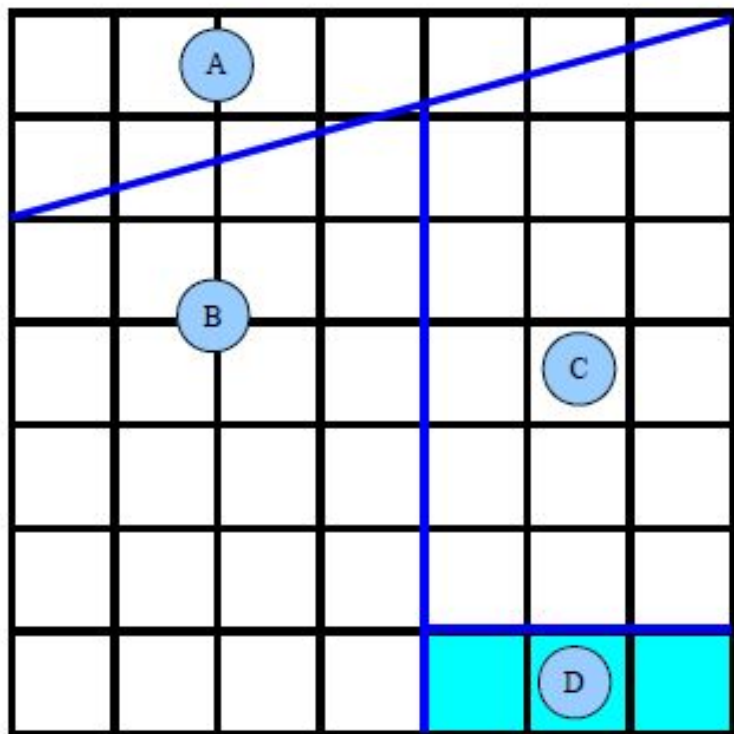


$$11 \times 11 = 121$$

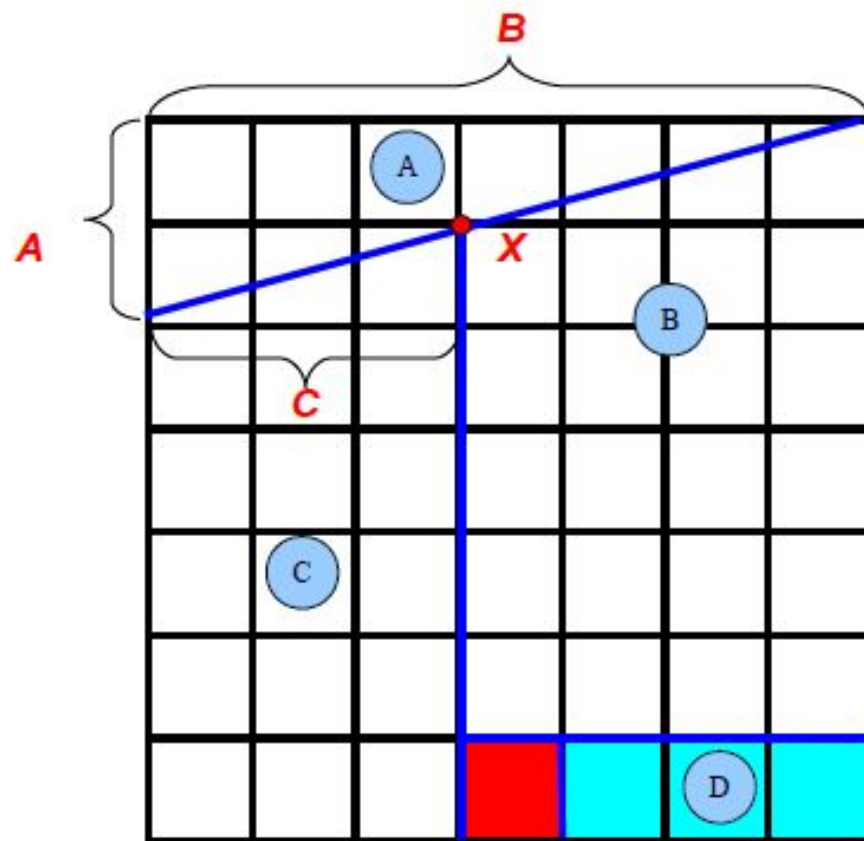


$$11 \times 11 = 121$$

Рис.6. Трансформация квадрата с образованием отверстия внутри периметра



$7 \times 7 = 49$



$7 \times 7 = 49$

Рис.7. Пример трансформации квадрата с образованием отверстия внутри периметра

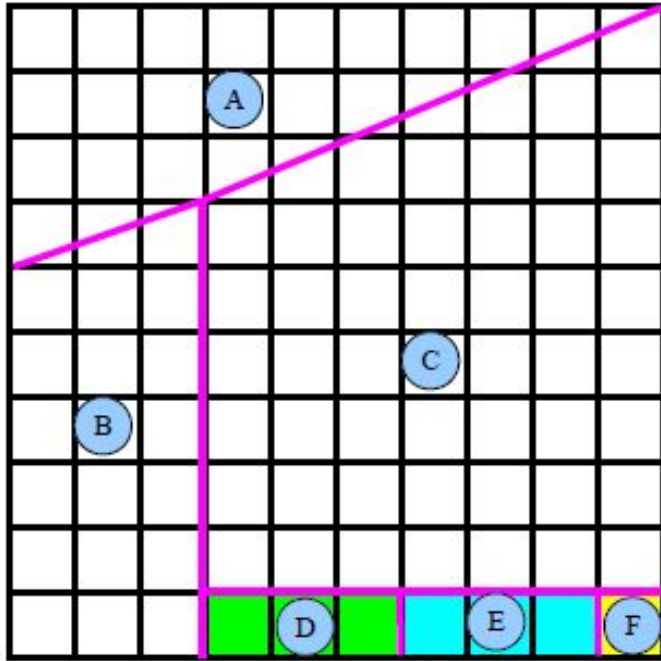
**Площадь отверстия  $\Pi$  в квадратных единицах**

$$\Pi = A \times C - \text{ближ.кратное}(B) \quad (3)$$

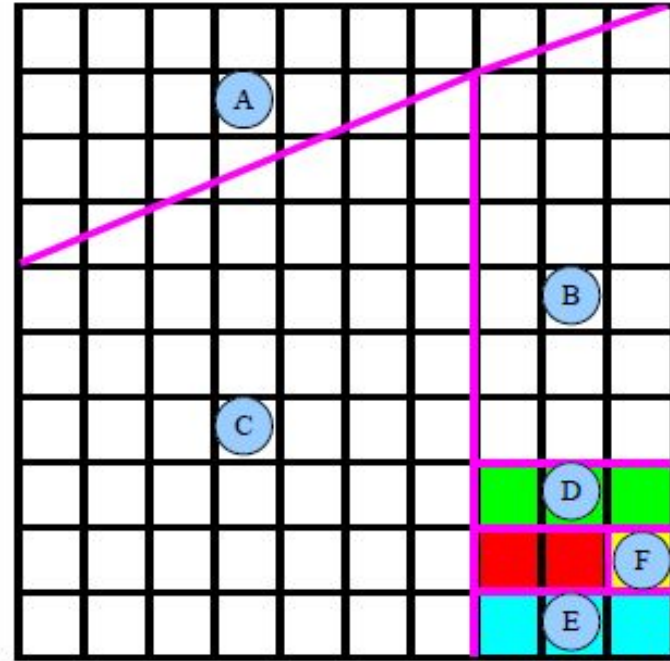
В примере на рис.7  $A \times C = 2 \times 3 = 6$ ;

Ближайшее кратное размера  $B=7$  к 6 есть 7, поэтому отверстие получается в одну квадратную единицу:  $\Pi = 7 - 6 = 1$  (кв.ед.)

# Проектирование квадрата с отверстием внутри периметра



$$10 \times 10 = 100$$



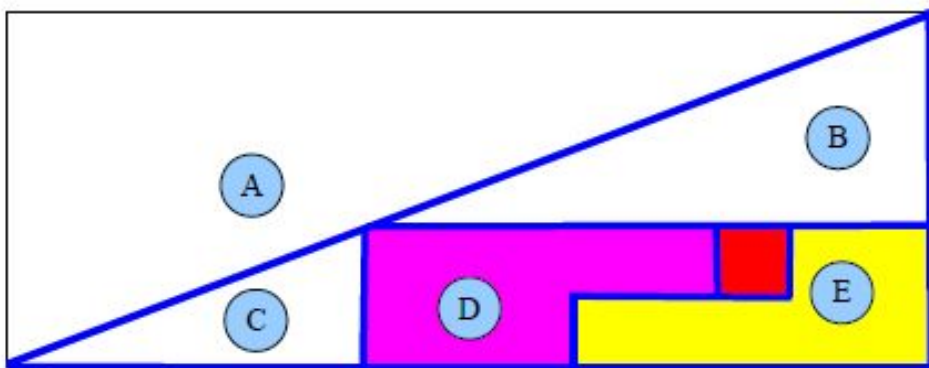
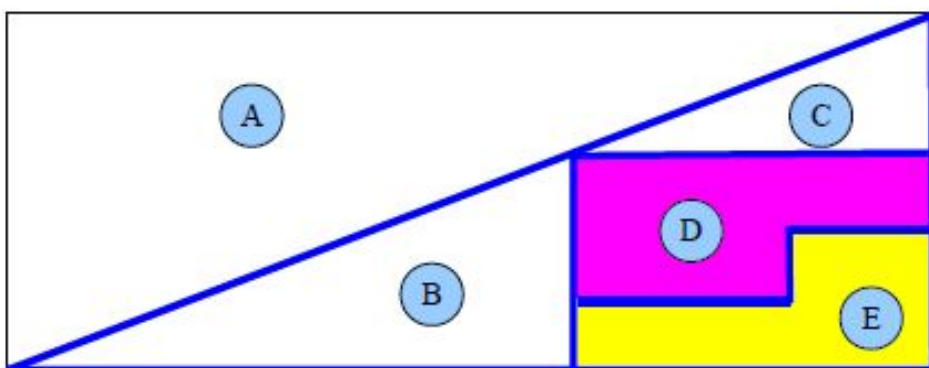
$$10 \times 10 = 100$$

Рис.12. Модель трансформирующегося квадрата 10 x 10 с образованием отверстия внутри него в 2 кв.ед.

$$П = А \times С - \text{блж.кратное}(В)$$

$$А = 4, С = 3, В = 10, А \times С = 4 \times 3 = 12$$

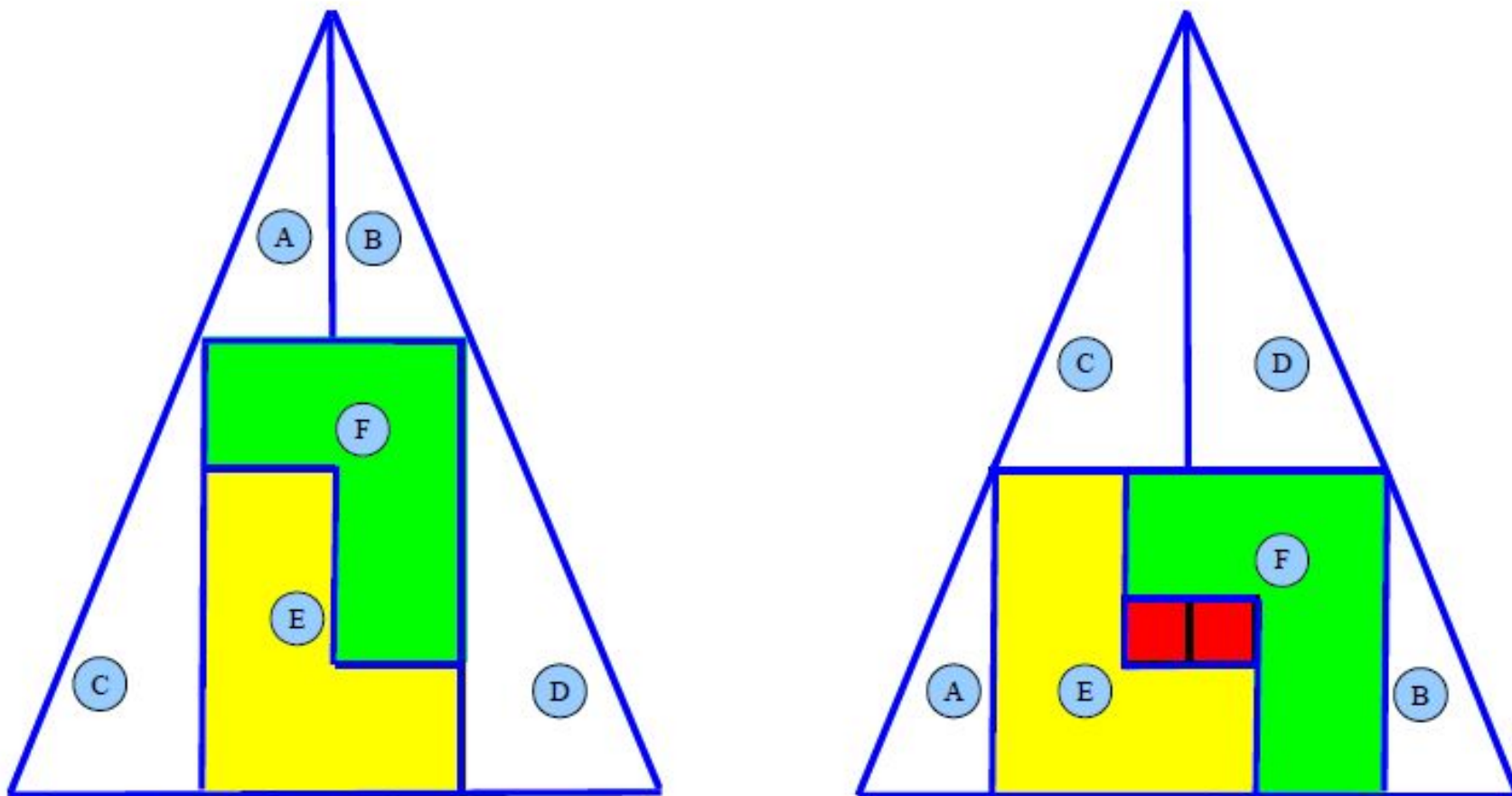
$$П = 12 - 10 = 2 \text{ (кв.ед)}$$



**Рис.8. Трансформация треугольника с образованием отверстия внутри периметра**

*Не рассматривая  
треугольник А,  
оставляя только правый  
треугольник,  
разрезанный на  
четыре части,  
произведем  
трансформацию и  
получим  
прямоугольный  
треугольник с  
отверстием в 1 кв.ед.*





**Рис.9. Трансформация равностороннего треугольника с образованием отверстия внутри периметра**

*Составляя два прямоугольных треугольника катетами, можно построить много вариантов равносторонних треугольников с отверстиями.*



# Проектирование треугольника с отверстием внутри периметра

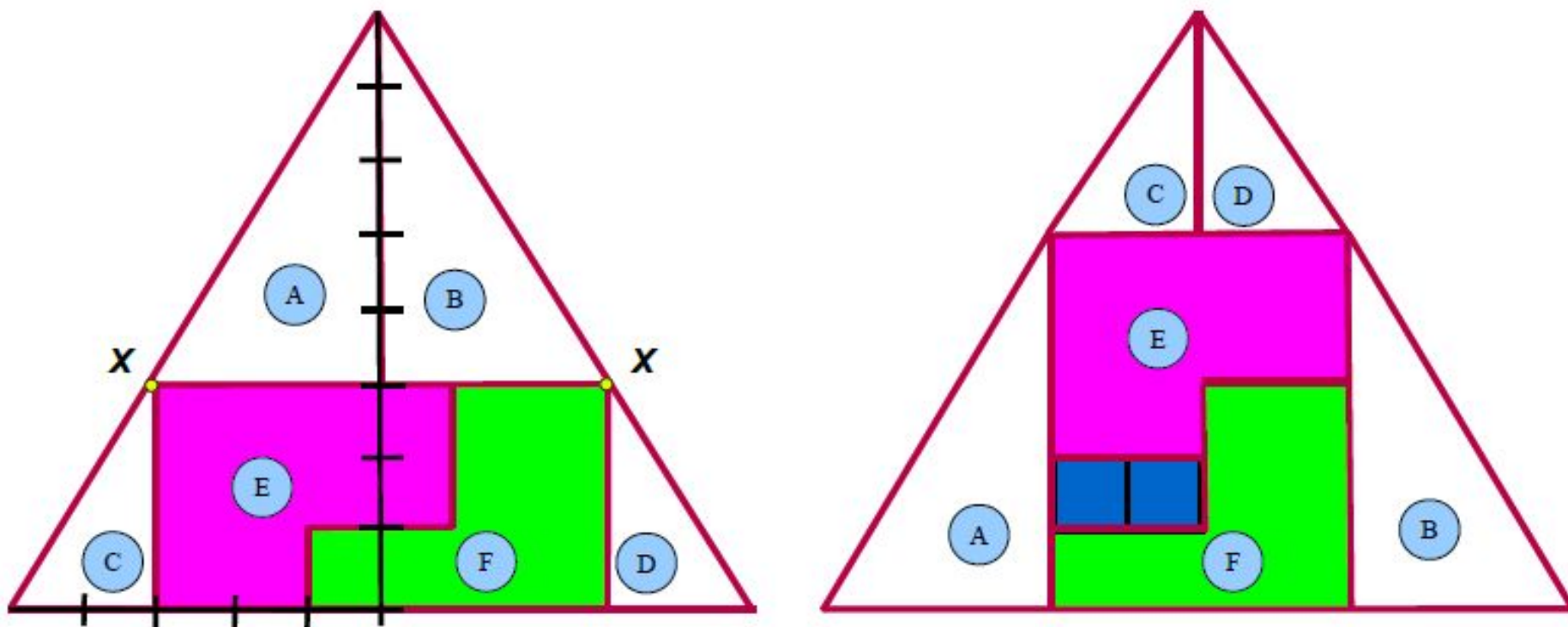


Рис.13. Модель трансформирующегося равнобедренного треугольника с образованием отверстия внутри него в 2 кв.ед.

При проектировании данного треугольника использовался **ряд Фибоначчи** 1,1,2,3,5,8,13,21,...