УРОК ГЕОМЕТРИИ
11 КЛАСС
ТЕМА УРОКА

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ ВЫЧИСЛЕНИЕ УГЛОВ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ

План урока

1.Повторение (теория и практика):

простейшие задачи в координатах , скалярное произведение векторов.

2. Создание проблемных ситуаций на основе рассмотрения задач , решаемых разными методами.

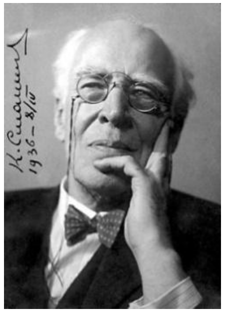
3. Формирование вывода о выборе оптимального решения задач.

4. Подведение итогов

ПОВТОРЕНИЕ – МАТЬ УЧЕНИЯ (РУССКАЯ НАРОДНАЯ ПОСЛОВИЦА)

Недостаточно только получить знания; надо найти им приложение. Недостаточно только желать; надо делать. ГЕТЕ Иоганн Вольфганг

Каждый день, в который вы не пополнили своего образования хотя бы маленьким, но новым для вас куском знания… считайте бесплодно и невозвратно для себя погибшим. *К.С.Станиславский*



Не в количестве знаний заключается образование, а в полном понимании и искусном применении всего того, что знаешь.
Дистервег Адольф

ВОПРОСЫ ДЛЯ РАБОТЫ В ПАРАХ

1.Что значит задать в пространстве прямоугольную систему координат?
2.Как называются оси координат?
3.Как найти координаты вектора . Если известны координаты его начала и конца?
4. Как вы понимаете выражение «угол между векторами»?
5. Что называется скалярным произведением векторов?
6. Что называется скалярным произведением векторов в координатах?
7.Как найти длину вектора , зная его координаты?
8.Как вычислить длину отрезка , зная координаты его концов?

ОТВЕТЫ

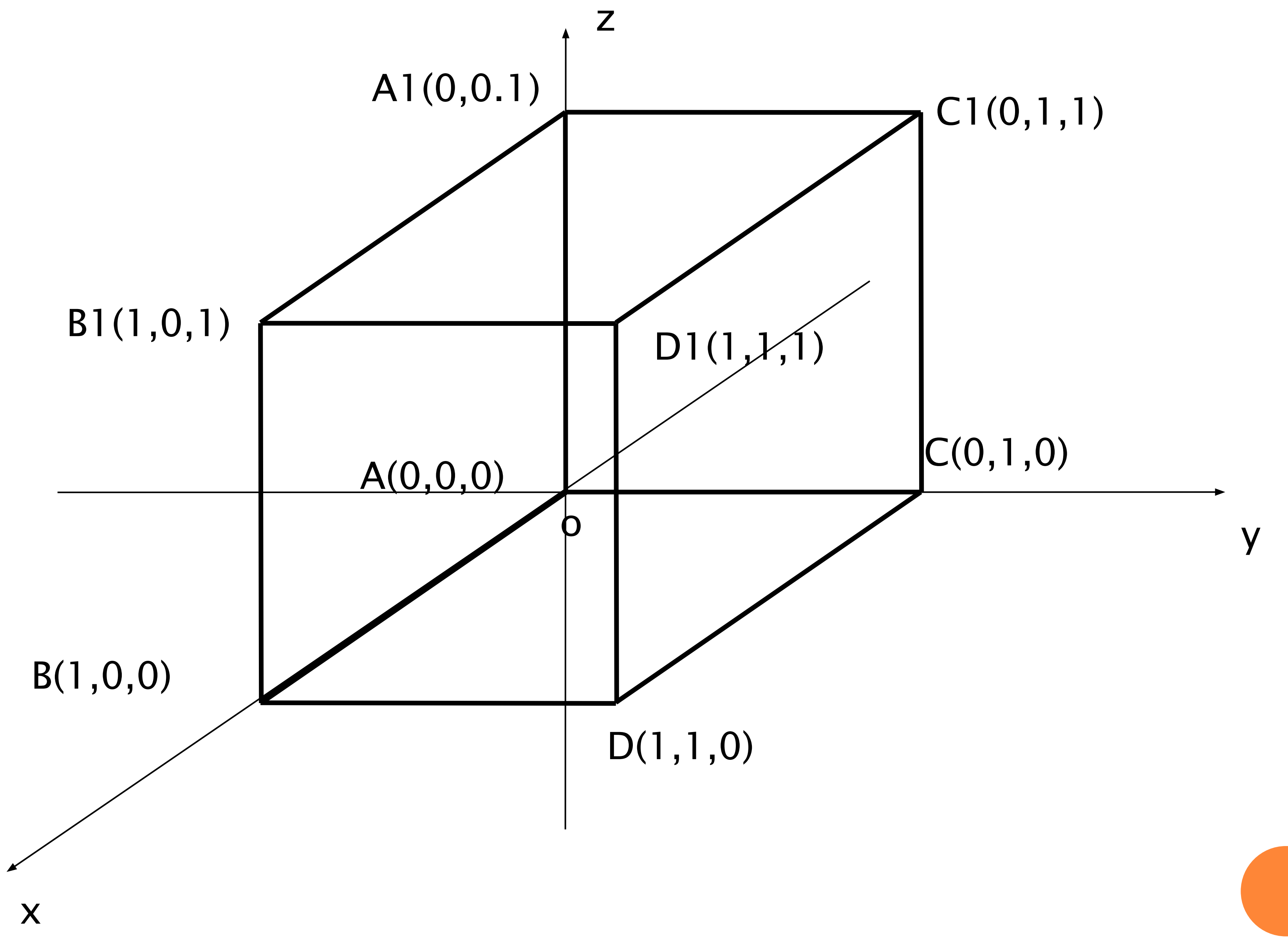
Обязательный минимальный уровень	*Средний уровень А*	*Средний уровень Б*
а) 6; б) 8	**а) 6; б) 150**	**60°**

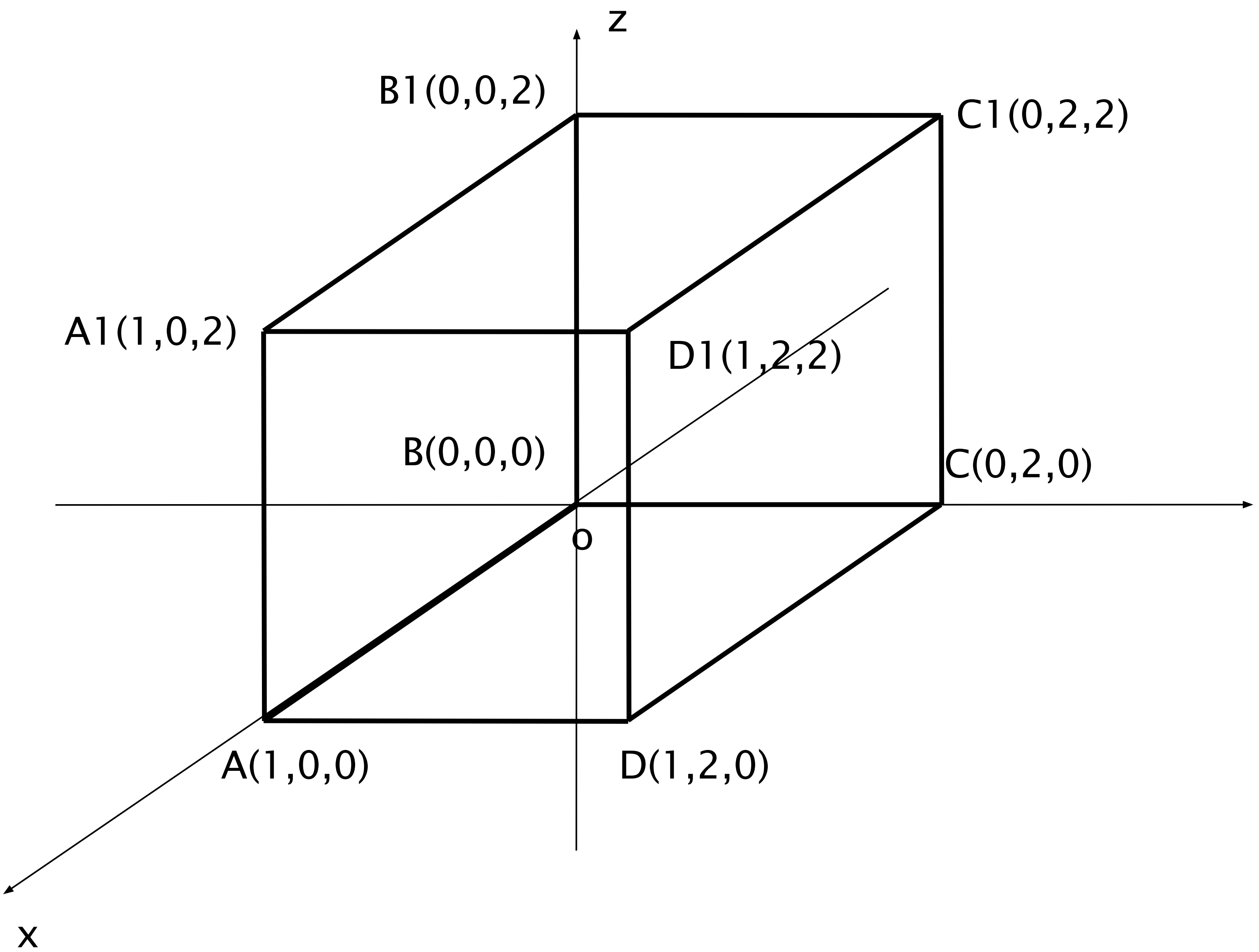
1. ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД С ИЗМЕРЕНИЯМИ АВ = 1СМ, АС = 1 СМ, $АА_1$ = 1СМ (КУБ) СОВМЕЩЕН С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ ТАК, ЧТО ТОЧКА А НАХОДИТСЯ В НАЧАЛЕ КООРДИНАТ, ТОЧКА В ЛЕЖИТ НА ОСИ Х, ТОЧКА С НА ОСИ У, ТОЧКА $А_1$ НА ОСИ Z. ЖЕЛАТЕЛЬНО, ЧТОБЫ ЭТИ ТОЧКИ СТОЯЛИ НА ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ УКАЗАННЫХ ОСЕЙ.

1.1 ОПРЕДЕЛИТЕ КООРДИНАТЫ ВЕРШИН ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА.
1.2 НАЙДИТЕ КООРДИНАТЫ ВЕКТОРОВ $АС_1$ И $АВ_1$ И ИХ ДЛИНЫ
1.3 НАЙДИТЕ УГОЛ МЕЖДУ ЭТИМИ ВЕКТОРАМИ.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

1.4 НАЙДИТЕ COS УГЛА МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ ОА И $В_1М$, ГДЕ О – ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДИАГОНАЛЕЙ НИЖНЕЙ ГРАНИ, А М – СЕРЕДИНА СТОРОНЫ $С_1Д_1$.


z
A1(0,0.1)
C1(0,1,1)
B1(1,0,1)
D1(1,1,1)
C(0,1,0)
A(0,0,0)
o
y
B(1,0,0)
D(1,1,0)
x


z
B1(0,0,2)
C1(0,2,2)
A1(1,0,2)
D1(1,2,2)
B(0,0,0)
C(0,2,0)
o
y
A(1,0,0)
D(1,2,0)
x

№ 467 (а)

Дано: прямоугольный параллелепипед

$ABCDA_1B_1C_1D_1$; $AB = BC = ½\ AA_1$

Найти угол между прямыми BD и CD_1.

1 способ:

1. Введем систему координат B_{xyz}

2. Пусть $AA_1 = 2$, тогда

$AB = BC = 1$.

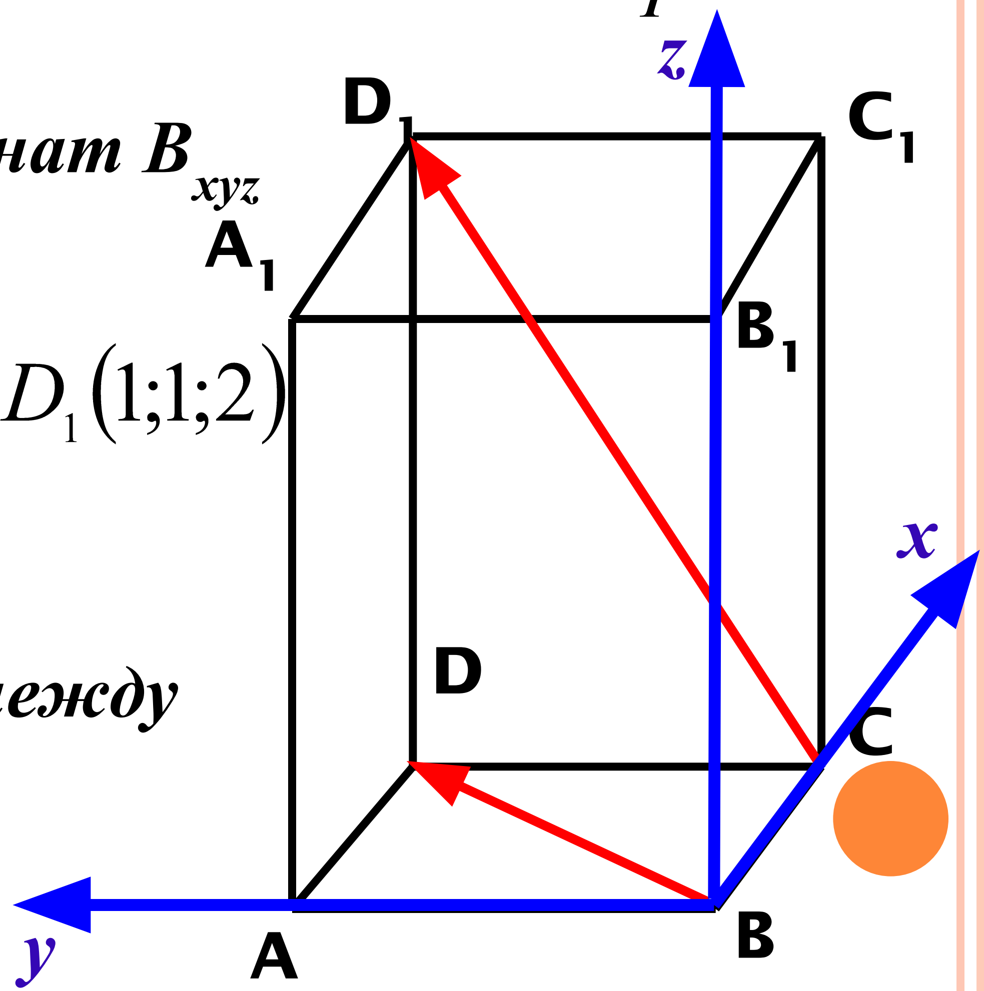
$B(0;0;0)\ C(1;0;0)\ D(1;1;0)\ D_1(1;1;2)$

3. Координаты векторов:

$\overrightarrow{BD}\{1;1;0\} \quad \overrightarrow{CD_1}\{0;1;2\}$

4. Находим косинус угла между прямыми:

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



№ 467 (а)

Дано: прямоугольный параллелепипед

$ABCDA_1B_1C_1D_1$; $AB = BC = ½\ AA_1$

Найти угол между прямыми BD и CD_1.

2 способ:

1. Т.к. $CD_1 \parallel BA_1$, то углы между BD и BA_1; BD и CD_1 – равны.

2. В ΔBDA_1: $BA_1 = \sqrt{5}$, $A_1D = \sqrt{5}$

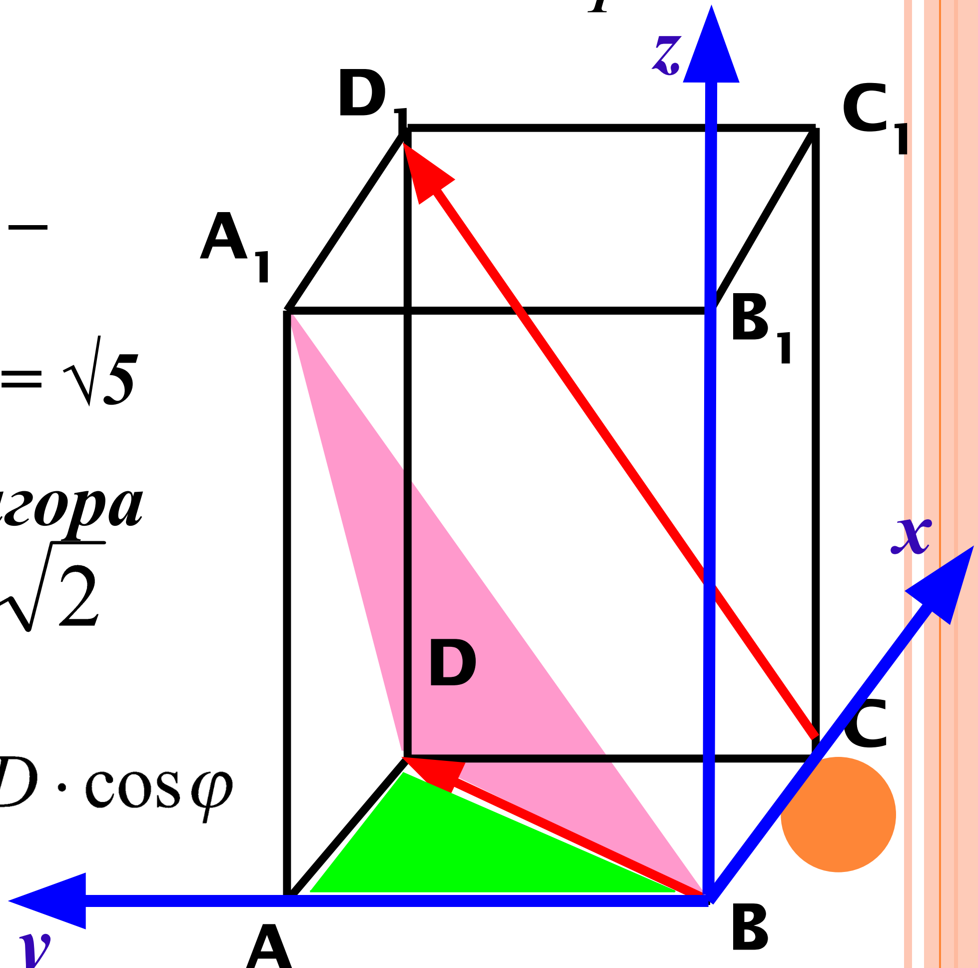
3. ΔBDA: по теореме Пифагора

$$BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} \quad BD = \sqrt{2}$$

4. По теореме косинусов:

$$A_1D^2 = A_1B^2 + BD^2 - 2A_1B \cdot BD \cdot \cos\varphi$$

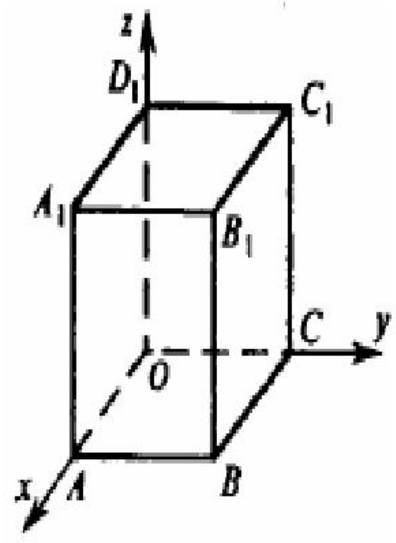
$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



467. Обозначим AB=a=BC, тогда AA_1=2a.

Введем прямоугольную систему координат как показано на рисунке. Тогда вершины параллелепипеда имеют координаты:

A (a; 0;0), B (a; a; 0), C(0; a; 0), D (0; 0; 0), A_1 (a; 0; 2a), B_1 (a; a; 2a), C_1 (0; a; 2a), D_1(0; 0; 2a).

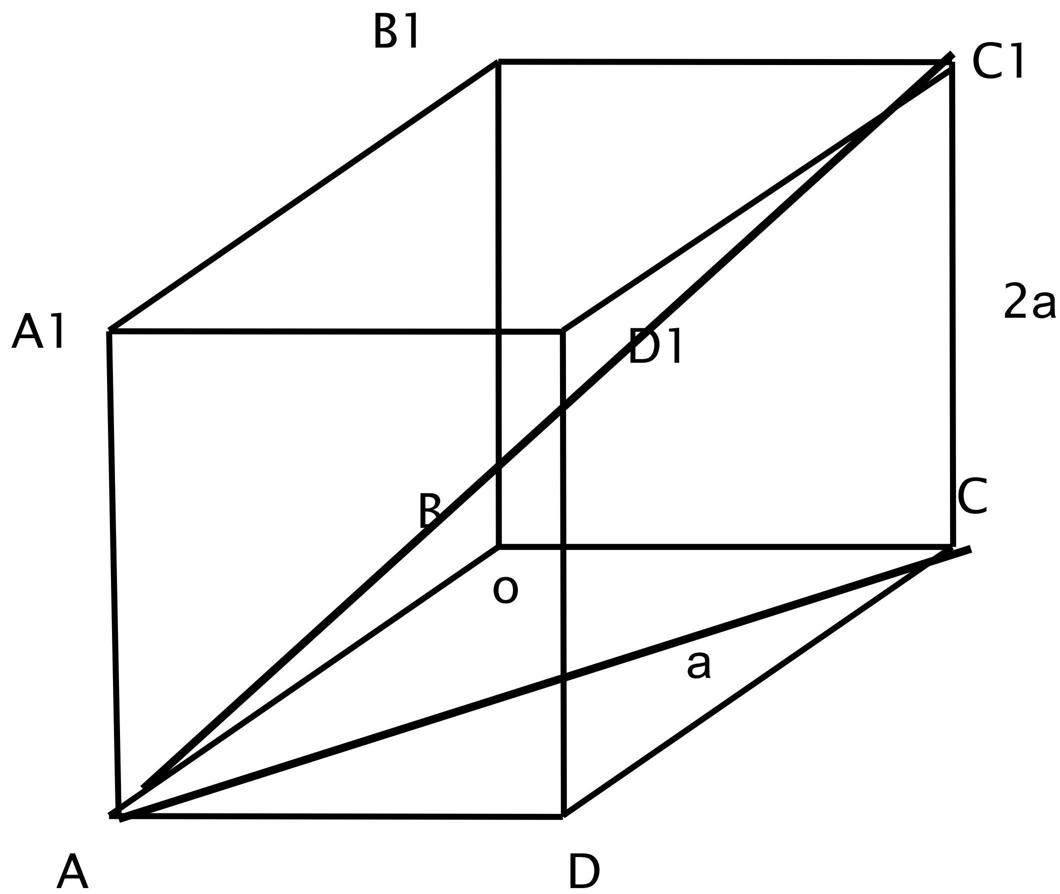


а) $\vec{BD}\ \{-a; -a; 0\}$, $\vec{CD_1}\ \{0; -a; 2a\}$,

$$\cos\varphi=\frac{|0+a^2+0|}{\sqrt{2a^2}\cdot\sqrt{a^2+4a^2}}=\frac{a^2}{a^2\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{10}},\ \varphi\approx 71°34';$$

б) $\vec{AC}\ \{-a; a; 0\}$, $\vec{AC_1}\ \{-a; a; 2a\}$,

$$\cos\varphi=\frac{|a^2+a^2+0|}{\sqrt{2a^2}\cdot\sqrt{2a^2+4a^2}}=\frac{2a^2}{a^2\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{3}},\ \varphi\approx 54°44'.$$

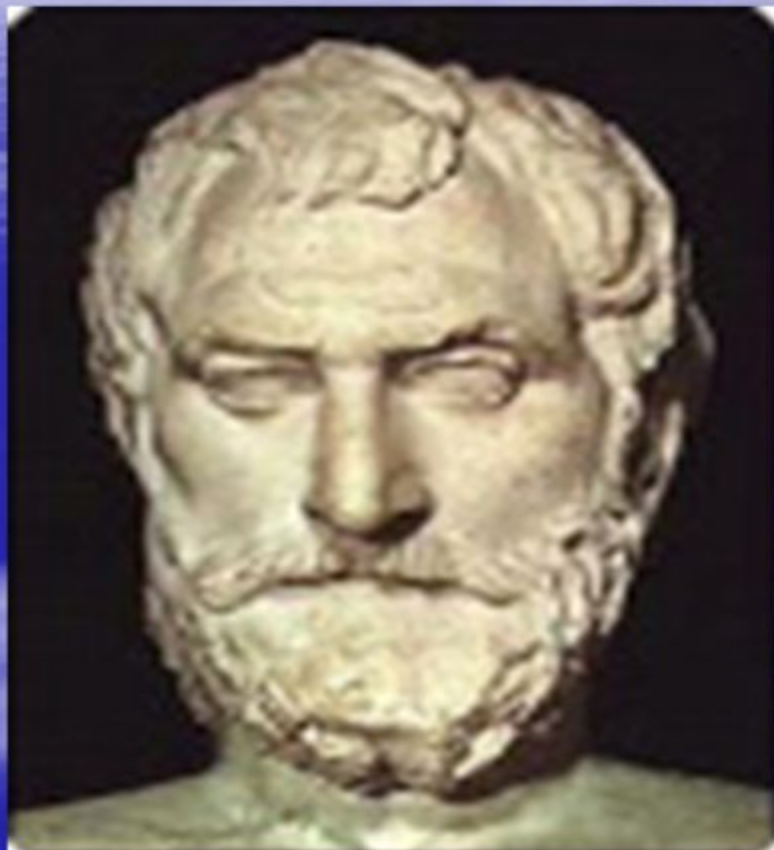


Рассмотрим прямоугольный треугольник AC_1C :

Используя теорему Пифагора , вычислим $AC=a\sqrt{2}$, $AC1=a\sqrt{6}$, тогда

$\cos \angle CAC_1=1/\sqrt{3}$

Фалес Милетский



- *Что есть больше всего на свете?*
- Пространство.
- *Что быстрее всего?*
- Ум.
- *Что мудрее всего?*
- Время.
- *Что приятнее всего?*
- Достичь желаемого.