Построение сечений и определение площади в задачах повышенного уровня

Цели урока:

- Образовательные: актуализировать знания о сечениях в прямоугольном параллелепипеде, пирамиде; рассмотреть практическое применение формул для вычисления площадей плоских фигур
- Воспитательная: развитие навыков коммуникативного общения в процессе решения задач, ответственности за результаты работы
- Развивающие: развитие пространственного мышления, логики, умение критически оценивать результаты своего решения

Методы обучения:

- Словесный
- Наглядный
- Эвристический

Форма обучения:

- Коллективная
- Работа в группах
- Индивидуальная

Ход урока

1. Организационный момент: 2 мин
2. Проверка д/з : 5 мин
3. Актуализация знаний по стереометрии: фронтальная работа по слайдам

   1.4, 1.5 стр.17, 1.11,1.12 стр.40, 1.14 стр.42

   из пособия «Изучение геометрии в 10 и 11 классах»: 6 мин
4. Работа в группа: создание алгоритмов решения, построение сечений, вычисление площади сечений: 15мин

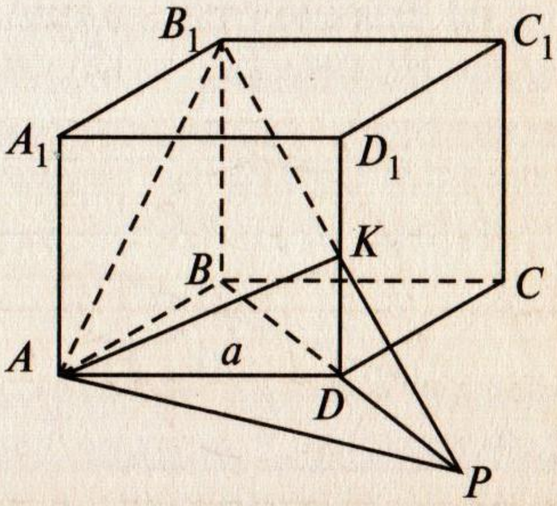
5. Защита решений полученных задач: 10 мин
6. Оценка деятельности каждой группы: 3 мин
7. Домашнее задание: 2 мин
8. Рефлексия: 2мин

1.5

Задача. Пересечение двух плоскостей.

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — куб, $K \in DD_1$, $DK = KD_1$.

1. Объясните, как построить точку пересечения прямой B_1K с плоскостью ABC.



2. Объясните, как построить линию пересечения плоскостей AB_1K и ADD_1.

3. Объясните, как построить линию пересечения плоскостей AB_1K и ADC.

4. Вычислите длины отрезков AK и AB_1, если $AD = a$.

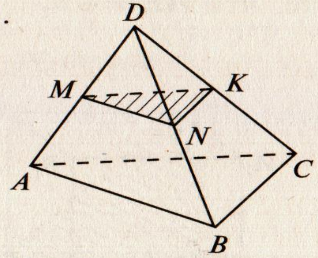
1.11

СЕЧЕНИЕ ТЕТРАЭДРА ПЛОСКОСТЬЮ

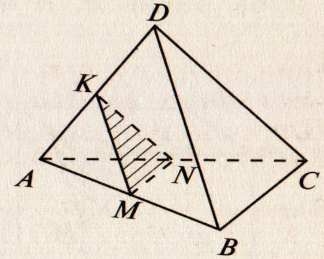
1. Объясните, как построить сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через данные точки M, N, K.

2. В задачах 1—3 найдите периметр сечения, если M, N, K — середины ребер и каждое ребро тетраэдра равно a.

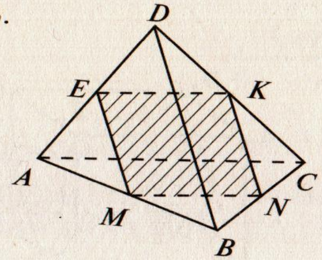
1.



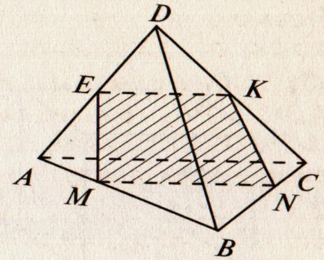
2.



3.

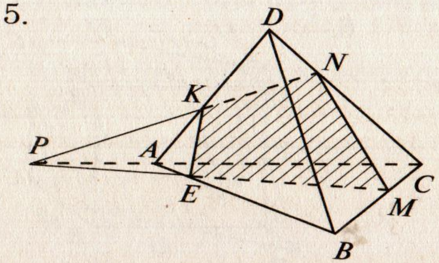


4.

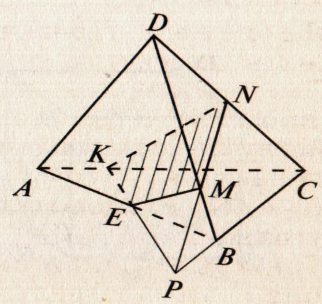


$MN \parallel AC$

5.



6.

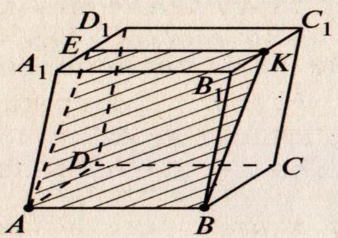


1.14

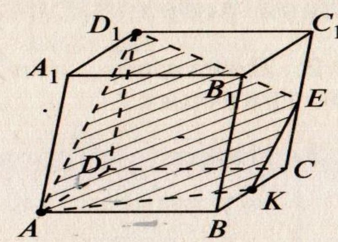
СЕЧЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА ПЛОСКОСТЬЮ

Постройте сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки:

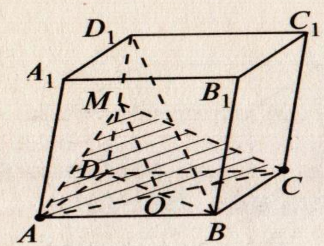
1) A, B, K;



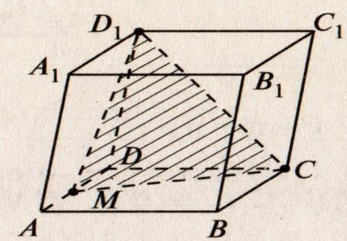
2) A, D_1, K;



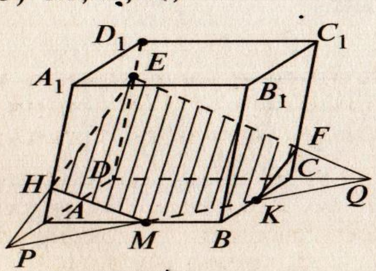
3) A и C параллельно диагонали BD_1;



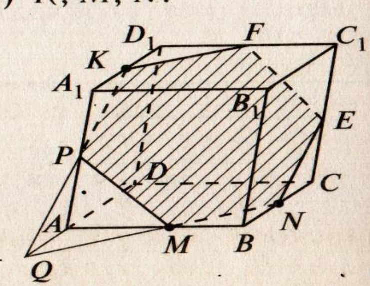
4) M, D_1, C;



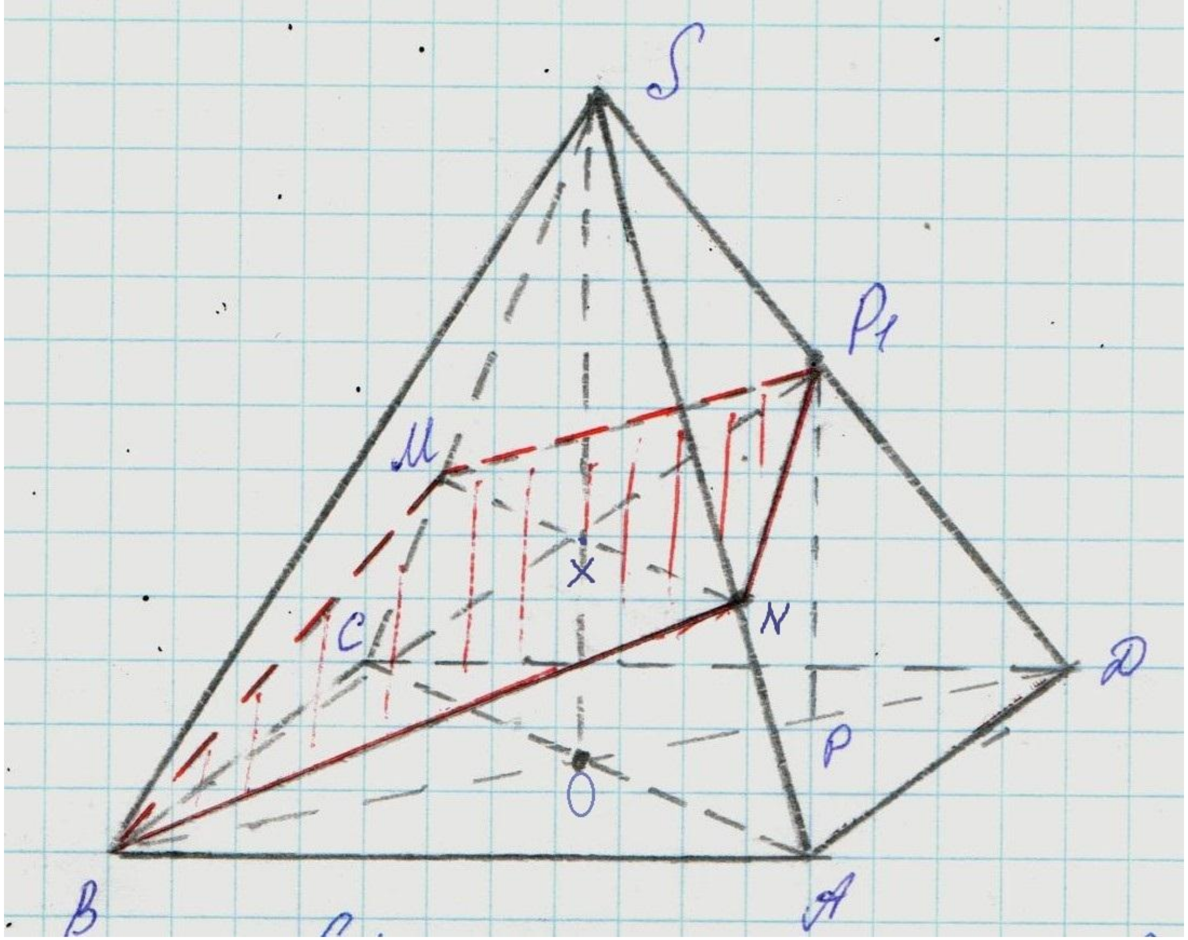
5) M, E, K;



6) K, M, N.



С2. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S стороны основания равны 8, а боковые рёбра равны $8\sqrt{5}$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку B и середину ребра SD параллельно прямой AC.



Решение С2:

1) В основании правильной пирамиды лежит квадрат ABCD.

Проведем $SO \perp (ABC)$, $BP \cap SO = X$. Через точку X проведем $MN \parallel AC$, K – середина SP_1, следовательно, AMKN - искомое сечение , BP – ось симметрии, $BP \perp MN$ и

$$S(BEKF)=1/2*MN*BK$$

2) Диагонали квадрата равны, т.е. $BD=AC=8\sqrt{2}$;

Из ΔSOD (угол $SOD= 90^\circ$) по теореме Пифагора:

$SO=\sqrt{(SD^2-OD^2)}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2-(4\sqrt{2})^2)}=\sqrt{(320-32)}=12\sqrt{2}$

3) Проведем $P_1P \perp BD$, тогда $P_1P \parallel SO$, $P_1P=1/2*SO$, так как K- середина SD, следовательно, по теореме Фалеса P- середина OD. $P_1P=6\sqrt{2}$, $OP = 1/2*OD=2\sqrt{2}$, тогда

$BP=BO+OP=4\sqrt{2}+2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$BP=P_1P=6\sqrt{2}$. Из Δ BKP по теореме Пифагора

$BP=\sqrt{(2*BP^2)}=BP\sqrt{2}=12$

4) $BP_1 \cap SO$ и BP_1 и SO – медианы, следовательно, $SX/SO=2/3$

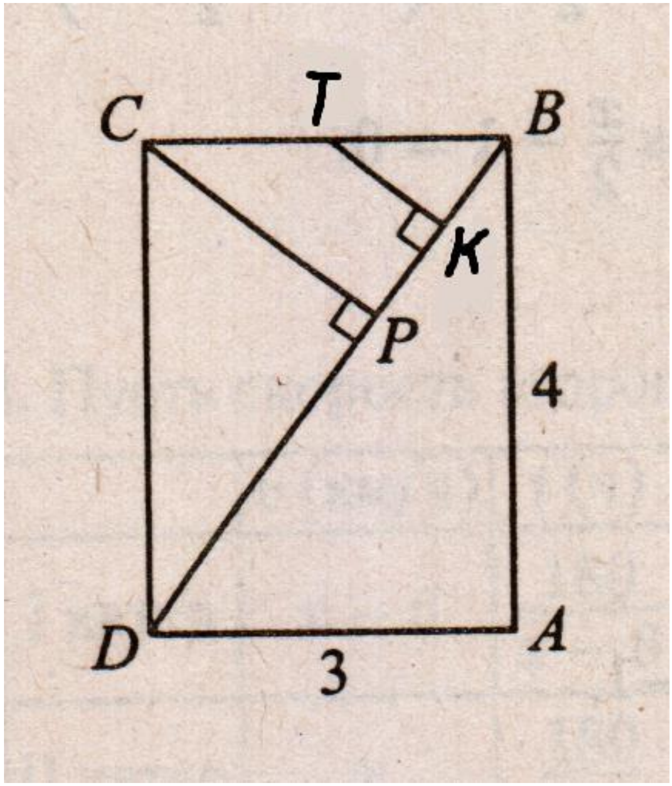
$\Delta SMN \sim \Delta SCA$(угол S- общий, угол SMN=SCA-как соответственные при $AC \parallel MN$ и секущей SC)

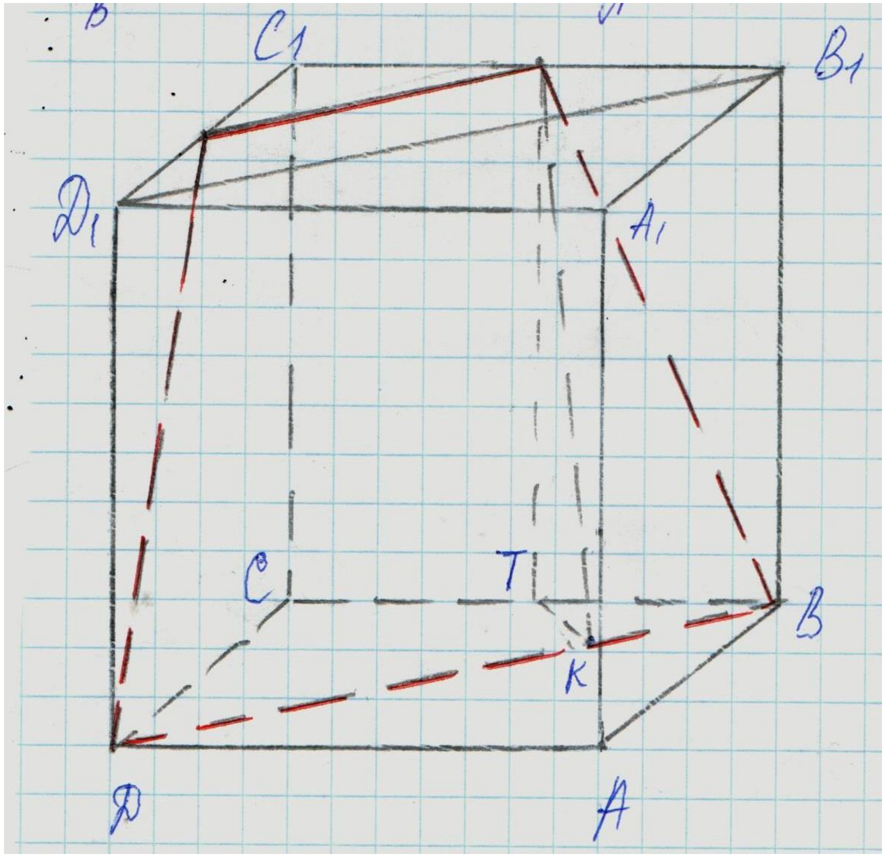
$AC/MN=SO/SX$;

$MN=(AC*SX)/SO=2/3AC=16\sqrt{2}/3$

5)$S(BMKN)=1/2MN*BP_1=1/2*12*16\sqrt{2}/3=32\sqrt{2}$

С2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра: $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 5$. Точки M и N — середины рёбер верхнего основания C_1D_1 и C_1B_1. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки B, N и M.





Решение C2

1)MN-средняя линия $\Delta B_1C_1D_1$ – по условию, тогда $MN \parallel B_1D_1$,но $B_1D_1 \parallel BD$, следовательно, $MN \parallel BD$ и BNMD-трапеция

2) Рассмотрим основание параллелепипеда ABCD

Угол $A=90^\circ$, AD=3, AB=4, тогда BD=5, $B_1D_1 = BD = 5$, $MN = 1/2B_1D_1 = 2{,}5$

Т-середина BC, следовательно, BT=1,5, BK=1/2BP по теореме Фалеса CP=CD*CB/DB=3*4/5=12/5

TK=1/2CP=1/2*12/5=1,2

3) Найдем высоту MNBD:

Из ΔNTK(угол NTK=90˚) по теореме Пифагора

$NK=\sqrt{(NT^2+TK^2)}=\sqrt{(25+36/25)}=\sqrt{(661/25)}$

$NK=\sqrt{661}/5$

4) S(BDMN)=1/2(MN+BD)*NK

$S=1/2*(2,5+5)*\sqrt{661}/\ 5=0,75*\sqrt{661}$

Ответ: $0,75*\sqrt{661}$

Литература

- Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др. «Геометрия 10 класс»
- Саакян С.М. и Бутузов В.Ф. « Изучение геометрии в 10-11 классах»
- Подготовка к ЕГЭ-2015 Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю.
- Поурочные планы