

Основные понятия и аксиомы стереометрии

02.09.2015

Коновальцева О.С.

ГЕОМЕТРИЯ

```
graph TD; A[ГЕОМЕТРИЯ] --> B[ПЛАНИМЕТРИЯ]; A --> C[СТЕРЕОМЕТРИЯ]; B --- B_objects[Объекты: точка, прямая]; C --- C_objects[Объекты: точка, прямая, плоскость];
```

ПЛАНИМЕТРИЯ

Объекты:
точка
прямая

СТЕРЕОМЕТРИЯ

Объекты:
точка
прямая
плоскость

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- ***Стереометрия*** – раздел геометрии, в котором изучаются положение, форма, размеры и свойства различных пространственных фигур.
- **«Стерео»** – тело, **«метрия»** – измерять.
- ***Аксиома*** – утверждение, не требующее доказательства.

Аксиомы планиметрии

- 1. Каждой прямой принадлежат по крайней мере две точки**
- 2. Имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой**
- 3. Через любые две точки проходит прямая, и притом только одна.**

Аксиомы стереометрии

А1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна

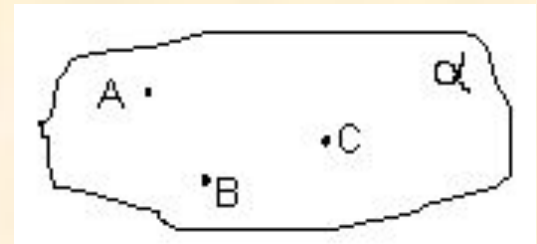
А2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости

А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ

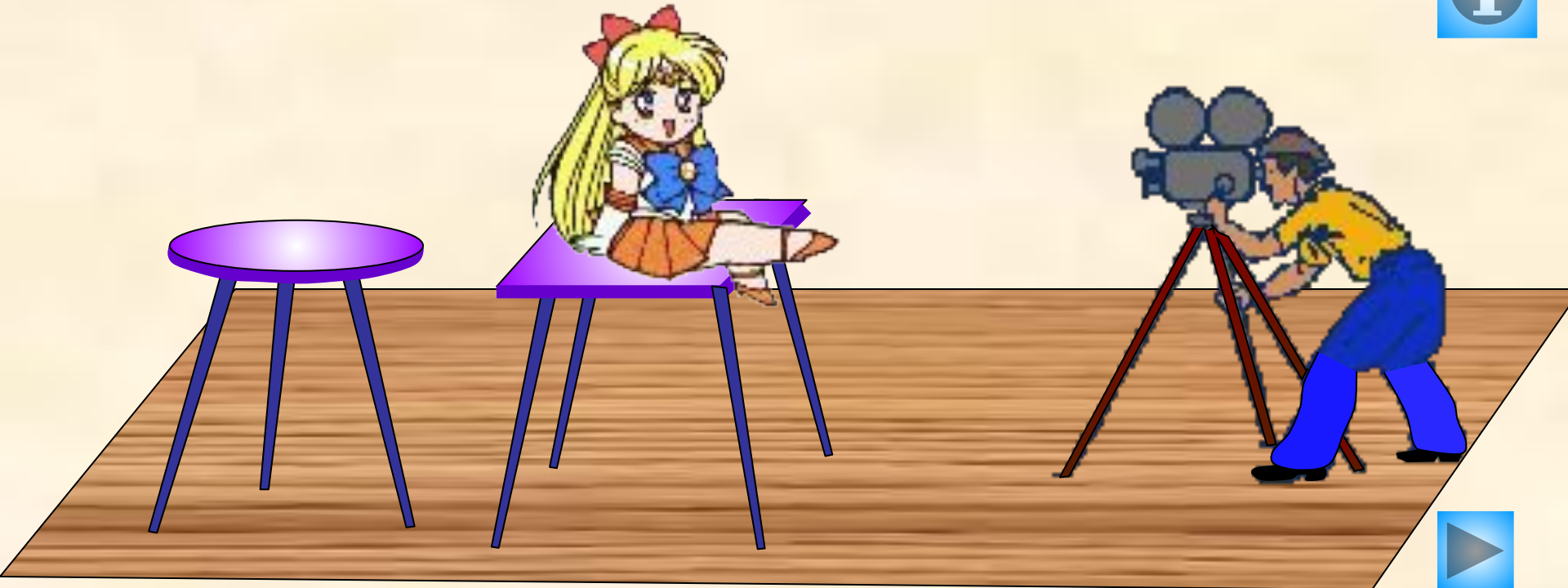
Аксиома 1.(A1)

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой проходит плоскость, и при том только одна.



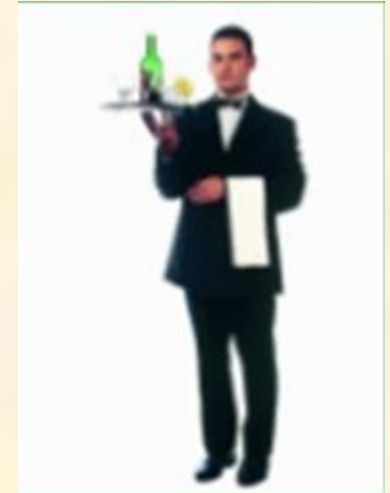
Иллюстрации к аксиоме A_1 из жизни.

Дабы увидеть камеру, фотограф всегда ищет другой прибор, в то время как не будет замечать живую табуретку. Третью же мясную табуретку, работающую с наибольшей пользой и мощностью для анимационных студий, табуретка не замечает, а паркетная планка и ножки, а четвертая же ножка (невероятно высокая) не найдут в плоскости пола, а висит в воздухе.





Мотоцикл принимает устойчивое положение в случае третьей ноги



Официант держит поднос на трех пальцах

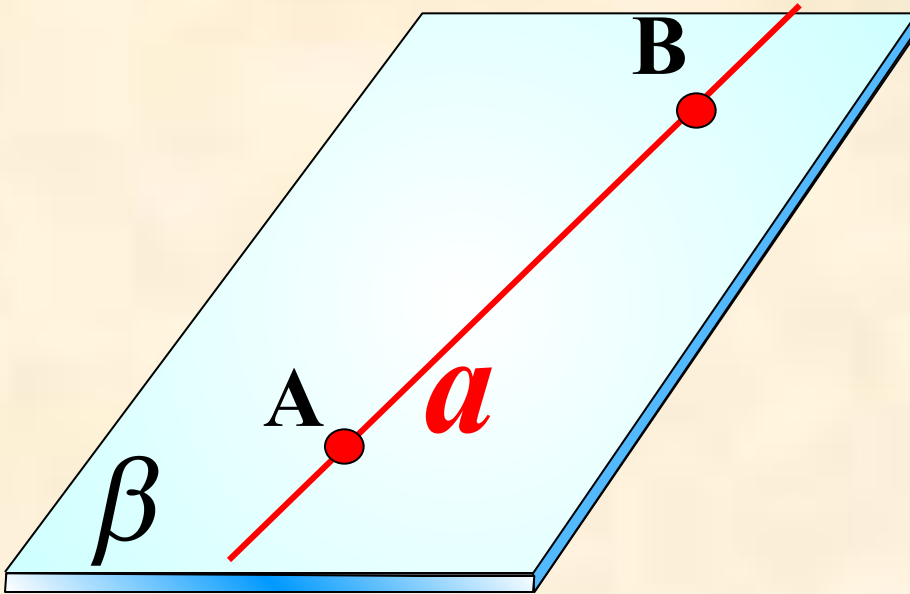


Любое переносное устройство (столик, табурет, подставка для фотоаппарата), чтобы оно устойчиво стояло на плоскости, делают на трех опорах. Это обеспечивает единственность плоскости. Вот почему легче научиться ездить на трехколесном велосипеде

Через три точки



A₂. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

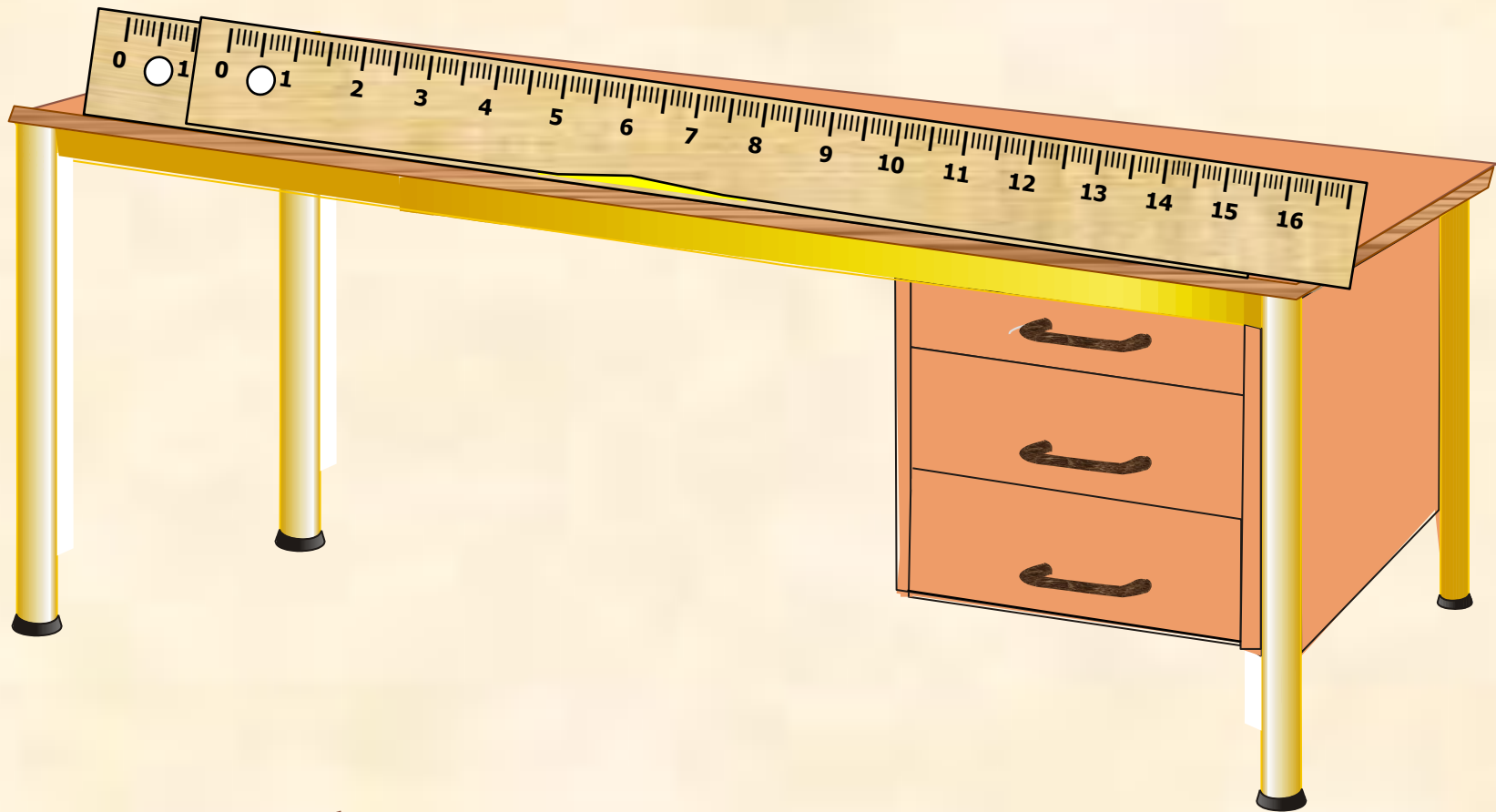


$$A \in \beta$$

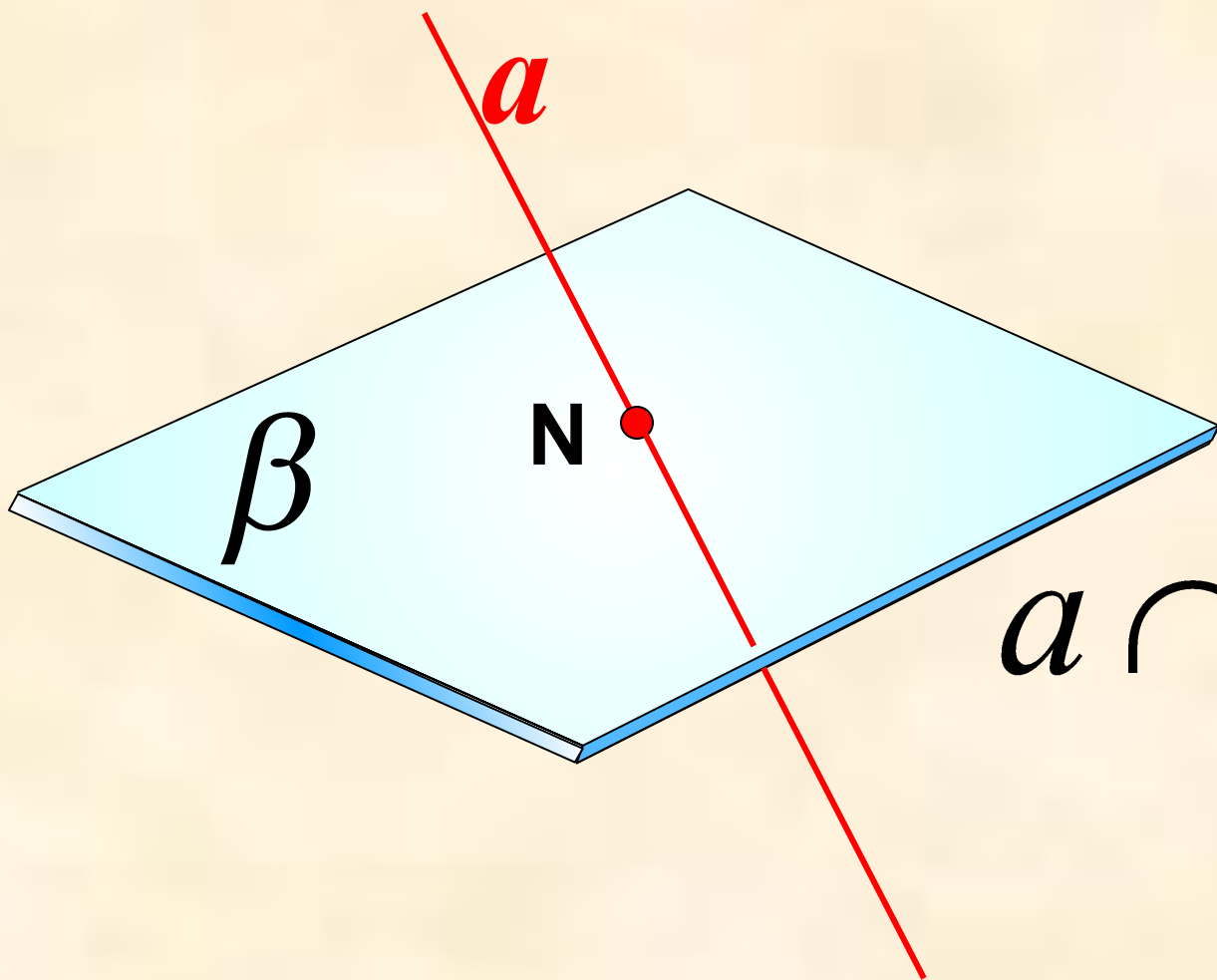
$$B \in \beta$$

$$a \subset \beta$$

Свойство, выраженное в аксиоме A_2 , используется для проверки «ровности» чертежной линейки. Линейку прикладывают краем к плоской поверхности стола. Если край линейки ровный, то он всеми своими точками прилегает к поверхности стола. Если край неровный, то в каких-то местах между ним и поверхностью стола образуется просвет.

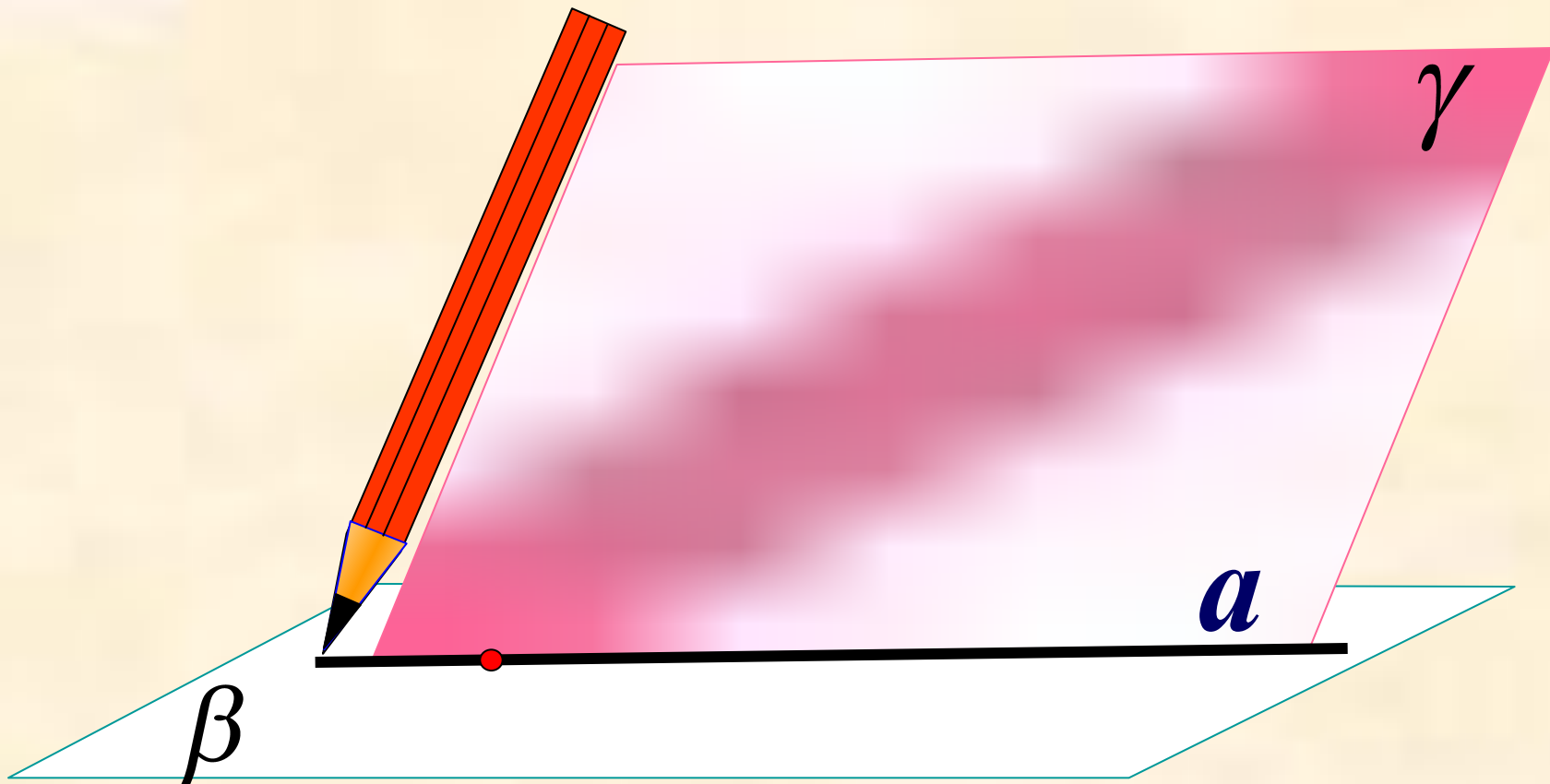


Из аксиомы A_2 следует, что если прямая не лежит в данной плоскости, то она имеет с ней не более одной общей точки. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.



$$a \cap \beta = N$$

A₃. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

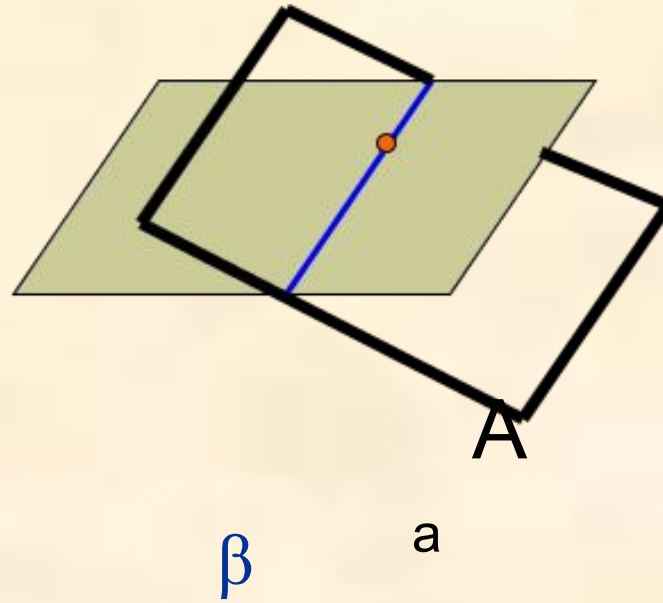
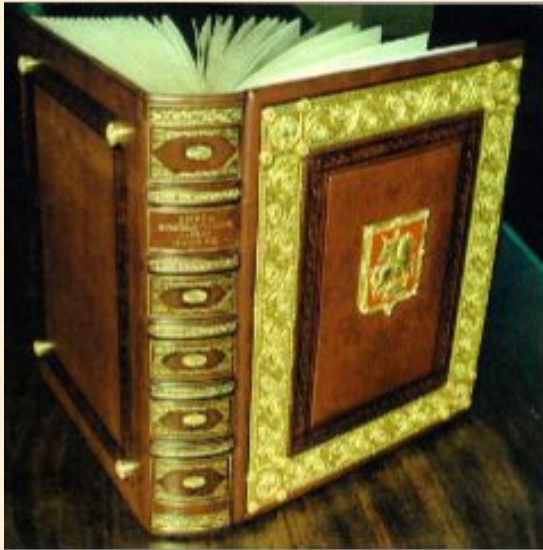


В этом случае говорят, что плоскости пересекаются по прямой.

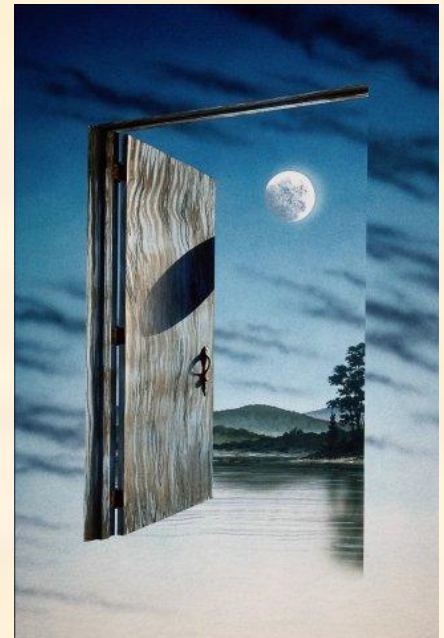
$$\beta \cap \gamma = a$$



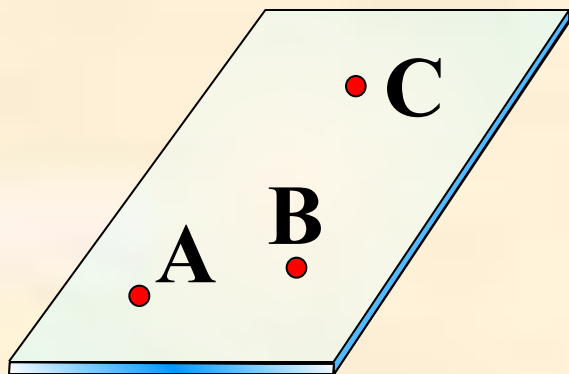
Наглядной иллюстрацией аксиомы A_3 является пересечение двух смежных стен, стены и потолка классной комнаты.



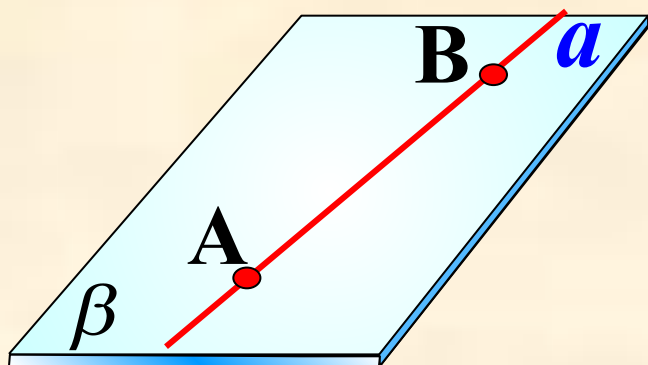
α



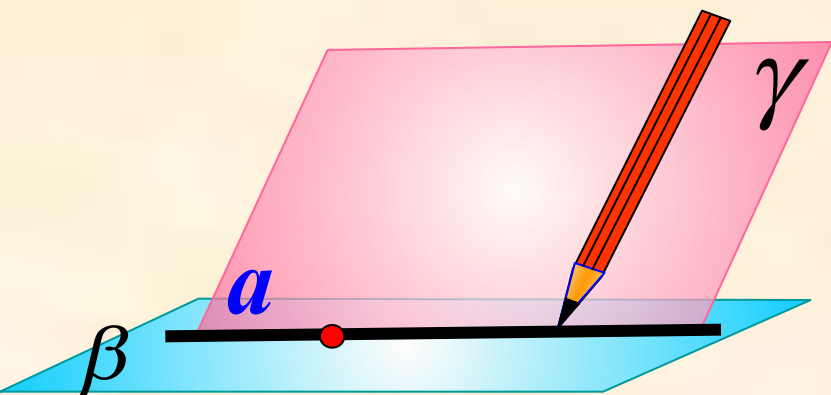
Потому в книге все листы подшиты к одной прямой, а двери, висячие на петлях, можно открывать



A₁.
Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



A₂.
Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

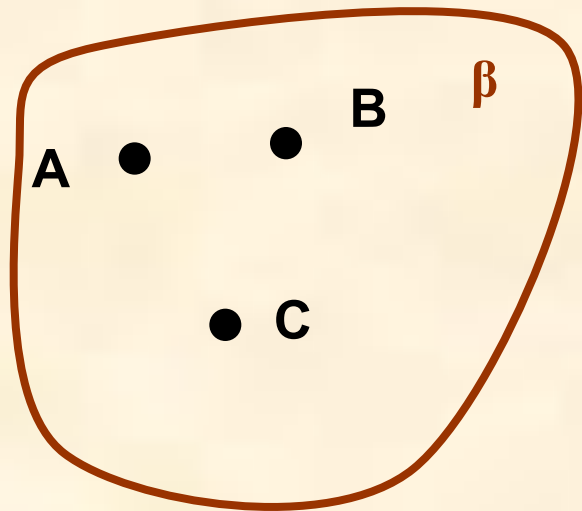


A₃.
Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Аксиомы стереометрии описывают:

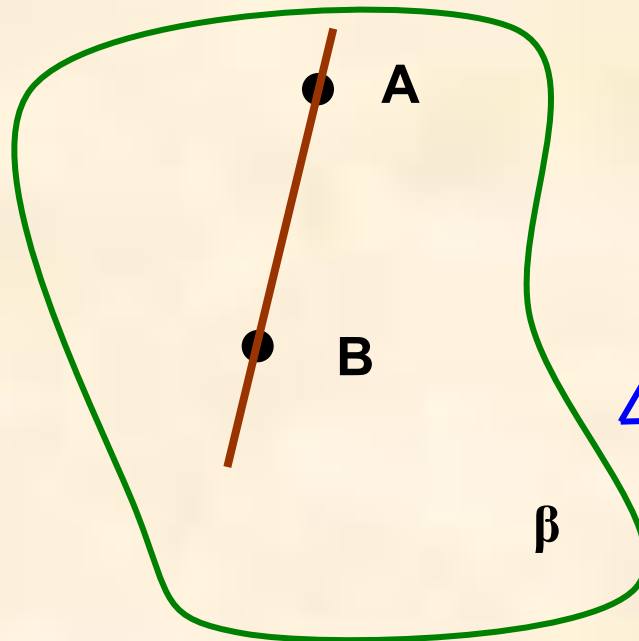
A1.

*Способ
задания
плоскости.*



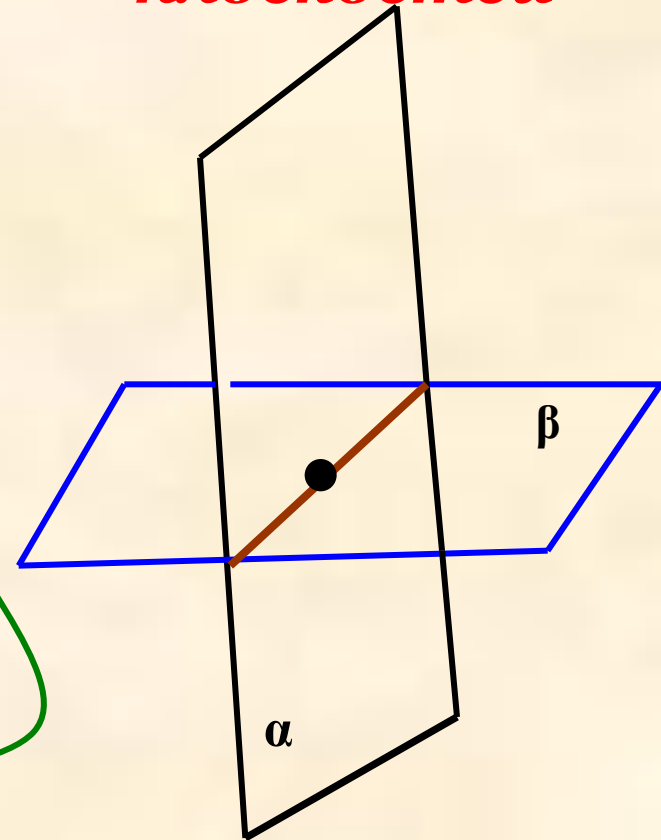
A2.

*Взаимное
расположение
прямой и
плоскости*



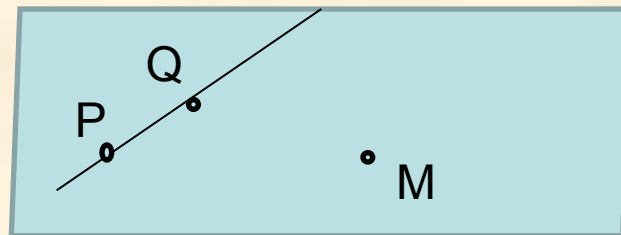
A3.

*Взаимное
расположение
плоскостей*

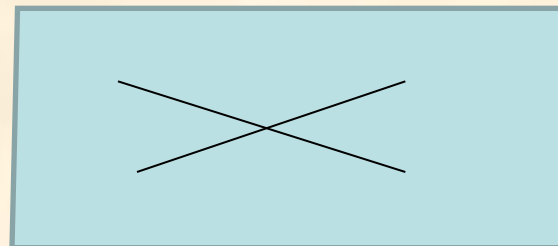


Следствия из аксиом

Теорема. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна



Теорема. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.



Домашнее задание

- Выучить аксиомы, п.1,2,3
- №2;3;6