

# Теорема синусов

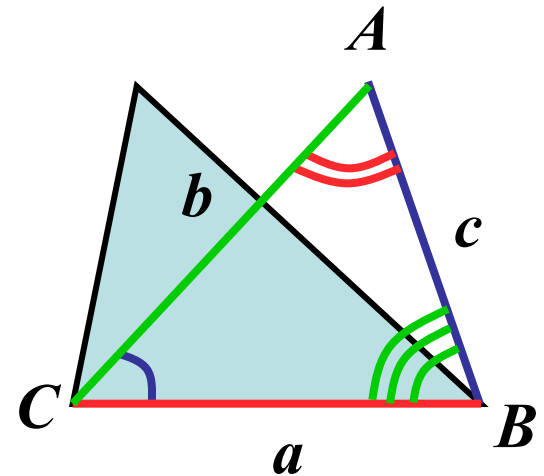
**Геометрия 8 класс**

---

# Теорема синусов

Формулировка. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



# Задачи

## Нахождение стороны

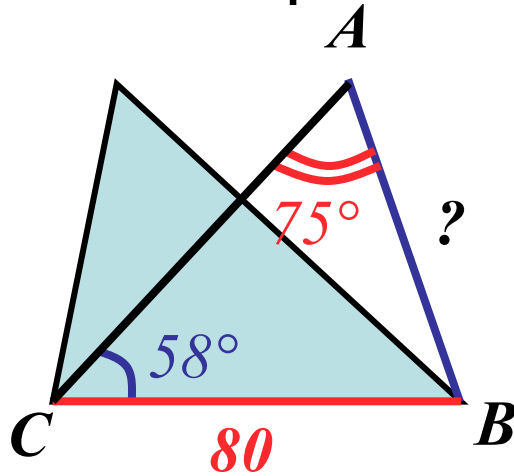
Дано:

$$BC = 80,$$

$$\angle C = 58^\circ$$

$$\angle A = 75^\circ$$

Найти:  $AB$



Решение.

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A}$$

$$AB = \frac{80 \cdot \sin 58^\circ}{\sin 75^\circ} \approx \frac{80 \cdot 0,85}{0,97}$$

$$AB \approx 70$$

## Нахождение угла

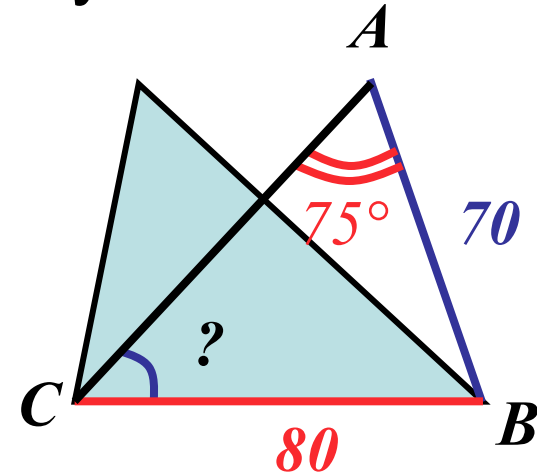
Дано:

$$BC = 80,$$

$$AB = 70$$

$$\angle A = 75^\circ$$

Найти:  $\angle C$



Решение.

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

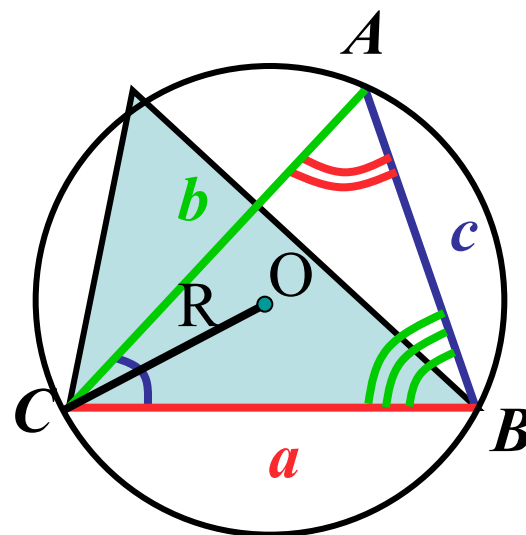
$$\sin C = \frac{AB \cdot \sin A}{BC}$$

$$\sin C = \frac{70 \cdot \sin 75^\circ}{80} \approx \frac{70 \cdot 0,97}{80}$$

$$\sin C \approx 0,85, \quad \angle C \approx 58^\circ$$

Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной окружности

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



# Пример

Дано: треугольник ABC

$$BC = 16 \text{ см}$$

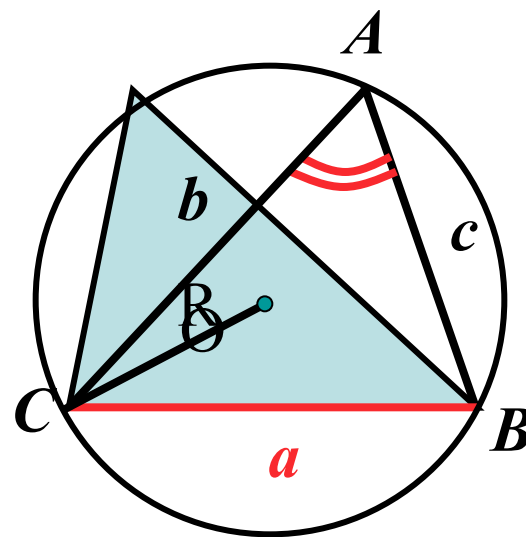
$$\angle A = 60^\circ$$

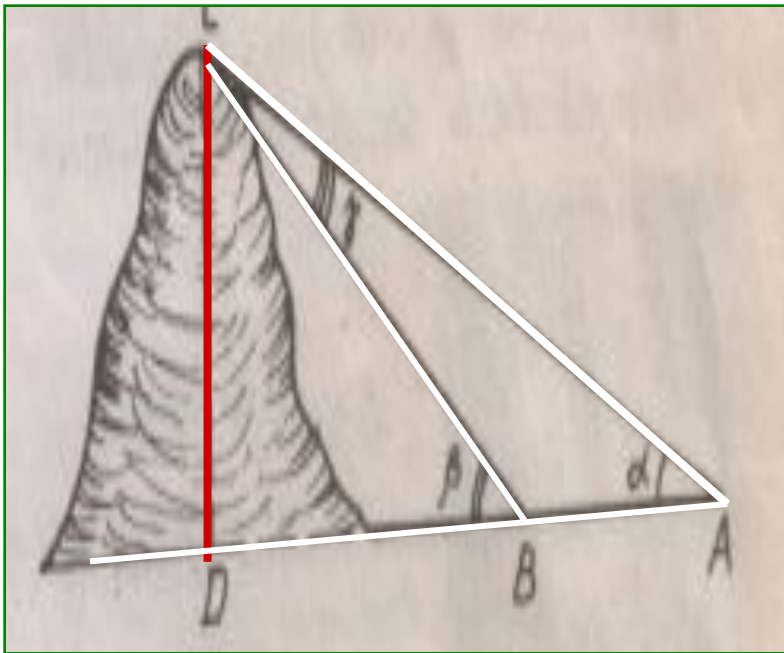
R - ?

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$

$$R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{16}{2 \sin 60^\circ}$$

$$R = \frac{16}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$





Вершина горы видна из точки А под углом  $38^{\circ} 42'$ , а при приближении к горе на 200 м вершина стала видна под углом  $42^{\circ}$ . Найти высоту горы.

Дано:  $AB = 200$  м,  $\angle CAB = \alpha = 38^{\circ} 42'$ ;  $\angle CBD = \beta = 42^{\circ}$ ;  $CD \perp DA$   
Найти:  $CD$ .

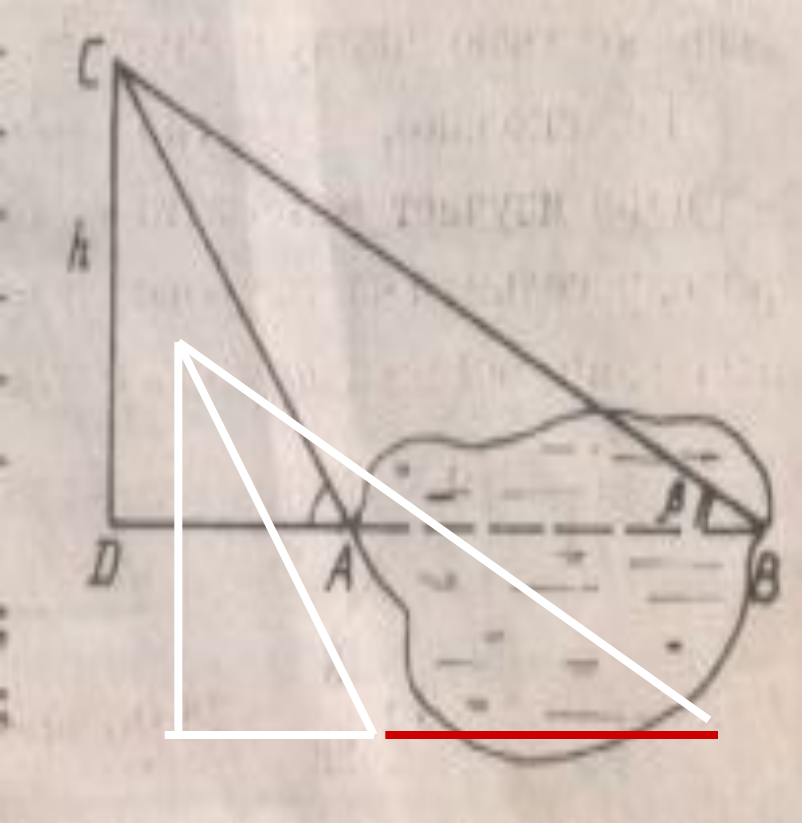
Решение. 1. Из  $\triangle CBA$  по теореме синусов имеем равенство  $CD \setminus \sin \alpha = AB \setminus \sin \gamma$ , откуда  
 $CB = AB \sin \alpha \setminus \sin \gamma$ .

2. Угол  $\beta$  — внешний угол  $\triangle ABC$ , поэтому  $\beta = \alpha + \gamma$ , откуда  
 $\gamma = \beta - \alpha$ .

$$3. CB = 200 \sin \alpha \setminus \sin(\beta - \alpha) .$$

4. Из  $\triangle CBD$  находим  
 $CD = CB \sin \beta = 200 \sin \alpha \sin \beta \setminus \sin(\beta - \alpha) = 14325$  м.

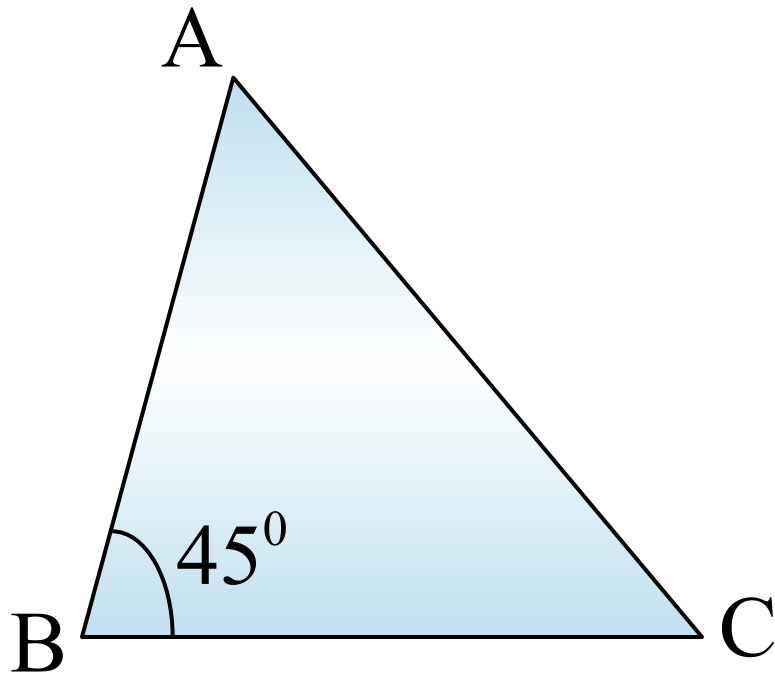
Ответ:  $CD = 14\ 325$  м.



Для определения ширины непроходимого болота с вертолета, находящегося на высоте  $h$ , измерили углы  $\alpha$  и  $\beta$ .  
Найдите ширину болота

- **Дано:**  $CD \perp DB$ ;
- $\angle CAB = \alpha$ ;  $\angle CBD = \beta$ ,  
 $CD = h$
- **Найти:**  $AB$ .
- **Решение:** 1. Из прямоугольного тр-ка  $ADC$  находим:  
 $AC = h \sin \alpha$
- 2. Из  $\triangle ABC$  по теореме синусов имеем:  
 $AB \sin(\alpha - \beta) = AC \sin \beta \rightarrow$   
 $AB = AC \sin(\alpha - \beta) \sin \beta =$   
 $= h \sin(\alpha - \beta) \sin \beta$
- **Ответ:**  $h \sin(\alpha - \beta) \sin \beta$

*Задача 3*



$$AC = 4\sqrt{2}$$

---

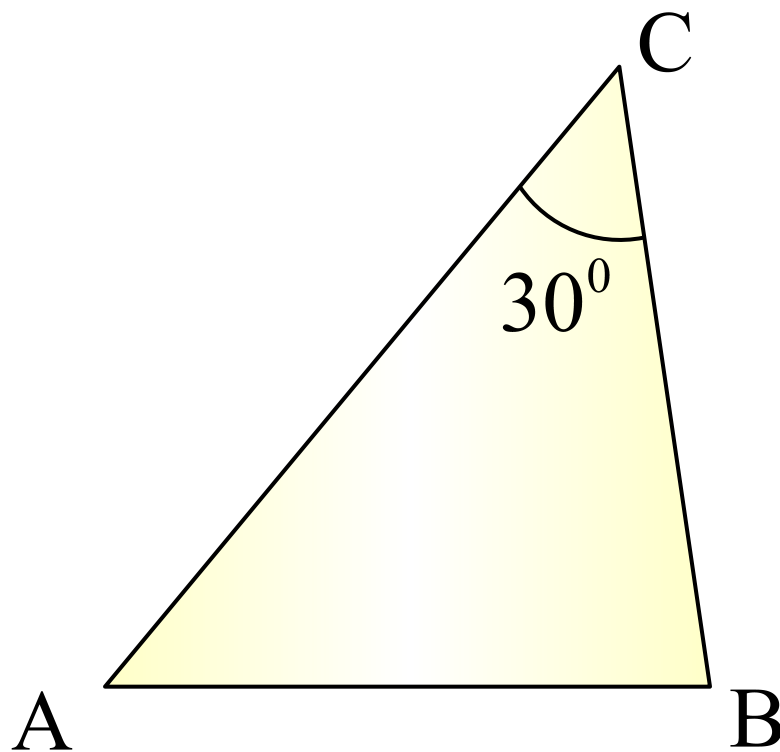
R - ?

**Ответ:** R = 4





*Задача 4*



$$d = 14$$

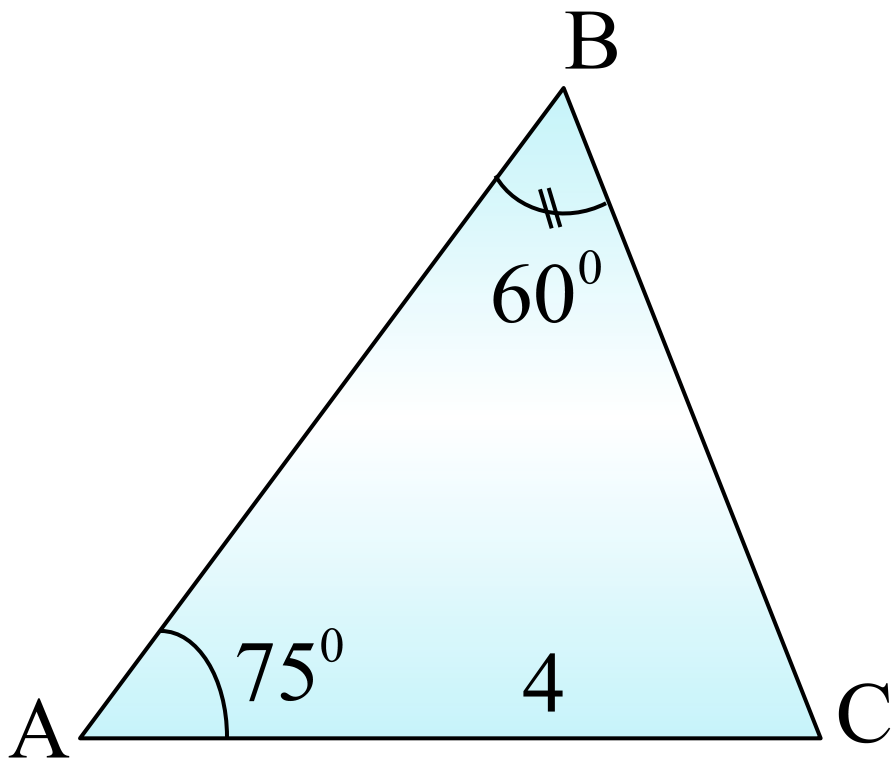
---

AB – ?

***Ответ:***

$$AB = 7$$

**Задача 5**



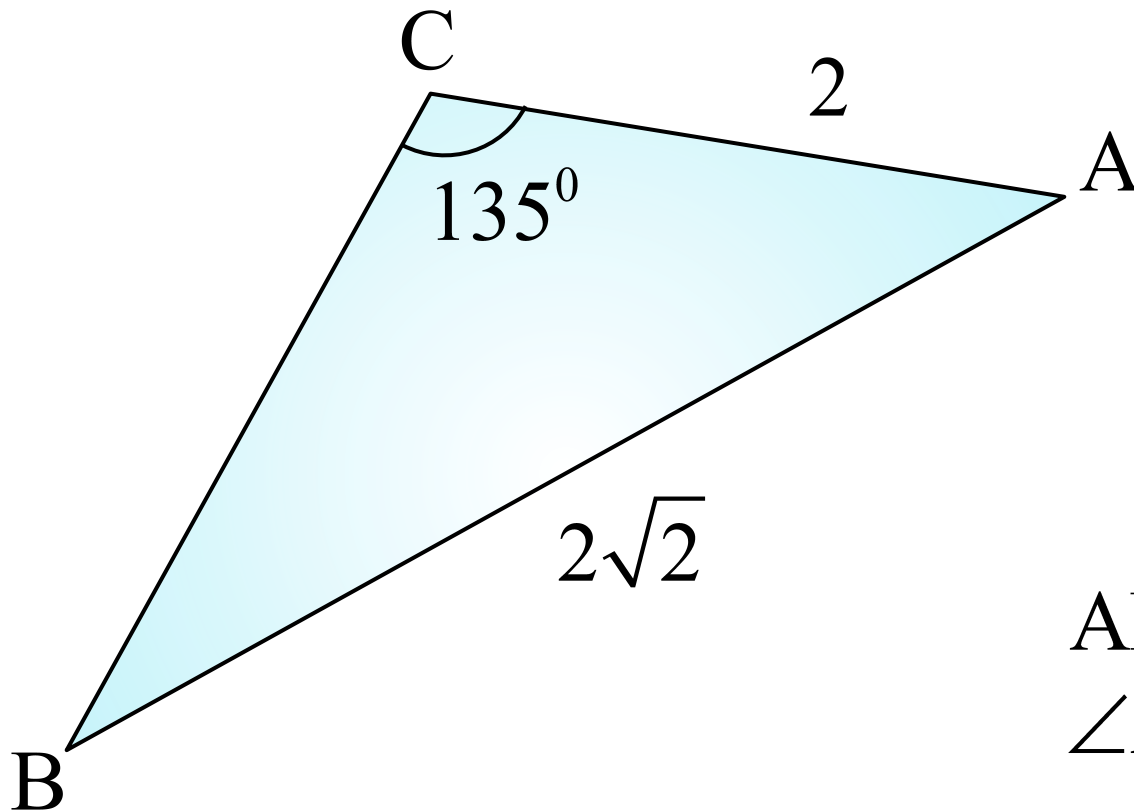
$$AC = 4, \angle BAC = 75^{\circ}$$
$$\angle ABC = 60^{\circ}$$

---

AB – ?

**Ответ:**  $AB = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

**Задача 6**



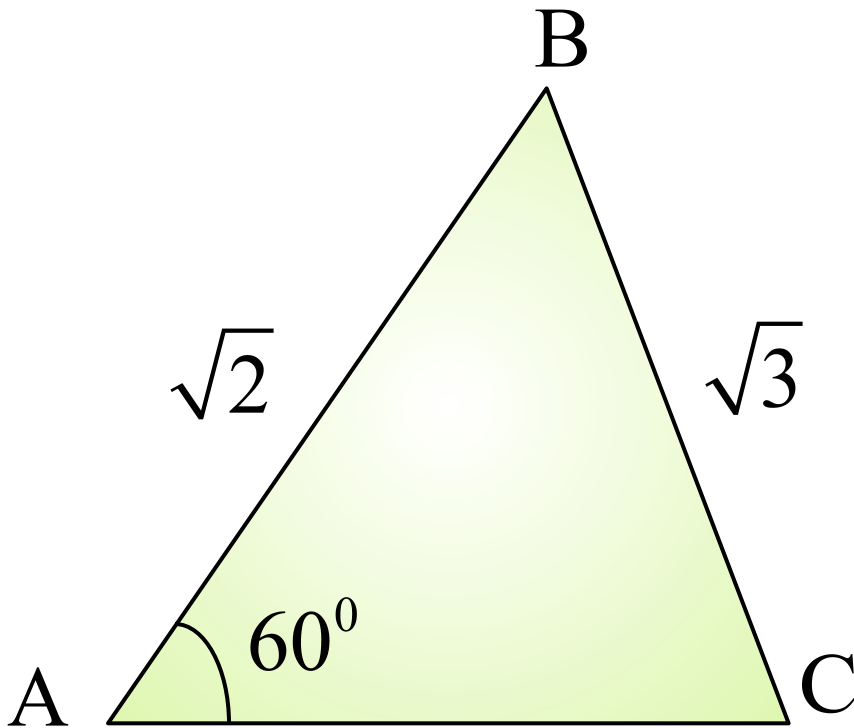
$$AB = 2\sqrt{2}, AC = 2,$$
$$\angle ACB = 135^{\circ}$$

---

$\angle A = ?$

**Ответ:**  $\angle A = 15^{\circ}$

*Задача 7*



$$AB = \sqrt{2}, BC = \sqrt{3}$$

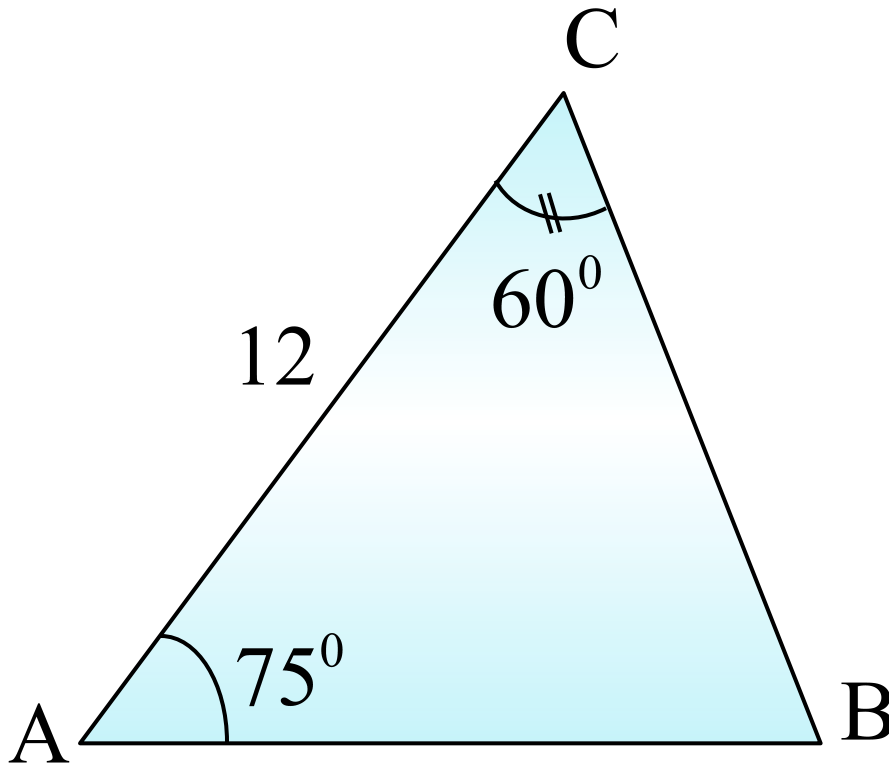
$$\angle BAC = 60^\circ$$

---

$\angle B = ?$

**Ответ:**  $\angle B = 75^\circ$

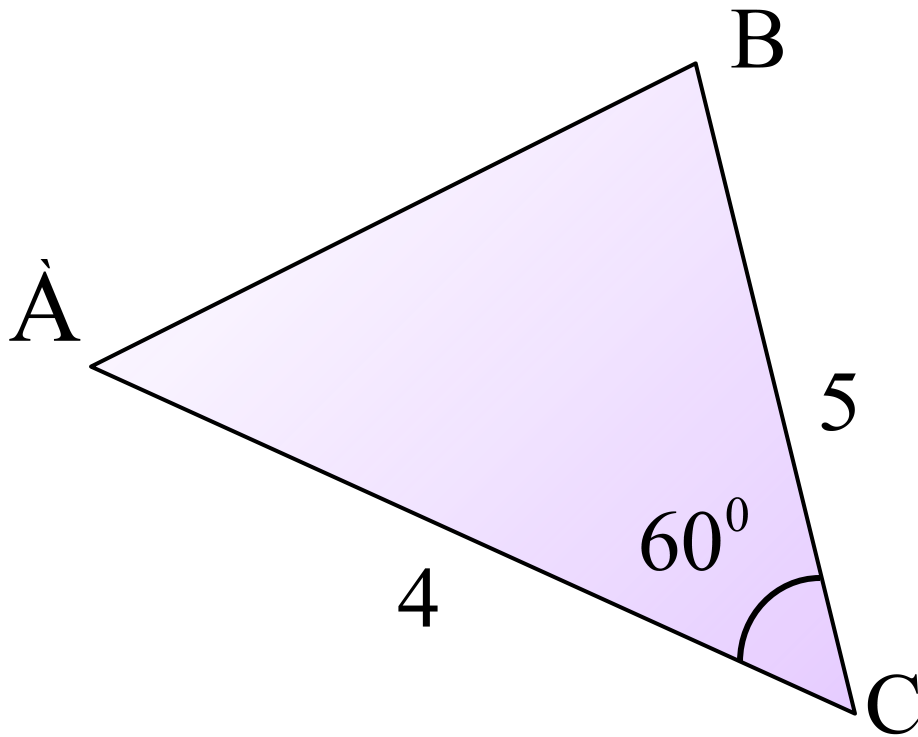
**Задача 8**



$$\begin{array}{l} AC = 12, \\ \angle BAC = 75^{\circ} \\ \angle BCA = 60^{\circ} \\ \hline AB = ? \end{array}$$

**Ответ:**  $AB = 6\sqrt{6}$

*Задача*



$$AB = 5, AC = 4$$

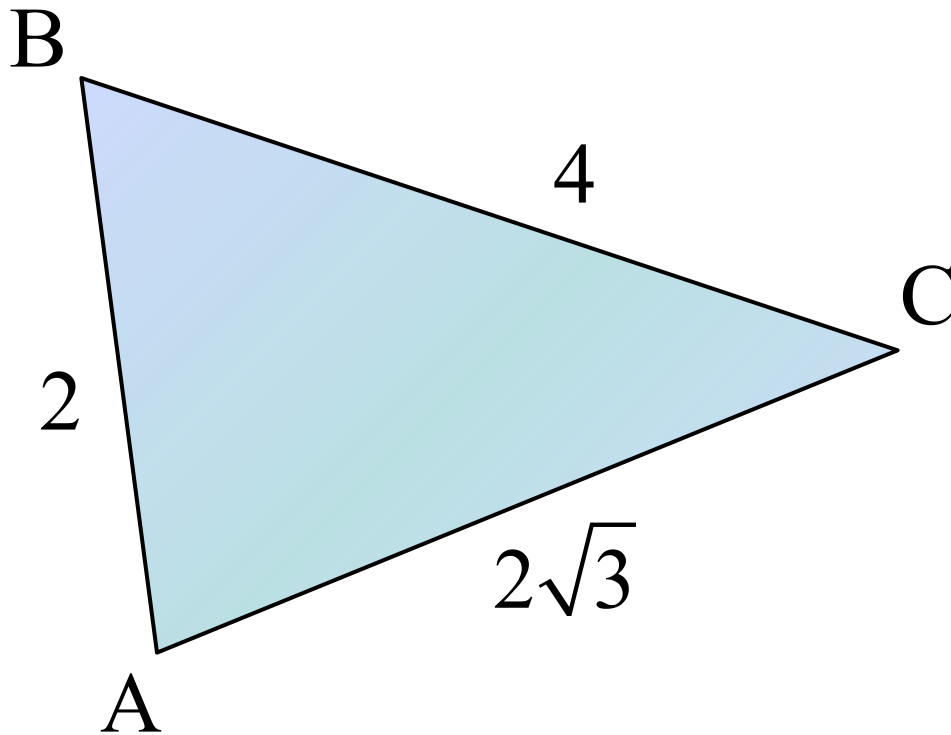
$$\angle ACB = 60^{\circ}$$

---

AB – ?

**Ответ:**  $AB = \sqrt{21}$

*Задача*



$$AB = 2, BC = 4,$$
$$AC = 2\sqrt{3}$$

---

$\angle B - ?$

**Ответ:**  $\angle B = 60^{\circ}$