Скалярное произведение векторов

Геометрия 8 класс

Скалярным произведением векторов

$\overline{a}(a_1; a_2)$ и $\overline{b}(b_1; b_2)$

называется (п.98)

число

$$\boxed{\overline{a} \cdot \overline{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2}$$

Дано:

- $\bar{a}(-2;2)$
- $\bar{b}(3;9)$
- $\bar{c}(0;7)$
- $\bar{d}(0;0)$
- $\bar{e}(5;-4)$

Найти: $\bar{a}\bar{b}$, $\bar{a}\bar{c}$, $\bar{a}\bar{d}$, $\bar{a}\bar{e}$, $\bar{d}\bar{c}$, $\bar{e}\bar{e}$

$$\bar{a}\bar{в} =$$

Вывод:

* Скалярное произведение векторов – число, а не вектор

Угол между векторами

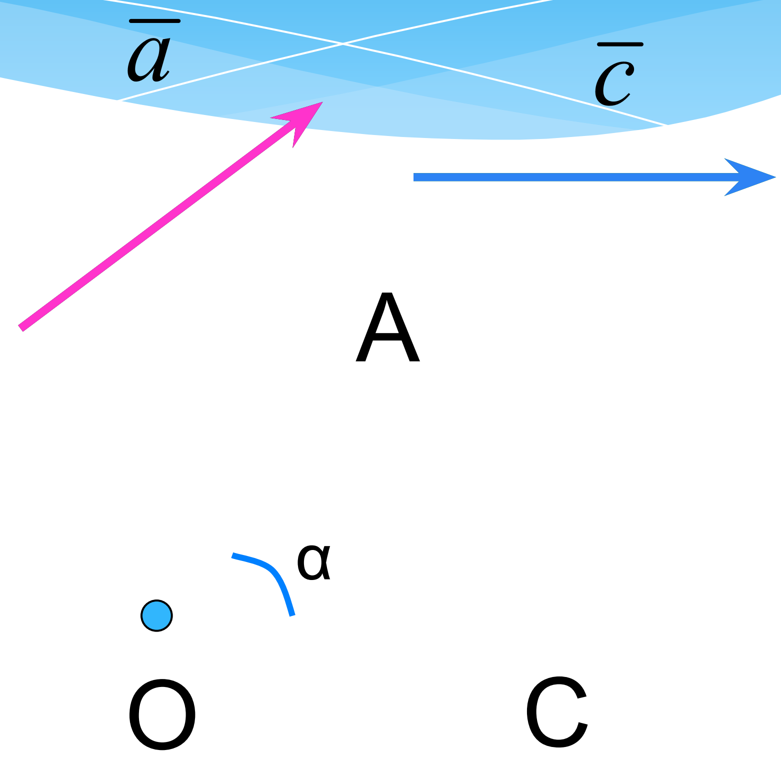
$\overline{a}$ и $\overline{b}$ не являются сонаправленными

O –произвольная точка

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overline{OC} = \overline{c}$

$\angle AOC = \boldsymbol{\alpha}$

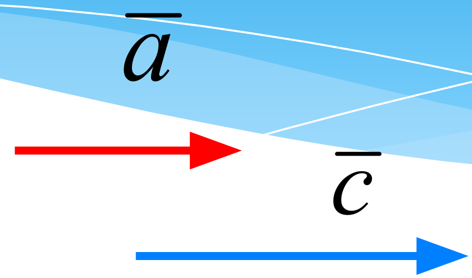
$\widehat{\overline{a}\quad\overline{c}} = \boldsymbol{\alpha}$



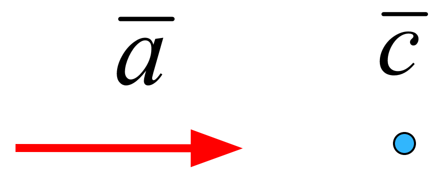
**Угол между векторами не зависит от выбора точки,
от которой они откладываются**

Угол между векторами

* Если векторы $\bar{a}$ и $\bar{c}$ сонаправлены, в частности один из них или оба нулевые, то угол между векторами равен 0°.

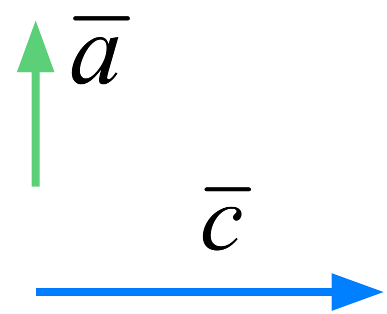


$$\widehat{\bar{a}\;\bar{c}} = 0°$$



$$\widehat{\vec{a}\;\vec{b}} = 0°$$

* Два вектора называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90°



$$\widehat{\bar{a}\;\bar{c}} = 90°$$

$$\bar{a} \perp \bar{c}$$

Найдите угол между векторами

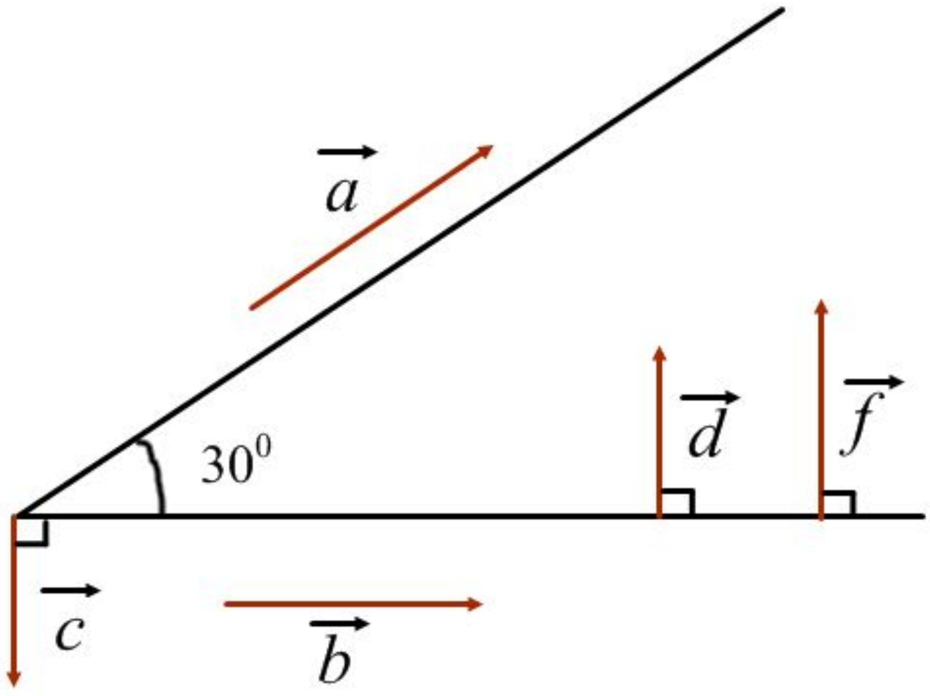
$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}}$

$\widehat{\vec{a}\,\vec{c}}$

$\widehat{\vec{c}\,\vec{b}}$

$\widehat{\vec{d}\,\vec{f}}$

$\widehat{\vec{d}\,\vec{c}}$



Скалярное произведение векторов (стр.137)

Определение. Скалярное произведение векторов равно произведению их абсолютных величин на косинус угла между ними

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=\left|\overline{a}\right|\cdot\left|\overline{b}\right|\cos\widehat{\left(\overline{a}\,\overline{b}\right)}$$

Скалярное произведение векторов

Определение. Скалярным произведением векторов называется произведение их абсолютных величин на косинус угла между ними

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=\left|\overline{a}\right|\cdot\left|\overline{b}\right|\cos\left(\widehat{\overline{a}\overline{b}}\right)$$

Пример:

$$\left|\overline{a}\right|=5,\quad \left|\overline{b}\right|=8,$$

α – угол между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$ $\quad \alpha=45^0$

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=\left|\overline{a}\right|\cdot\left|\overline{b}\right|\cos\alpha$$

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=5\cdot8\cdot\cos45^0=40\cdot\left(\cos45^0\right)=40\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}$$

Скалярное произведение векторов

Определение. Скалярным произведением векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними

$$\overline{a}\cdot\overline{b} = \left|\overline{a}\right|\cdot\left|\overline{b}\right|\cos\left(\widehat{\overline{a}\overline{b}}\right)$$

Выразить косинус угла:

$$\cos\left(\widehat{\overline{a}\overline{b}}\right) = \frac{\overline{a}\cdot\overline{в}}{\left|\overline{a}\right|\cdot\left|\overline{в}\right|}$$

Решаем задачу №29

Необходимое и достаточное условие равенства нулю скалярного произведения

Скалярное произведение ненулевых векторов
равно нулю
тогда и только тогда
когда эти векторы перпендикулярны

$$1)\quad \left.\begin{array}{l} \overline{a} \neq \overline{0} \\ \overline{c} \neq \overline{0} \\ \overline{a} \perp \overline{c} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{a} \cdot \overline{c} = 0$$

$$2)\quad \left.\begin{array}{l} \overline{a} \neq \overline{0} \\ \overline{c} \neq \overline{0} \\ \overline{a} \cdot \overline{c} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{a} \perp \overline{c}$$

$$1)\quad \left.\begin{array}{l} \bar{a} \neq \bar{0} \\ \bar{c} \neq \bar{0} \\ \bar{a} \perp \bar{c} \end{array}\right\} \Rightarrow \bar{a} \cdot \bar{c} = 0$$

$$2)\quad \left.\begin{array}{l} \bar{a} \neq \bar{0} \\ \bar{c} \neq \bar{0} \\ \bar{a} \cdot \bar{c} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \bar{a} \perp \bar{c}$$

$$\bar{a} \cdot \bar{c} = |\bar{a}| \cdot |\bar{c}| \cos\left(\widehat{\bar{a}\bar{c}}\right)$$

$$\bar{a} \cdot \bar{c} = |\bar{a}| \cdot |\bar{c}| \cos 90^0$$

$$\cos 90^0 = 0$$

$$\bar{a} \cdot \bar{c} = 0$$

$$\bar{a} \cdot \bar{c} = 0$$

$$|\bar{a}| \cdot |\bar{c}| \cos\left(\widehat{\bar{a}\bar{c}}\right) - 0$$

$$\bar{a} \neq \bar{0} \Rightarrow |\bar{a}| \neq 0; \bar{c} \neq \vec{0} \Rightarrow |\bar{c}| \neq 0$$

$$\cos\left(\widehat{\bar{a}\bar{c}}\right) = 0 \quad \Rightarrow \widehat{\bar{a}\bar{c}} = 90^0$$

$$\bar{a} \perp \bar{c}$$

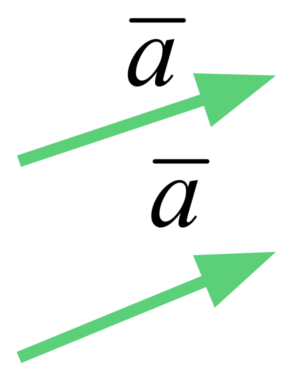
Скалярный квадрат

Скалярным квадратом вектора $\bar{a}$ называется

скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{a}$

$$\bar{a} \cdot \bar{a} = |\bar{a}| \cdot |\bar{a}| \cos\left(\widehat{\bar{a}\bar{a}}\right)$$

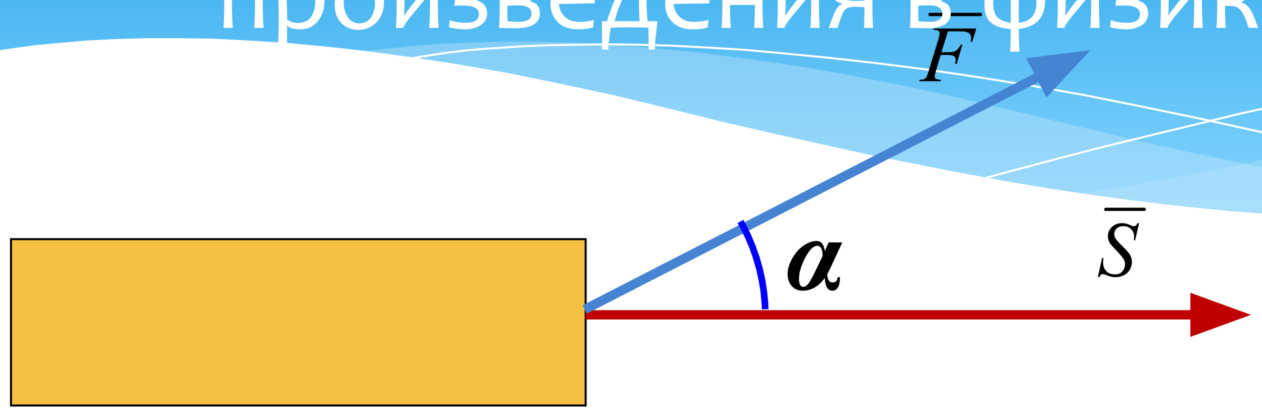
$$\cos\left(\widehat{\bar{a}\bar{a}}\right) = cos\, 0^0 = 1$$



$$\bar{a} \cdot \bar{a} = |\bar{a}| \cdot |\bar{a}| = |\bar{a}|^2$$

Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

Применение скалярного произведения в физике



$$\textit{Если}\ \left(\widehat{\overline{F}\,\overline{S}}\right)=\alpha,\ \textit{то}$$

$$A=\left|\overline{F}\right|\cdot\left|\overline{S}\right|\cdot\cos\alpha$$

Скалярное произведение векторов.

Самое главное

* Скалярным произведением векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними
* Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда когда эти векторы перпендикулярны
* Скалярное произведение вектора самого на себя называется скалярным квадратом вектора
* Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

Домашнее задание

* П.98 № 32, 35