

Урок геометрии в 7 классе

# Задачи на построение

Провела учитель математики Балан В.М.

# Способы построения окружности



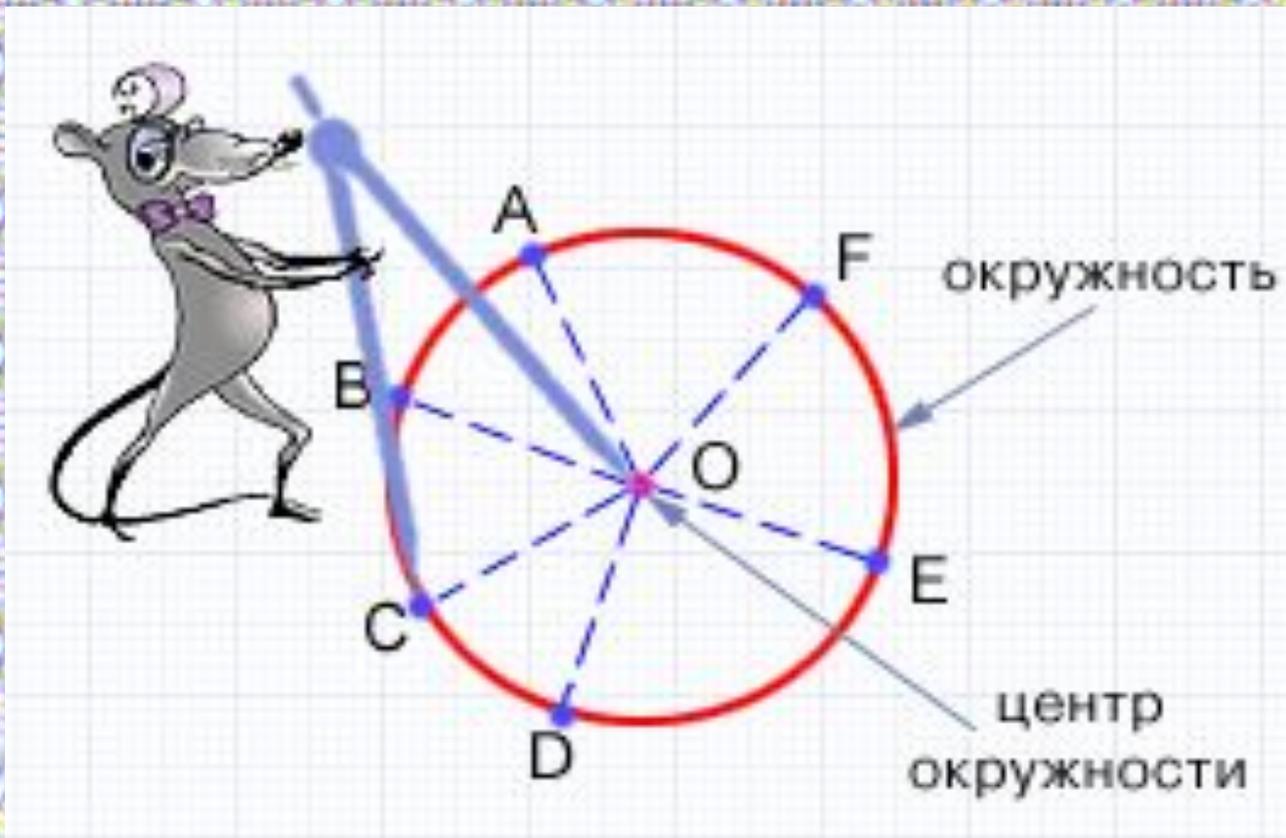
*Построение  
окружности  
с помощью циркуля*



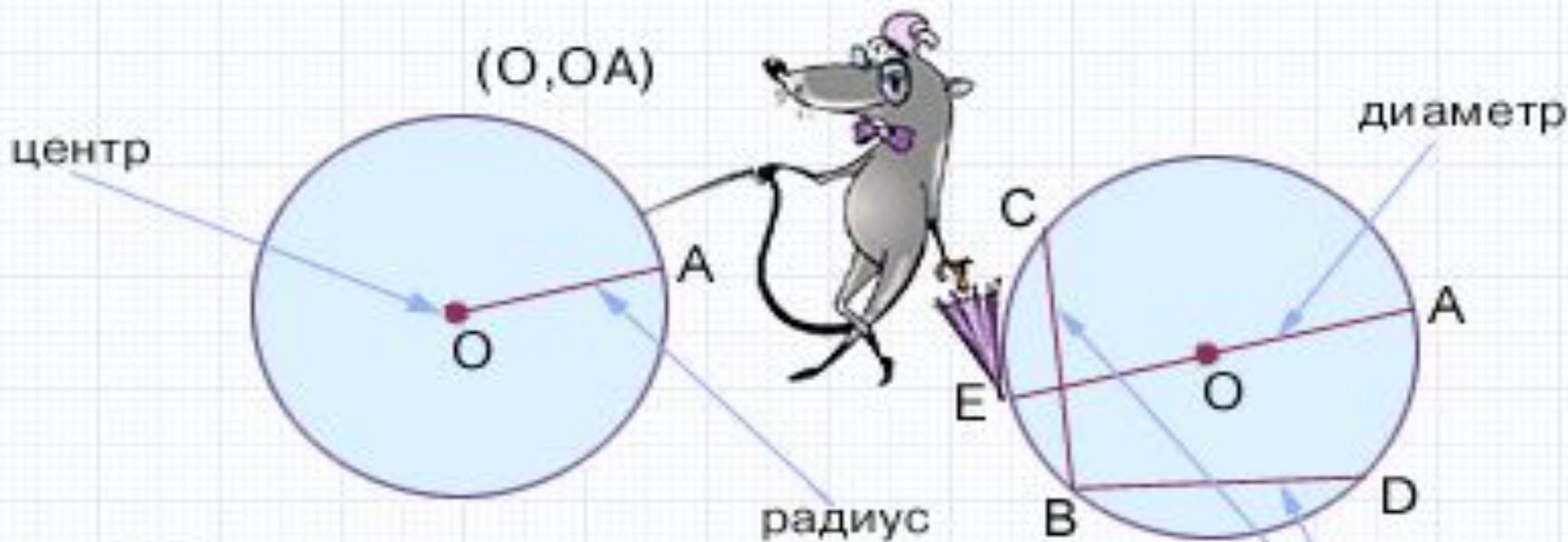
*Построение  
окружности  
с помощью веревки*



**Окружностью** называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.

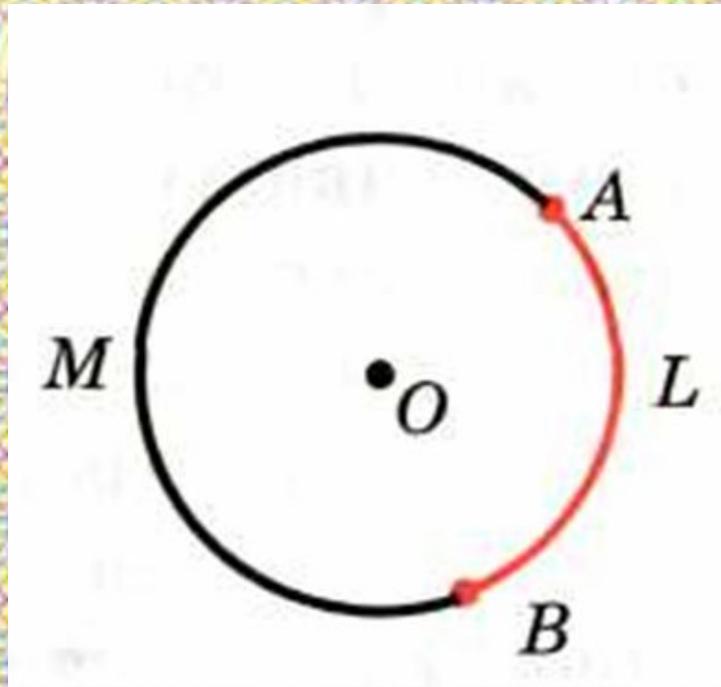


Отрезок, соединяющий две точки окружности, точку  
хорда, проходящая через центр окружности, точку  
называется ее **хордой**,  
называется **диаметром**,  
**радиусом**  
**окружности**

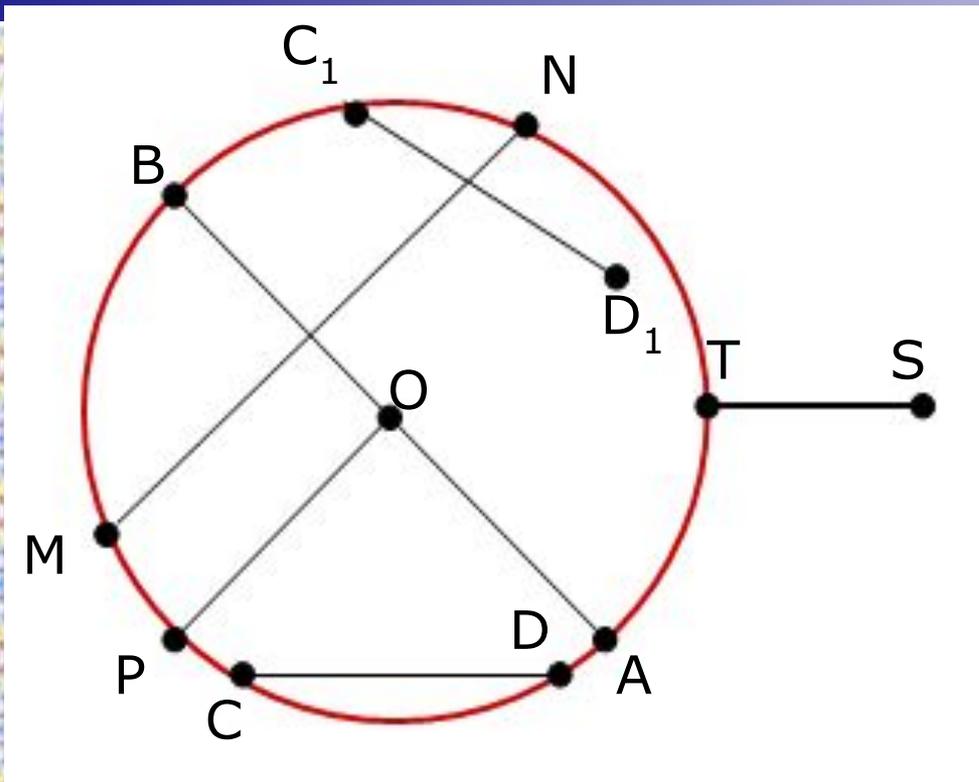


Обозначение  
окружности:  $(O, OA)$

$(O, r)$  или  $(O, R)$



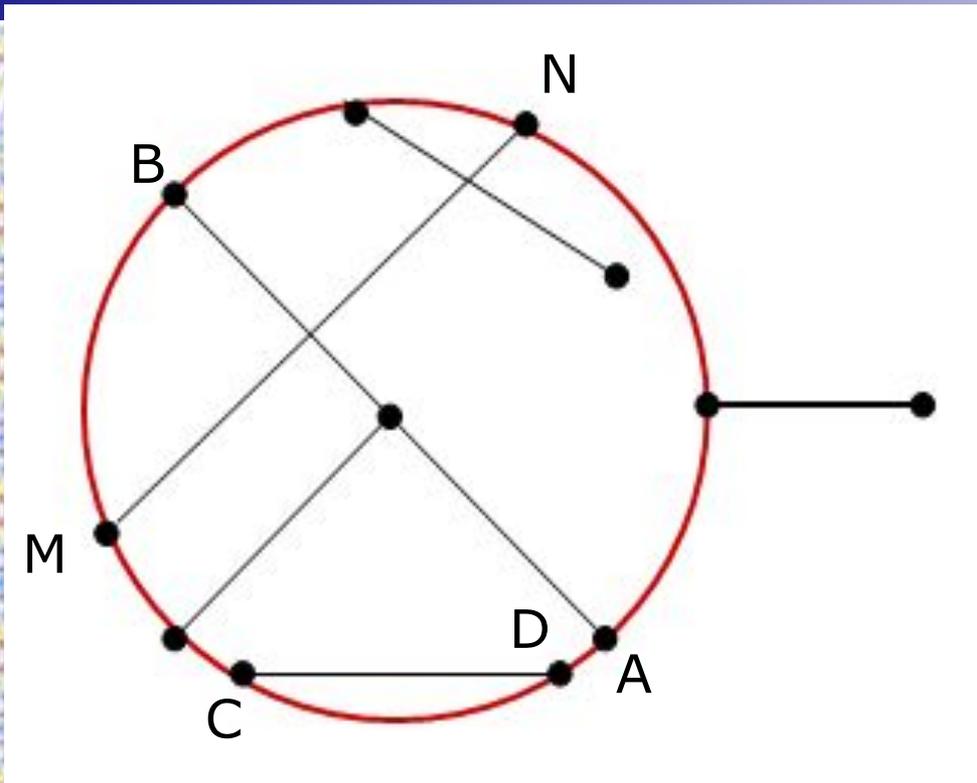
- $ALB$  и  $AMB$  - дуги окружности, ограниченные точками  $A$  и  $B$



Хорды окружности:

Диаметры окружности:

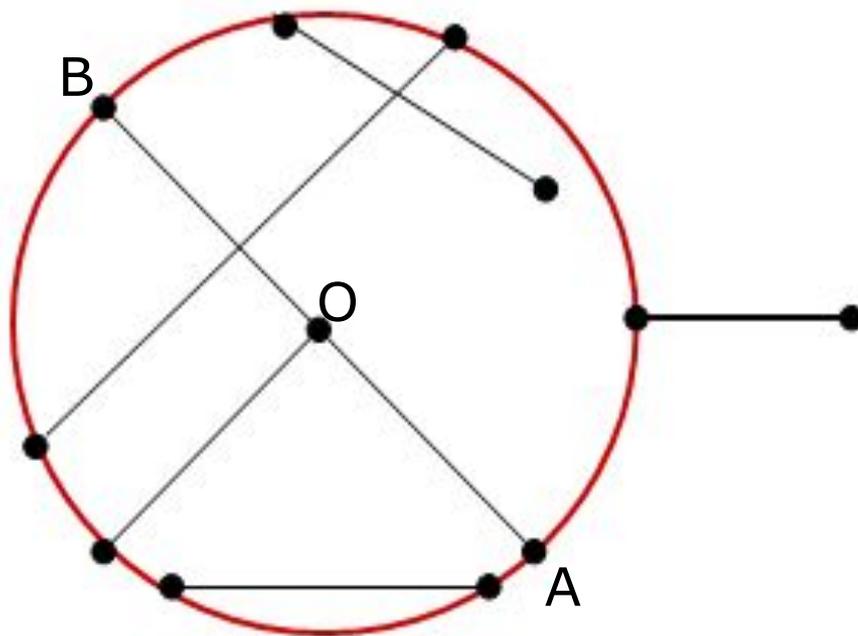
Радиусы окружности:



Хорды окружности:  $AB, CD, MN$

Диаметры окружности:

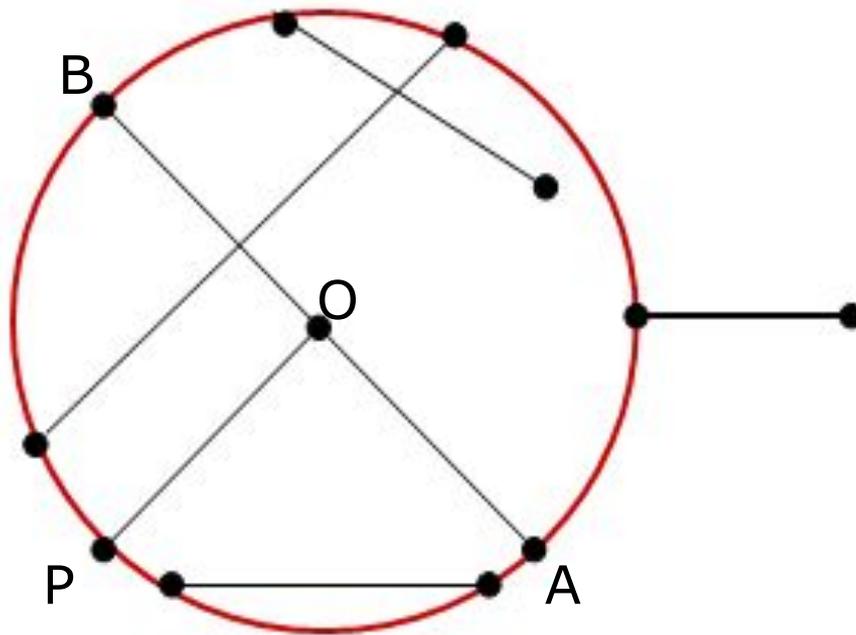
Радиусы окружности:



Хорды окружности:  $AB, CD, MN$

Диаметры окружности:  $AB$

Радиусы окружности:



Хорды окружности:  $AB, CD, MN$

Диаметры окружности:  $AB$

Радиусы окружности:  $OA, OB, OP$

# Тест по теме «Окружность»

Выберите правильный вариант ответа

**1. Окружностью называется геометрическая фигура, которая**

а) состоит из точек плоскости, расположенных на данном расстоянии от данной точки плоскости;

б) состоит из всех точек плоскости, расположенных на данном расстоянии от данной точки плоскости.

**2. Центром окружности является**

а) точка, от которой одинаково удалены некоторые точки;

б) точка, от которой одинаково удалены все точки окружности.

# Тест ( продолжение)

## 3. Радиусом окружности называется

а) отрезок, соединяющий любую точку окружности с центром;

б) отрезок, соединяющий любую точку окружности с центром окружности.

## 4. Хордой окружности называется

а) отрезок, соединяющий две любые точки окружности;

б) отрезок, соединяющий две любые точки.

# Тест(продолжение)

5. Диаметр окружности называется

а) прямая, проходящая через центр окружности;

б) хорда, проходящая через центр окружности.

**Оцени себя.**

**Если у тебя 5 верных ответов – оценка 5;**

**4 верных ответа -- оценка 4;**

**3 верных ответа -- оценка 3.**

**Меньшее число верных ответов оценивается 2.**



Спасибо





ВЕРНО

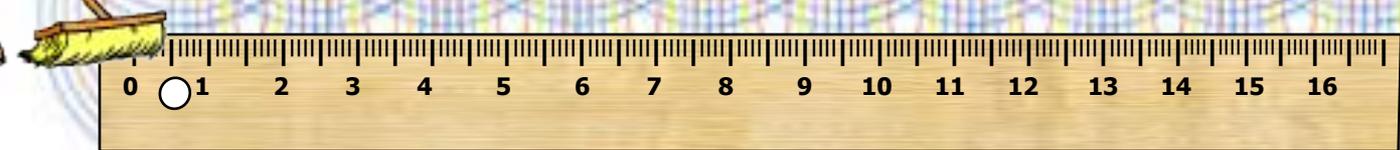


НЕВЕРНО

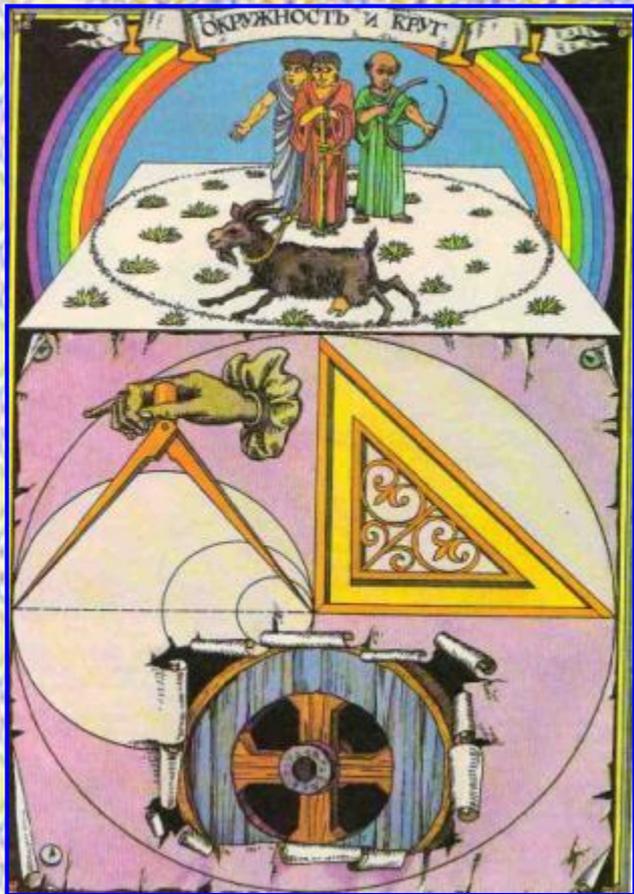


В геометрии выделяют задачи на построение, которые можно решить только с помощью двух инструментов: циркуля и линейки без масштабных делений.

Линейка позволяет провести произвольную прямую, а также построить прямую, проходящую через две данные точки; с помощью циркуля можно провести окружность произвольного радиуса, а также окружность с центром в данной точке и радиусом, равным данному отрезку.



# Из истории математики



В 1672 г. Датский математик Георг Мор, а затем в 1797 г. итальянский учёный Лоренцо Маскерони доказали независимо один от другого такое утверждение: **всякая задача на построение, разрешимая с помощью циркуля и линейки, разрешима также с помощью одного только циркуля.** Эти название построения носят построения Мора - Маскерони.

Швейцарский геометр Якоб Штейнер в 1883 г., а несколько раньше французский математик Ж.Понселе доказали тоже независимо друг от друга такое утверждение **любая задача на построение, разрешимая с помощью циркуля и линейки, может быть разрешена с помощью линейки, если только в плоскости чертежа задана окружность и её центр.** Такие построения носят название построения Понселе - Штейнера.

# Схема решения задач на построение

1. Анализ (рисунок искомой фигуры, устанавливающий связи между данными задачи и искомыми элементами; и план построения).
2. Построение по намеченному плану.
3. Доказательство, что данная фигура удовлетворяет условиям задачи.
4. Исследование (при любых ли данных задача имеет решение, и если имеет, то сколько).

В 7 классе мы с вами решаем самые простые задачи на построение, поэтому иногда достаточно только второго пункта схемы (или второго и третьего).

# Основные задачи на построение

- **Задача 1.** На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному.
- **Задача 2.** Отложить от данного луча угол, равный данному.
- **Задача 3.** Построить биссектрису данного угла.
- **Задача 4.** Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой.
- **Задача 5.** Построить середину данного отрезка.
- **Задача 6.** Построить прямую, проходящую через точку, не лежащую на данной прямой, и перпендикулярную этой прямой.



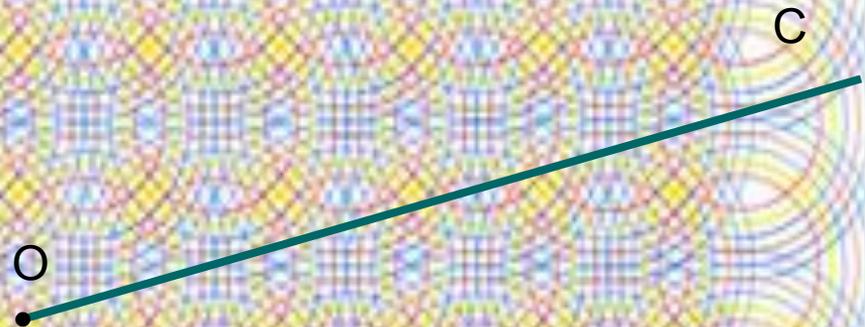
# Задача 1

С помощью циркуля и линейки без делений на данном луче отложить отрезок, равный данному

Дано: отрезок  $AB$

луч  $OC$

Построить: отрезок  $OD, OD=AB$



# Задача 1

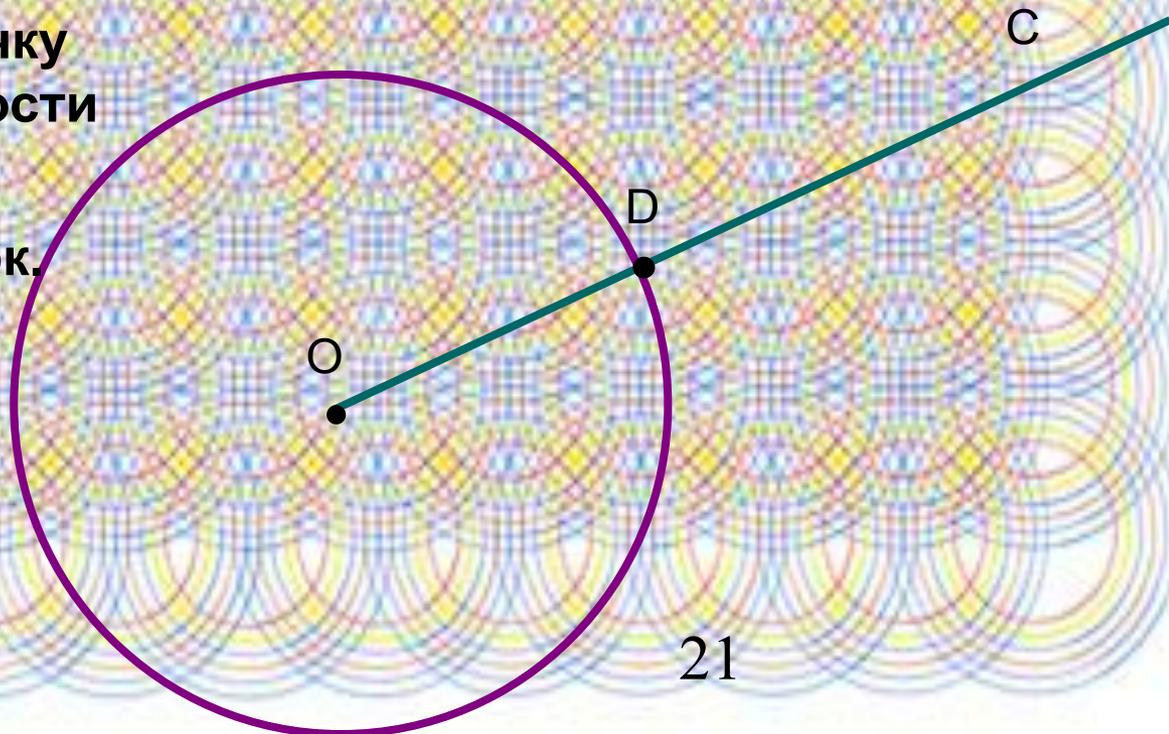
## Построение отрезка, равного данному

Построение:

Шаг 1. Построить окружность с центром  $O$  радиусом  $AB$ .

Шаг 2. Обозначим точку пересечения окружности и луча  $OC$  буквой  $D$ .

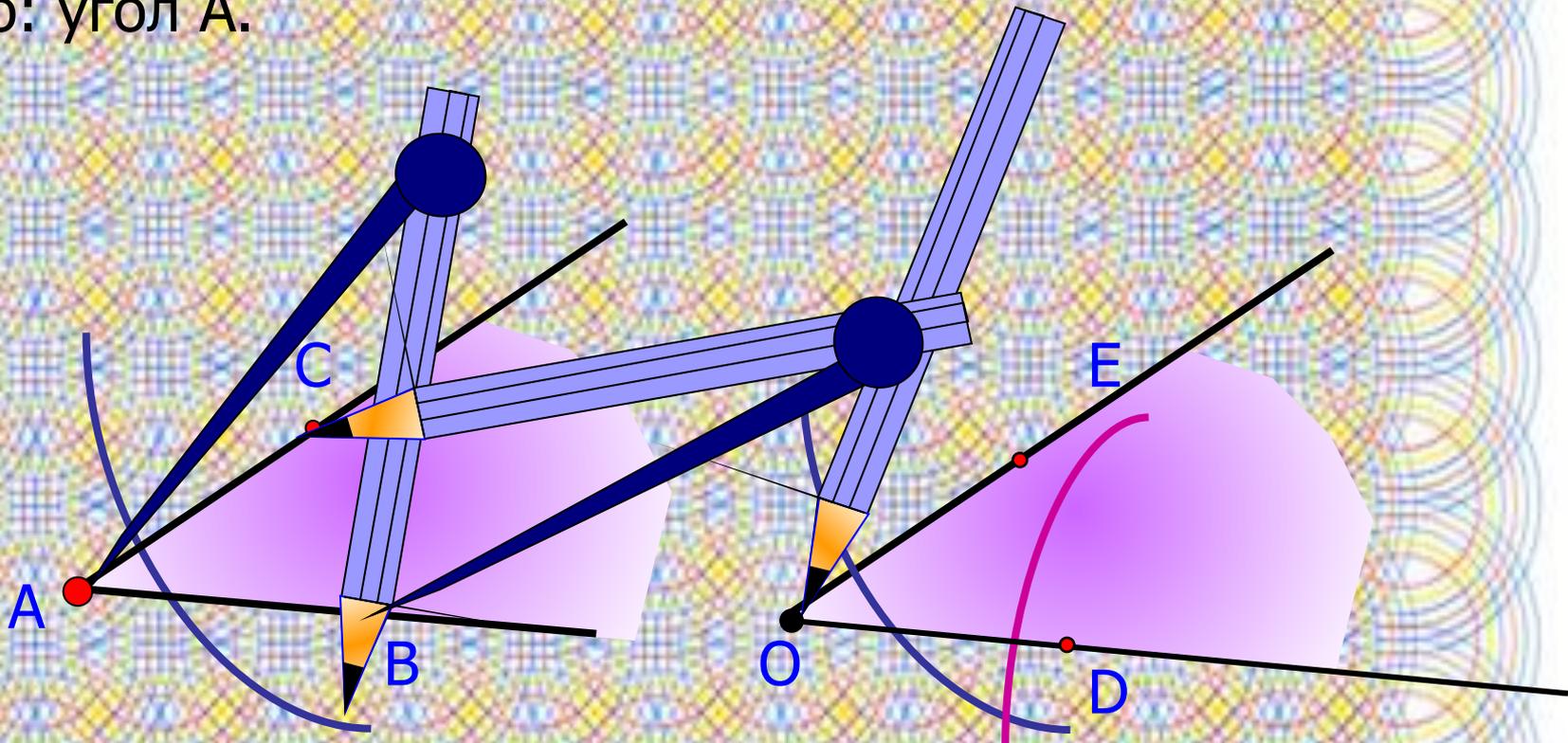
$OD$  – искомый отрезок.



## Задача 2

Построение угла, равного данному.

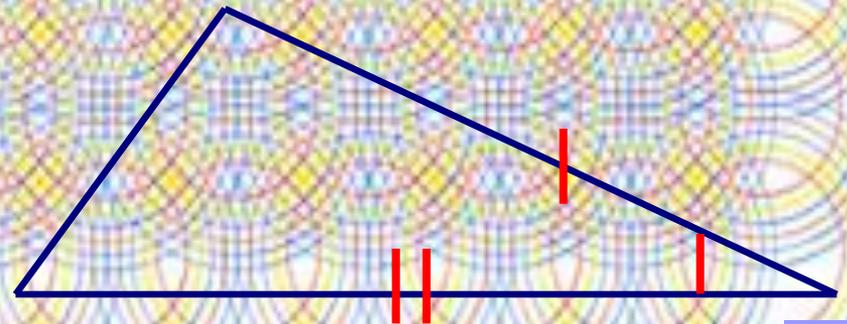
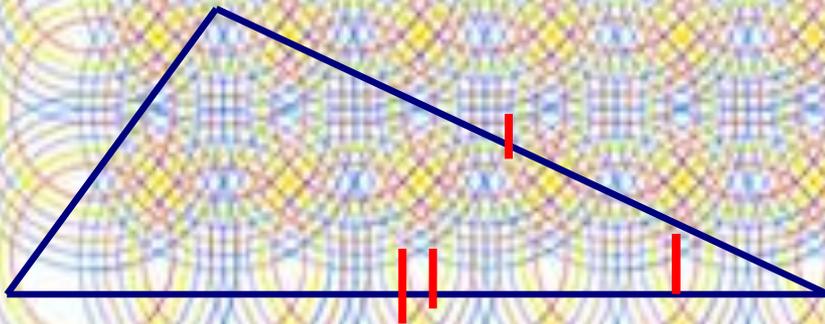
Дано: угол  $A$ .



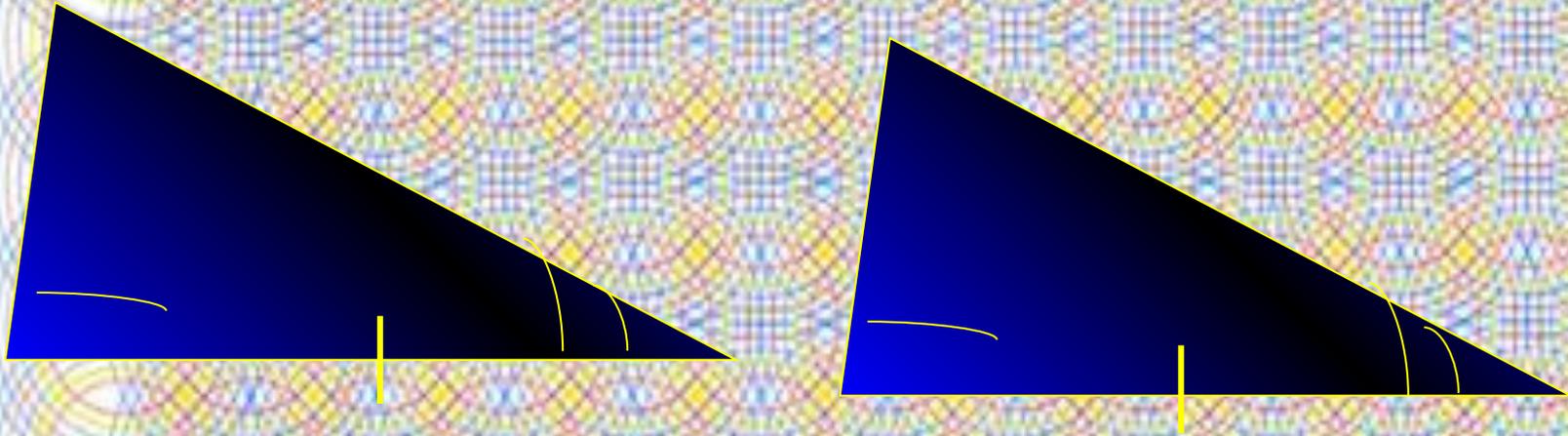
Теперь докажем, что построенный угол равен данному.

# ***Первый признак равенства треугольников***

- Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны

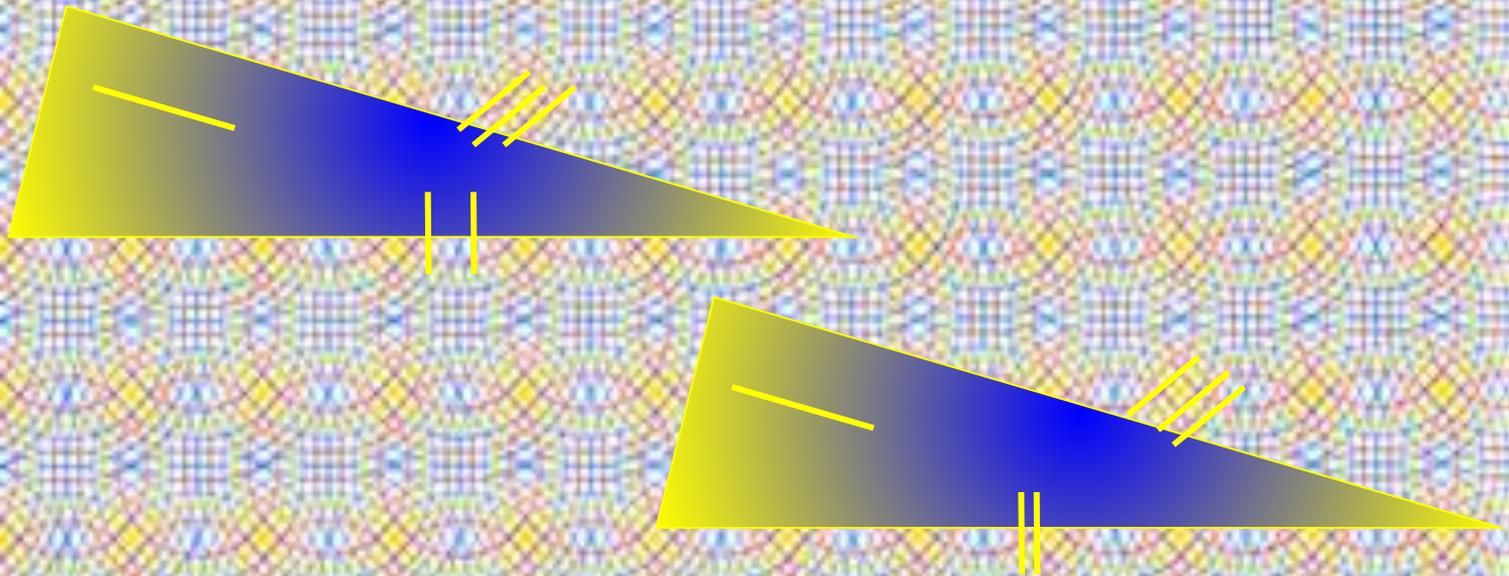


# Второй признак равенства треугольников



**Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны**

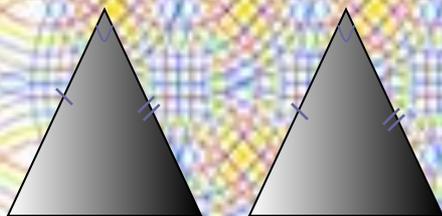
# Третий признак равенства треугольников



**Если три стороны одного треугольника  
соответственно равны трем сторонам другого  
треугольника, то такие треугольники равны**

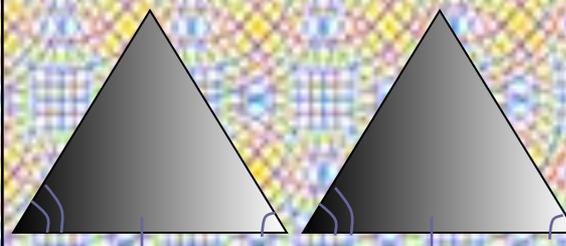
# Признаки равенства треугольников

**Первый.**



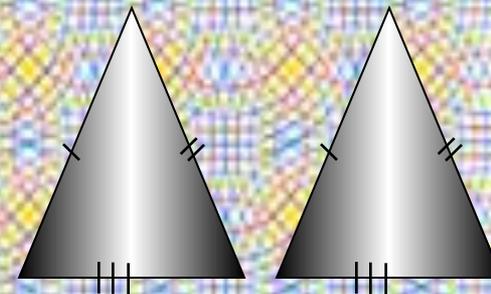
По двум  
сторонам и углу  
между ними.

**Второй.**



По одной  
стороне и двум  
прилежащих к  
ней углам.

**Третий.**

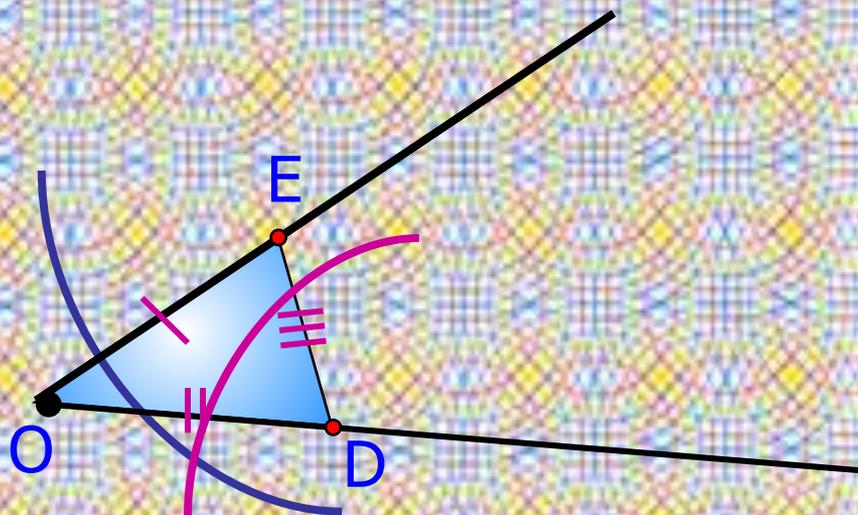
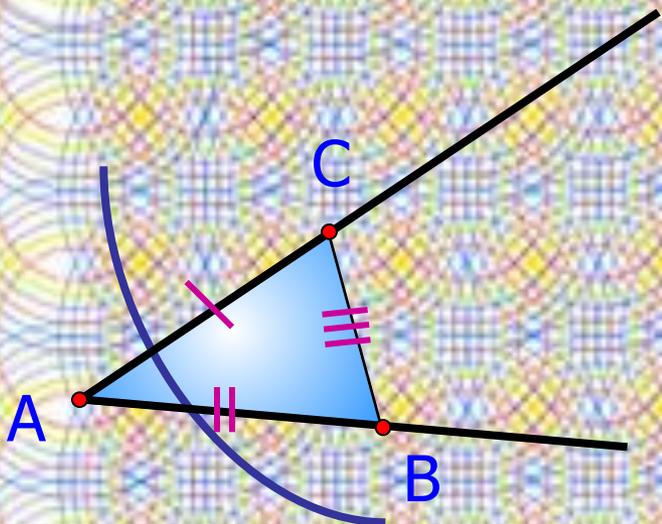


По трем  
сторонам.

## Построение угла, равного данному.

Дано: угол А.

Построили угол О.



Доказать:  $\angle A = \angle O$

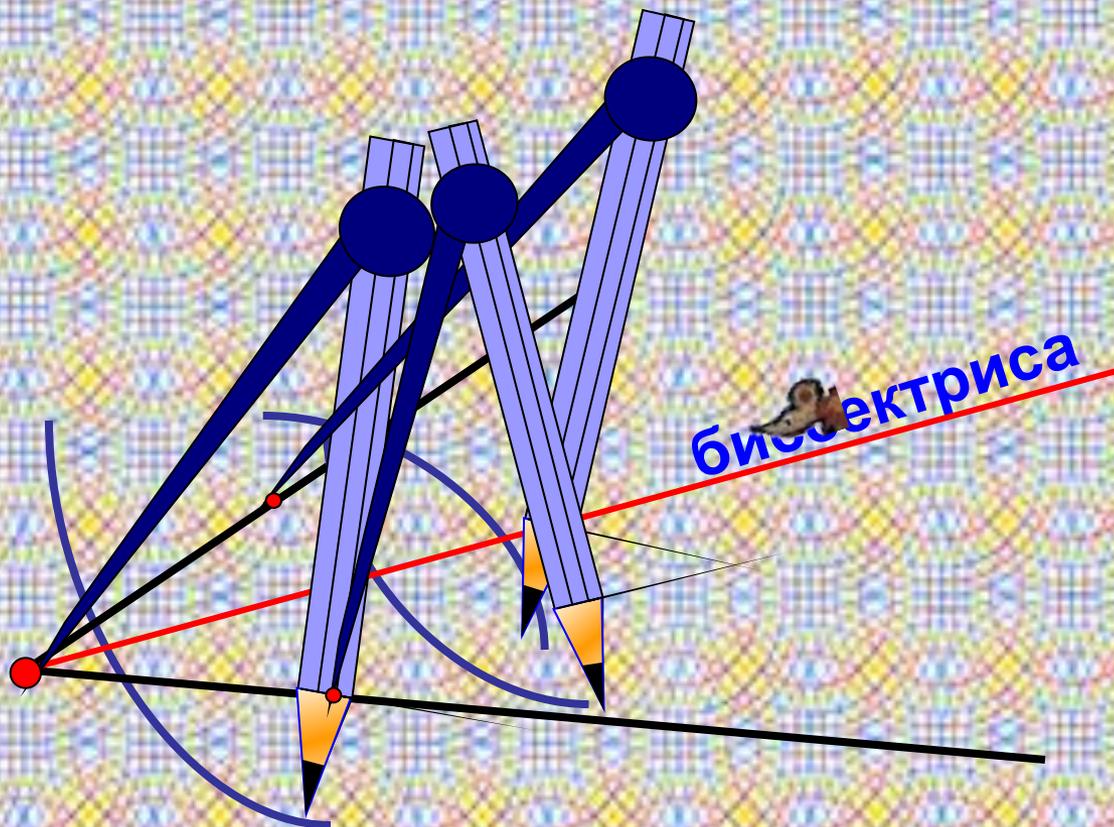
Доказательство: рассмотрим треугольники ABC и ODE.

1.  $AC = OE$ , как радиусы одной окружности.
2.  $AB = OD$ , как радиусы одной окружности.
3.  $BC = DE$ , как радиусы одной окружности.

$$\triangle ABC = \triangle ODE \text{ (3 призм.)} \implies \angle A = \angle O$$

## Задача 3

### Построение биссектрисы угла.



Докажем, что луч  $AB$  – биссектриса  $\angle A$

## ПЛАН

1. Дополнительное построение.

2. Докажем равенство  
треугольников  $\triangle ACB$  и  $\triangle ADB$ .

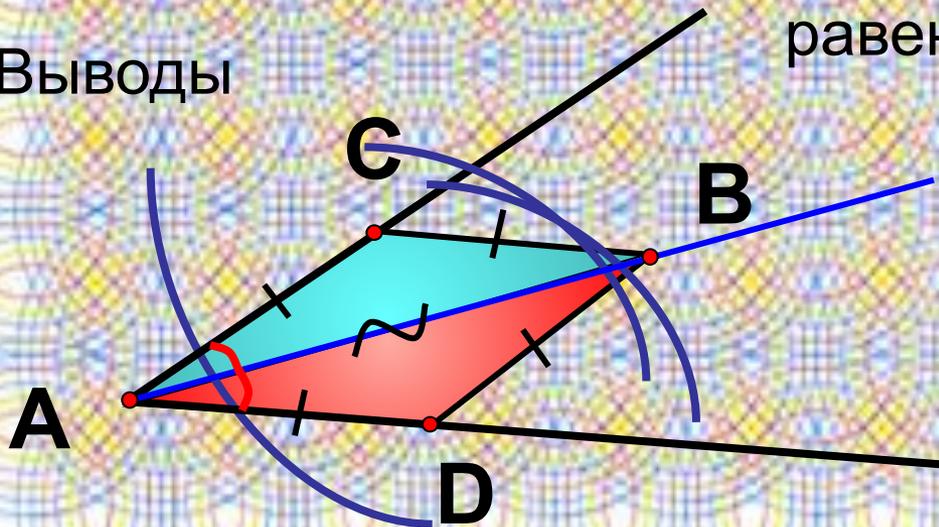
1.  $AC=AD$ , как радиусы одной окружности.

2.  $CB=DB$ , как радиусы одной окружности.

3.  $AB$  – общая сторона.

$\triangle ACB = \triangle ADB$ , по *III* признаку  
равенства треугольников

3. Выводы



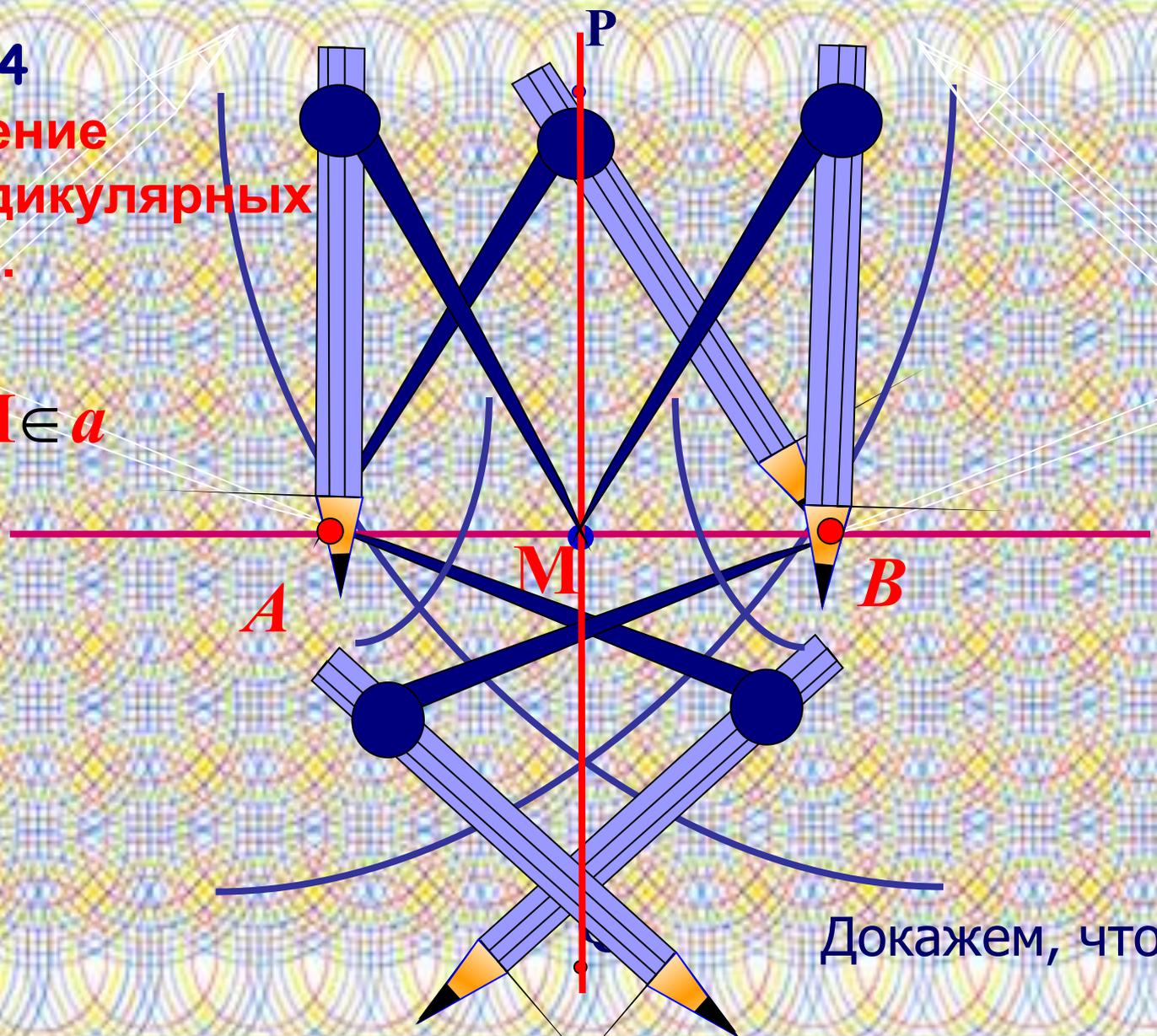
$$\angle CAB = \angle DAB$$

Луч  $AB$  – биссектриса

# Задача 4

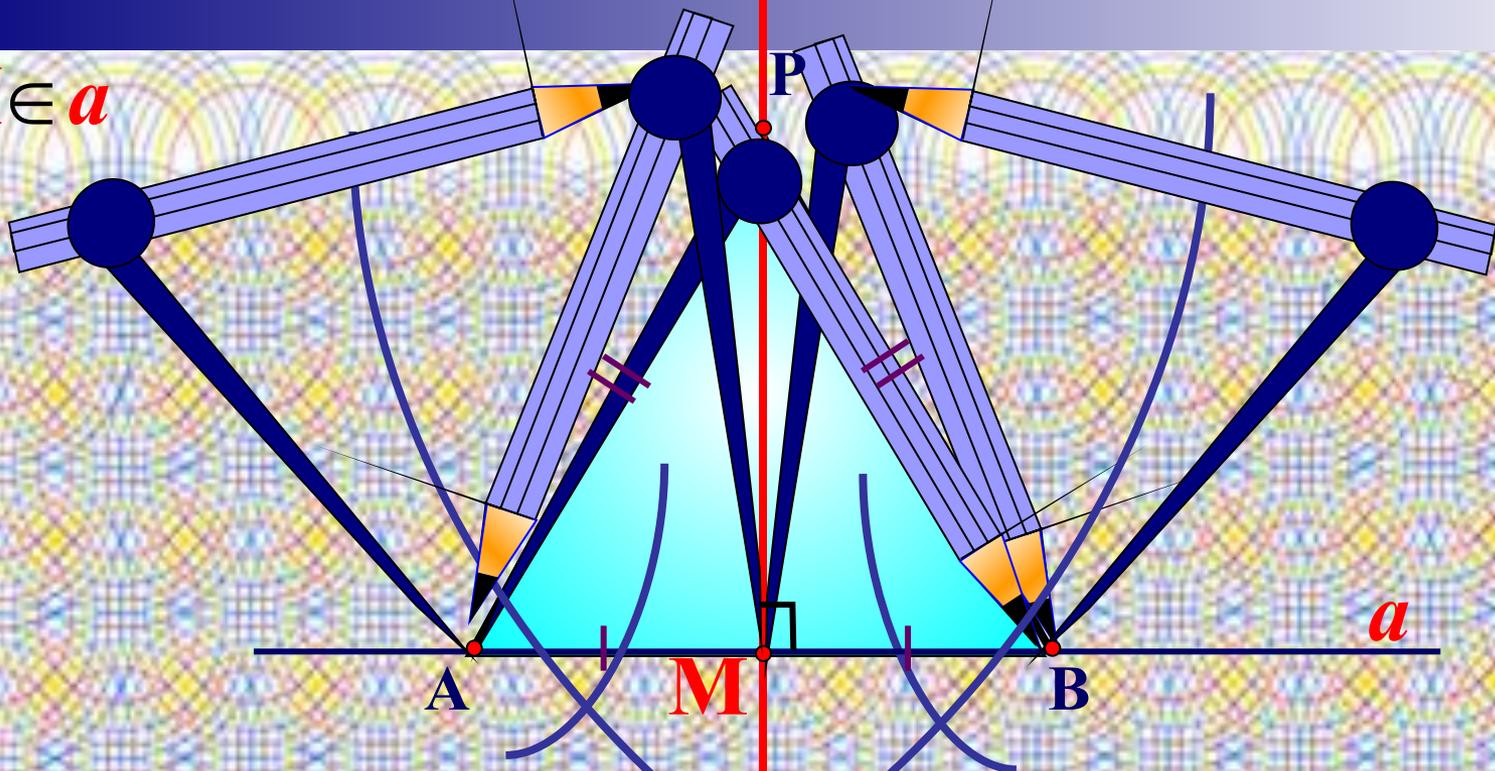
Построение  
перпендикулярных  
прямых.

$M \in a$



Докажем, что  $a \perp PM$

$M \in a$



Докажем, что  $a \perp PM$

1.  $AM=MB$ , как радиусы одной окружности.
2.  $AP=PB$ , как радиусы одной окружности  
APB р/б
3. PM медиана в р/б треугольнике является также ВЫСОТОЙ.  
Значит,  $a \perp PM$ .

# Построение перпендикулярных прямых.

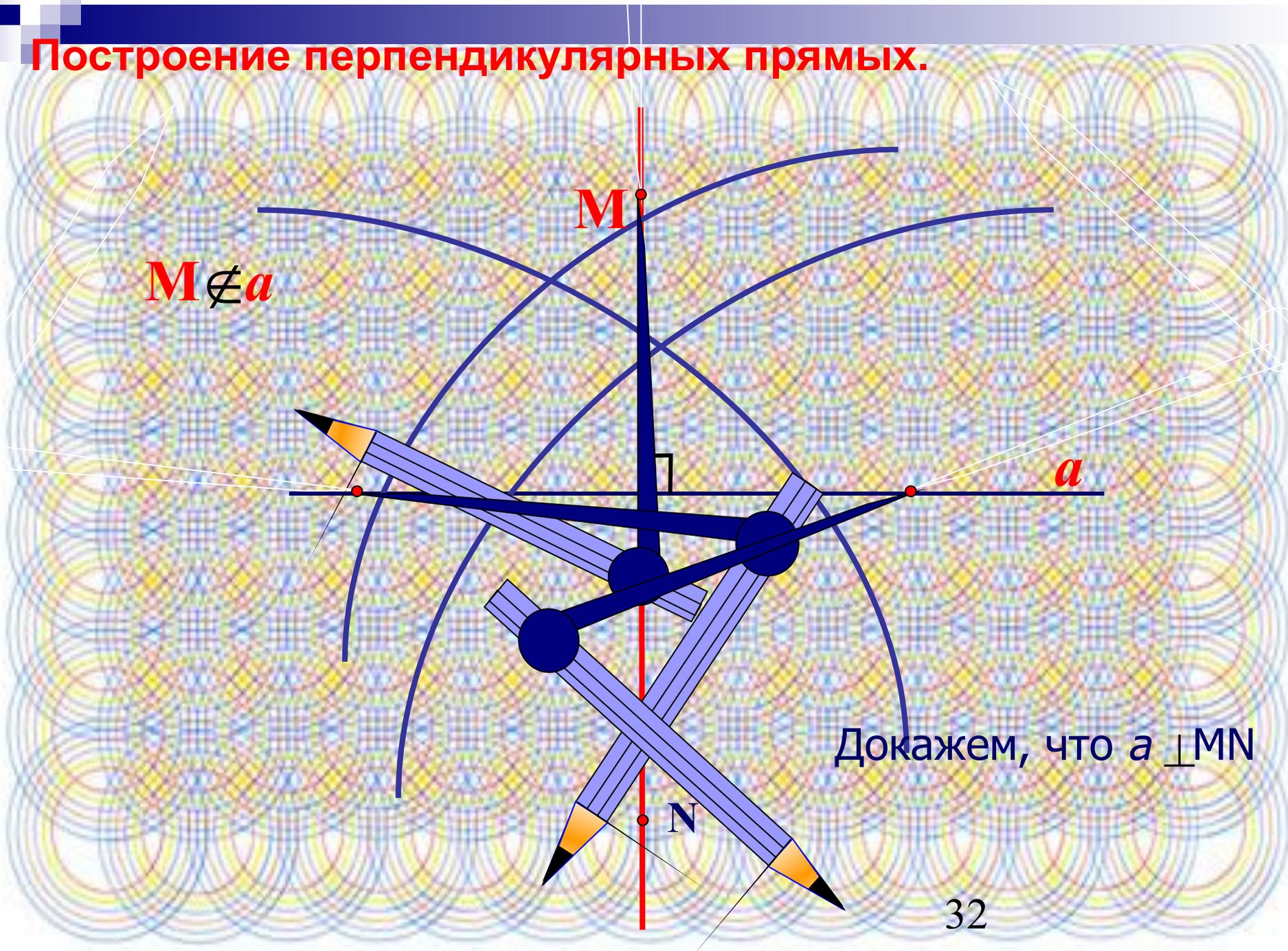
$M \notin a$

$M$

$a$

Докажем, что  $a \perp MN$

$N$



Докажем, что  $a \perp MN$

Посмотрим  
на расположение  
циркулей.

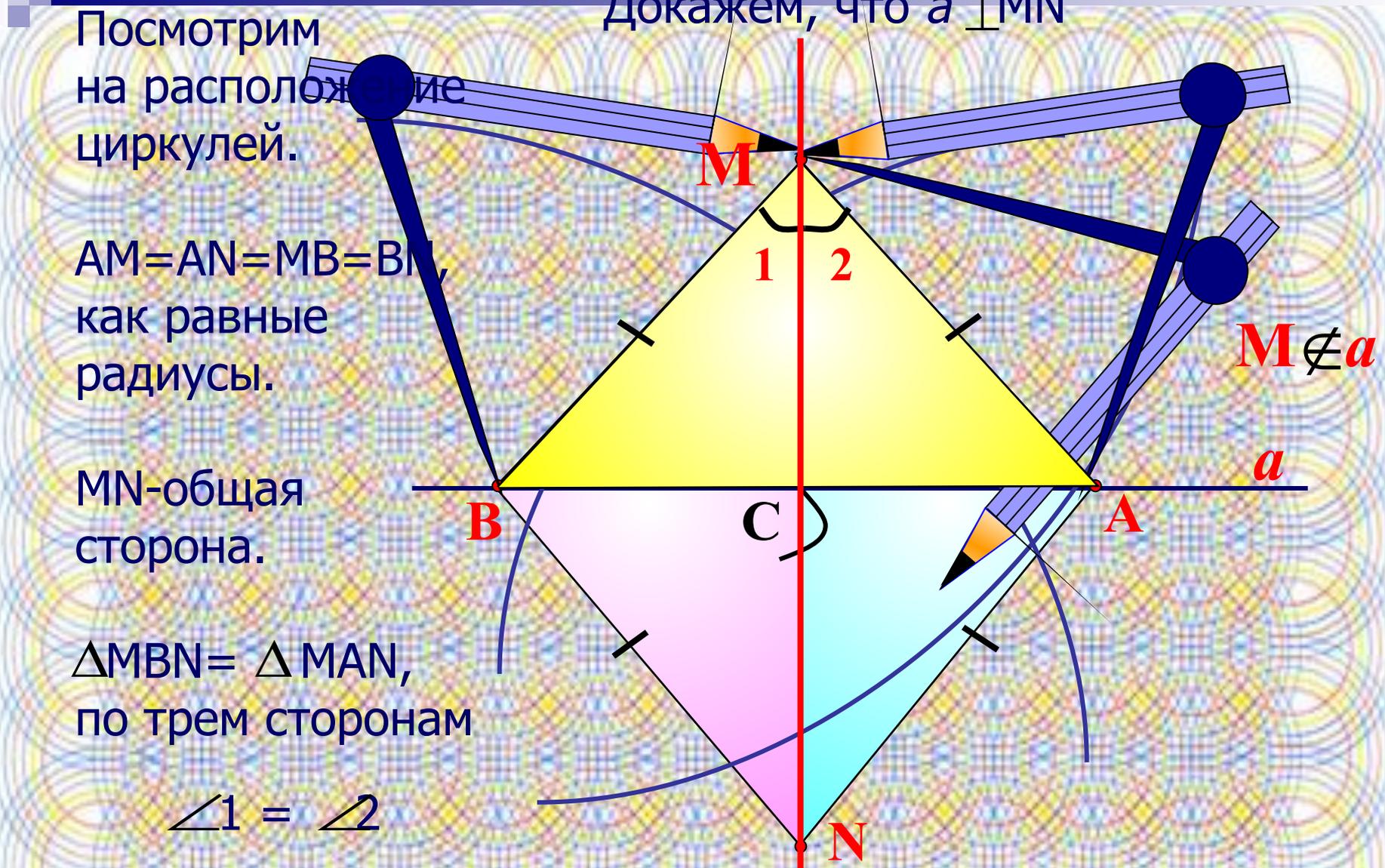
$AM=AN=MB=BM$ ,  
как равные  
радиусы.

$MN$ -общая  
сторона.

$\triangle MBN = \triangle MAN$ ,  
по трем сторонам

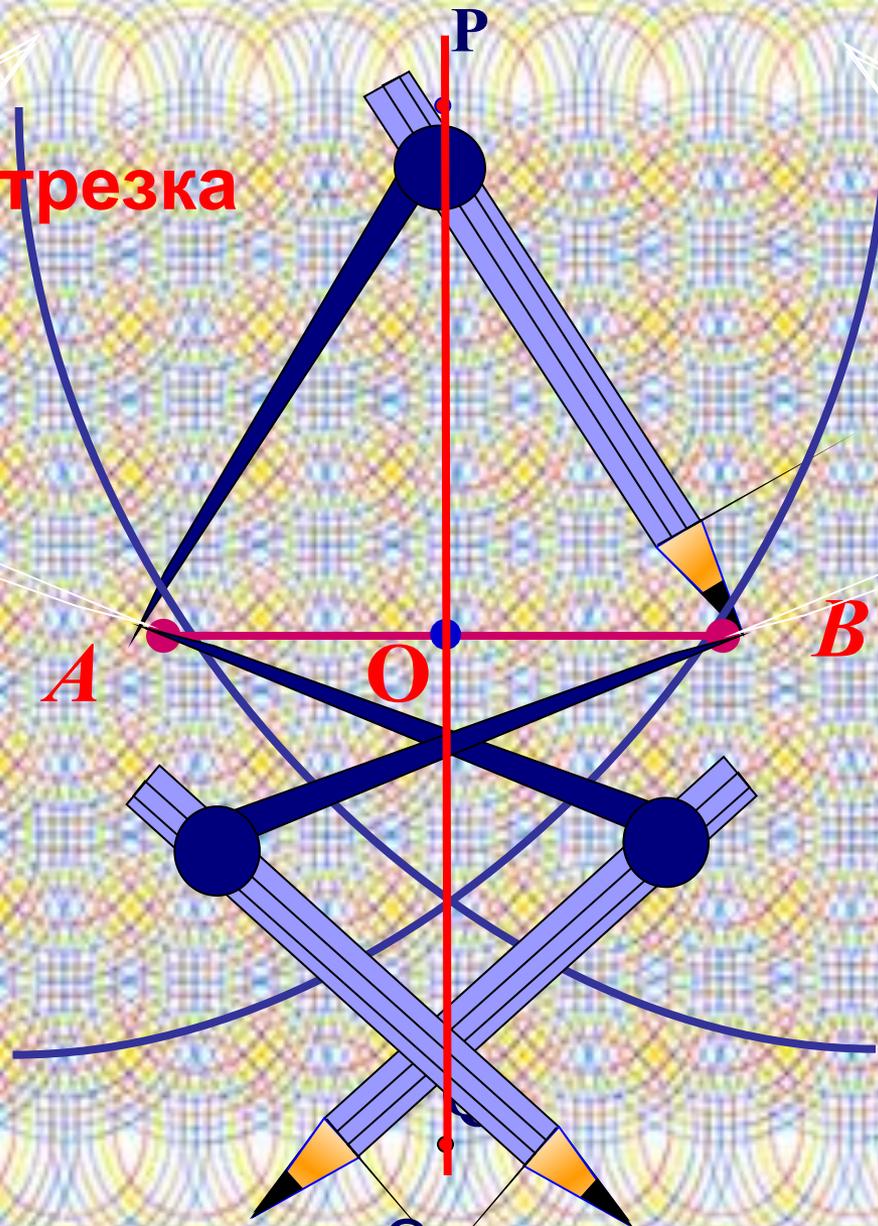
$$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$$

В р/б треугольнике  $AMB$  отрезок  $MC$  является биссектрисой,  
а значит, и высотой. Тогда,  $a \perp MN$ .



## Задача 5

### Построение середины отрезка



Докажем, что  $O$  – середина отрезка  $AB$ .

Докажем, что  $O$  –  
середина отрезка  $AB$ .

$\triangle APQ = \triangle BPQ$ ,  
по трем сторонам.

$$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$$

Треугольник  $APB$  р/б.

Отрезок  $PO$  является биссектрисой,  
а значит, и медианой.

Тогда, точка  $O$  – середина  $AB$ .

