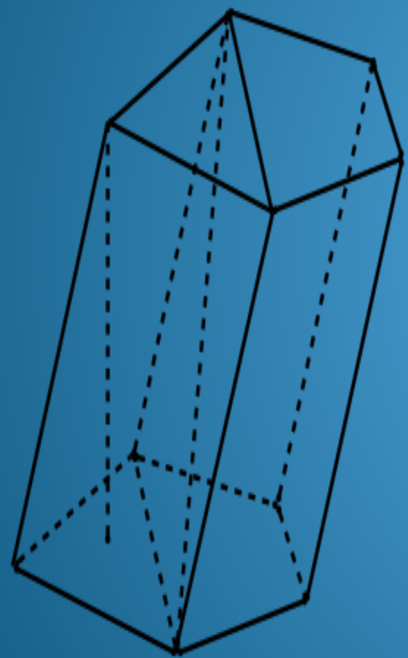
Призма



Призма, основанием которой является параллелограмм, называется параллелепипедом.

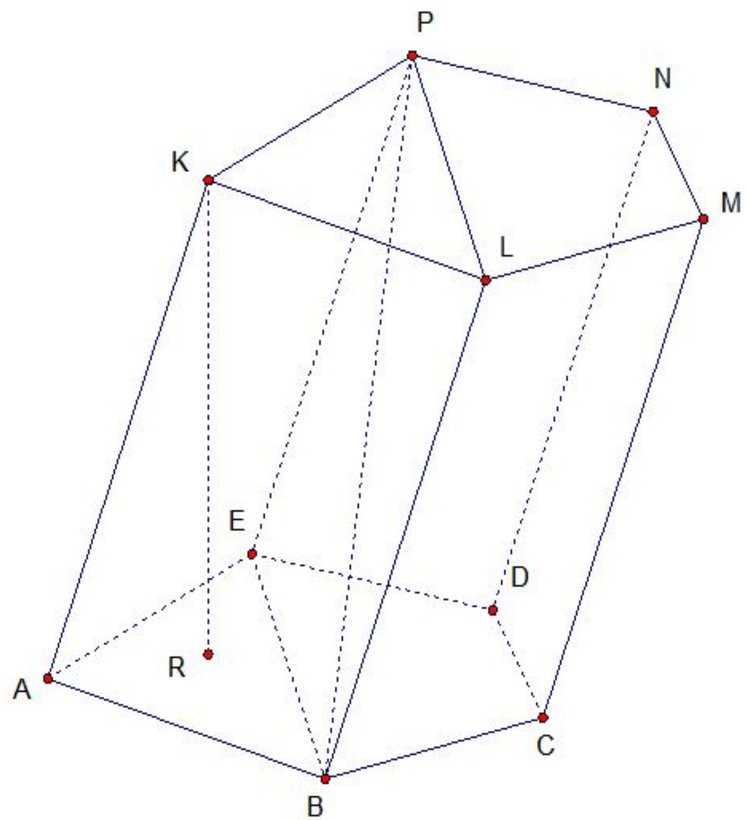
Прямая призма - это призма, у которой боковые ребра перпендикулярны плоскости основания.

Другие призмы называются наклонными.

Правильная призма - это прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник. Боковые грани правильной призмы - равные прямоугольники. Правильная призма, боковые грани которой являются квадратами (высота которой равна стороне основания), является полуправильным многогранником.

Свойства призмы

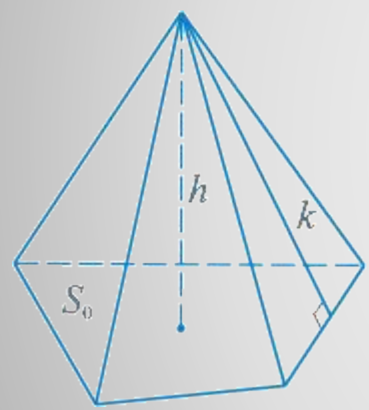
- Основания призмы являются равными многоугольниками.
- Боковые грани призмы являются параллелограммами.
- Боковые ребра призмы параллельны и равны.
- Объём призмы равен произведению её высоты на площадь основания:
  $V = S \cdot H$
- Площадь полной поверхности призмы равна сумме площади её боковой поверхности и удвоенной площади основания.
- Площадь боковой поверхности произвольной призмы , где — периметр перпендикулярного сечения, — длина бокового ребра.
- Площадь боковой поверхности правильной призмы
- $S = P \cdot H$,
- где P — периметр основания призмы, H — высота призмы.
- Перпендикулярное сечение перпендикулярно ко всем боковым рёбрам призмы.
- Углы перпендикулярного сечения — это линейные углы двугранных углов при соответствующих боковых рёбрах.
- Перпендикулярное сечение перпендикулярно ко всем боковым граням.



- KPNML, AEDCB – основания призмы
- AKPE, EPND, DNMC, CMLB, BLKA – боковые грани
- AK, EP, DN, CM, BL - ребра
- KR – высота
- PB – диагональ призмы
- EL – диагональное сечение

Название	Определение
Основания	Две грани, являющиеся равными многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях.
Боковые грани	Все грани, кроме оснований. Каждая боковая грань обязательно является параллелограммом.
Боковая поверхность	Объединение боковых граней.
Полная поверхность	Объединение оснований и боковой поверхности.
Боковые ребра	Общие стороны боковых граней.
Высота	Отрезок, соединяющий основания призмы и перпендикулярный им.
Диагональ	Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани.
Диагональная плоскость	Плоскость, проходящая через боковое ребро призмы и диагональ основания.
Диагональное сечение	Пересечение призмы и диагональной плоскости. В сечении образуется параллелограмм, в том числе его частные случаи — ромб, прямоугольник, квадрат.
Перпендикулярное сечение	Пересечение призмы и плоскости, перпендикулярной ее боковому ребру.

Пирамида



Пирамида — многогранник, у которого одна грань n-угольник — основание пирамиды, а остальные боковые грани — треугольники с общей вершиной — вершиной пирамиды.

$$V = \frac{1}{3} S_0 \cdot h$$

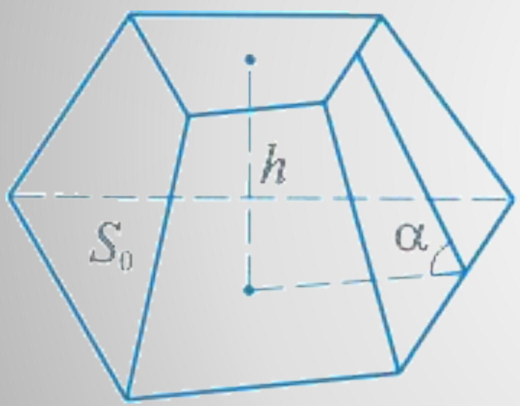
правильная пирамида:

$$S_{бок} = \frac{1}{2} P_0 \cdot k,$$

где k — апофема

Усеченная пирамида

Если в пирамиде провести сечение параллельное основанию, то **тело**, ограниченное этим сечением, основанием, и заключенной между ними боковой поверхностью пирамиды, **называется усеченной пирамидой**.



$$V = \frac{1}{3} \cdot h\left(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2\right),$$

где S_1 и S_2 — площади оснований

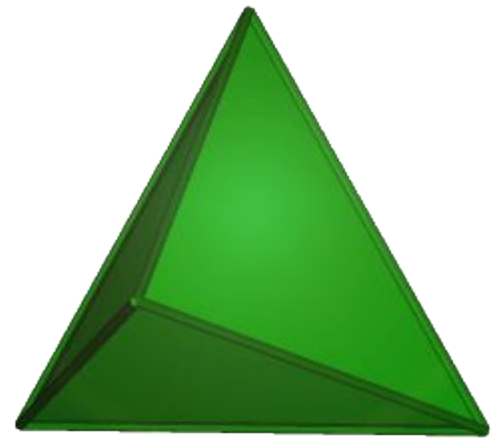
$$S_{бок} = \frac{\left(S_1 - S_2\right)}{\cos\alpha},$$

где α — двугранный угол при ребре нижнего основания.

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Правильные многогранники
Многогранник называется правильным, если все его грани — равные правильные многоугольники, а все многогранные углы имеют одинаковое число граней.
Все ребра правильного многогранника — равные отрезки, все плоские углы правильного многогранника также равны.
Существует пять различных правильных многогранников (выпуклых): правильный четырехгранник (**правильный тетраэдр**), правильный шестигранник (**куб**), правильный восьмигранник (**правильный октаэдр**), правильный двенадцатигранник (**правильный додекаэдр**), правильный двадцатигранник (**правильный икосаэдр**).

Тетраэдр — четыре грани — равносторонние равные треугольники. Тетраэдр имеет четыре вершины и шесть ребер



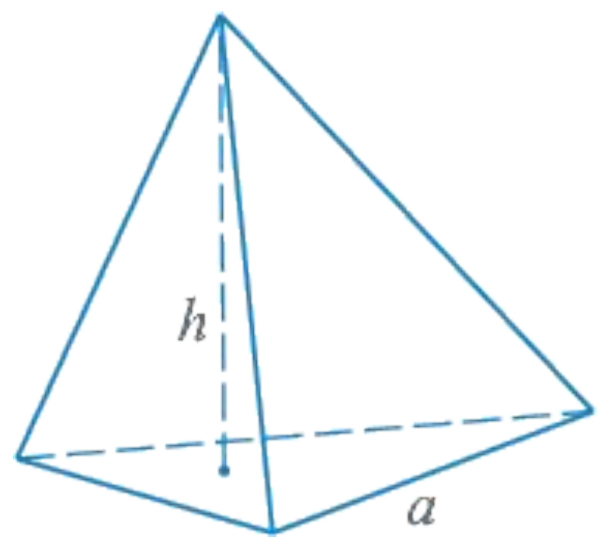
$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

$$S_{\text{полн}} = a^2\sqrt{3}$$

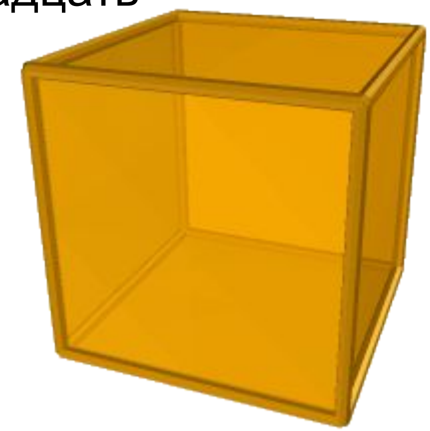
$$R = \frac{a\sqrt{6}}{4} = \frac{3}{4}h$$

$$r = \frac{a\sqrt{6}}{12} = \frac{1}{4}h$$

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$



Куб — шесть граней — равные квадраты.
Куб имеет восемь вершин и двенадцать ребер.



$$V = a^3$$

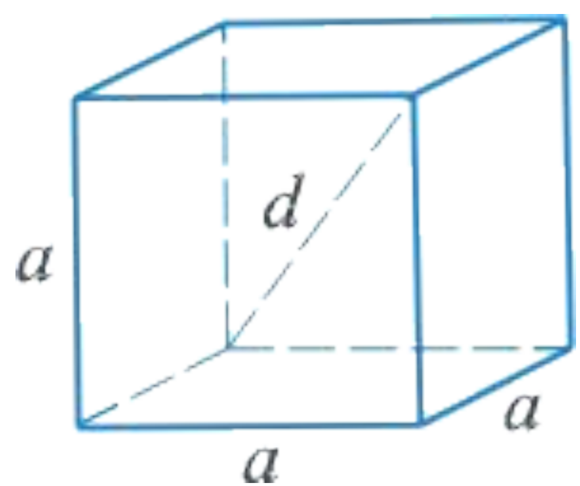
$$S_{\text{полн}} = 6a^2$$

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

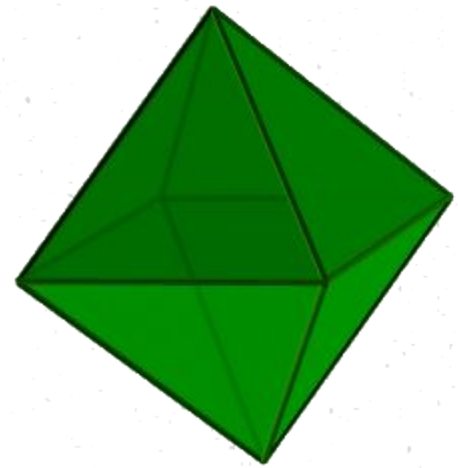
$$r = \frac{a}{2}$$

$$h = a$$

$$d^2 = 3a^2$$



Октаэдр — восемь граней — равносторонние равные треугольники. Октаэдр имеет шесть вершин и двенадцать ребер

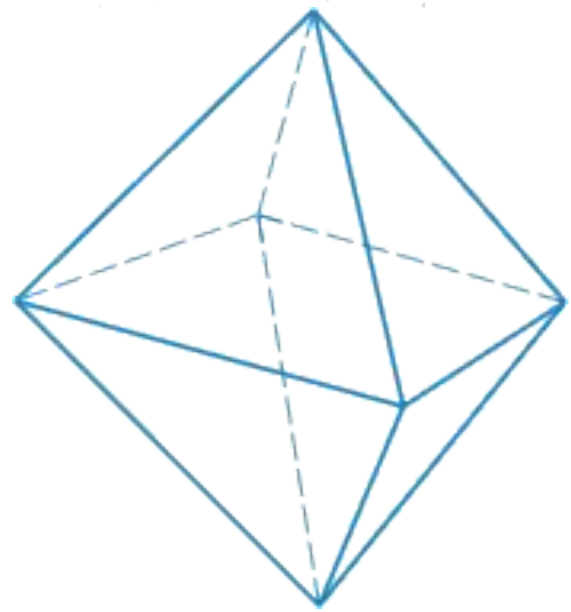


$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

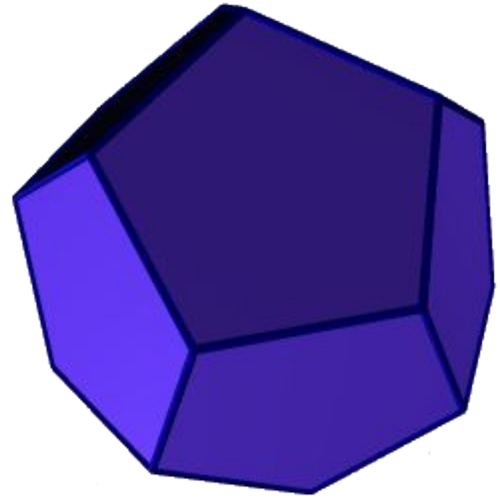
$$S_{\text{полн}} = 2a^2\sqrt{3}$$

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$r = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$



Додекаэдр — двенадцать граней — правильные равные пятиугольники. Додекаэдр имеет двадцать вершин и тридцать ребер.

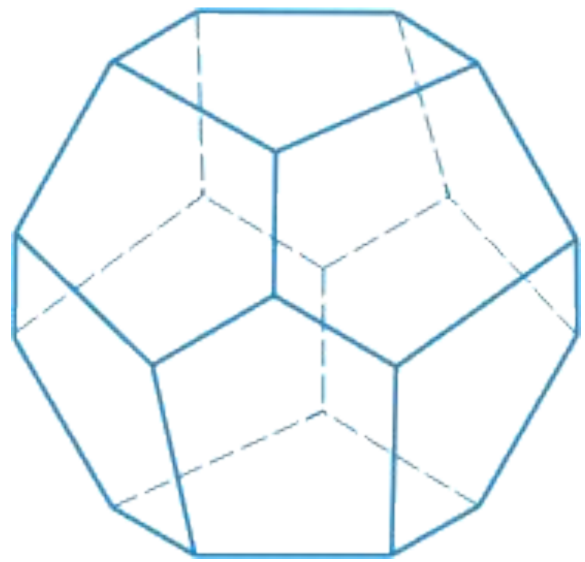


$$V = \frac{a^3\left(15 + 7\sqrt{5}\right)}{4}$$

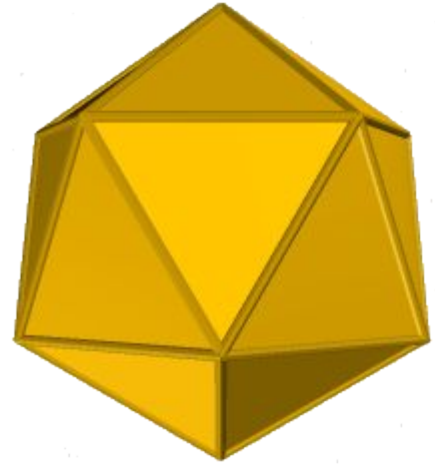
$$S_{\text{полн}} = 3a^2\sqrt{5\left(5 + 2\sqrt{5}\right)}$$

$$R = \frac{a\sqrt{3}\left(1 + \sqrt{5}\right)}{4}$$

$$r = \frac{a\sqrt{10\left(25 + 11\sqrt{5}\right)}}{20}$$



Икосаэдр — двадцать граней — равносторонние равные треугольники. Икосаэдр имеет двенадцать вершин и тридцать ребер.



$$V = \frac{5a^3\left(3+\sqrt{5}\right)}{12}$$

$$S_{\text{полн}} = 5a^2\sqrt{3}$$

$$R = \frac{a\sqrt{2\left(5+\sqrt{5}\right)}}{4}$$

$$r = \frac{a\sqrt{3}\left(3+\sqrt{5}\right)}{12}$$