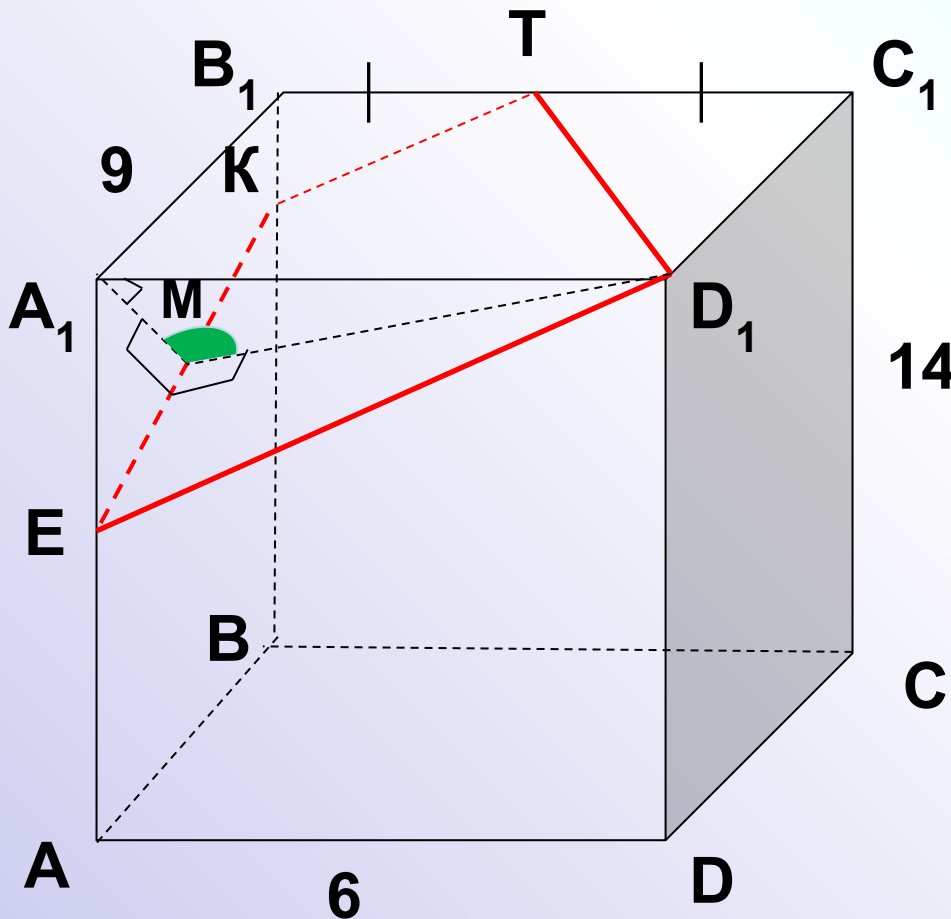


# **Нахождение угла между плоскостями различными методами.**

Павленко О.Ю.

На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 3 : 4$ . Точка  $T$  - середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 9$ ,  $AD = 6$ ,  $AA_1 = 14$ .

- а) В каком отношении плоскость  $ETD_1$  делит ребро  $BB_1$  ?  
 б) Найдите угол между плоскостью  $ETD_1$  и плоскостью  $AA_1 B_1$



### I способ

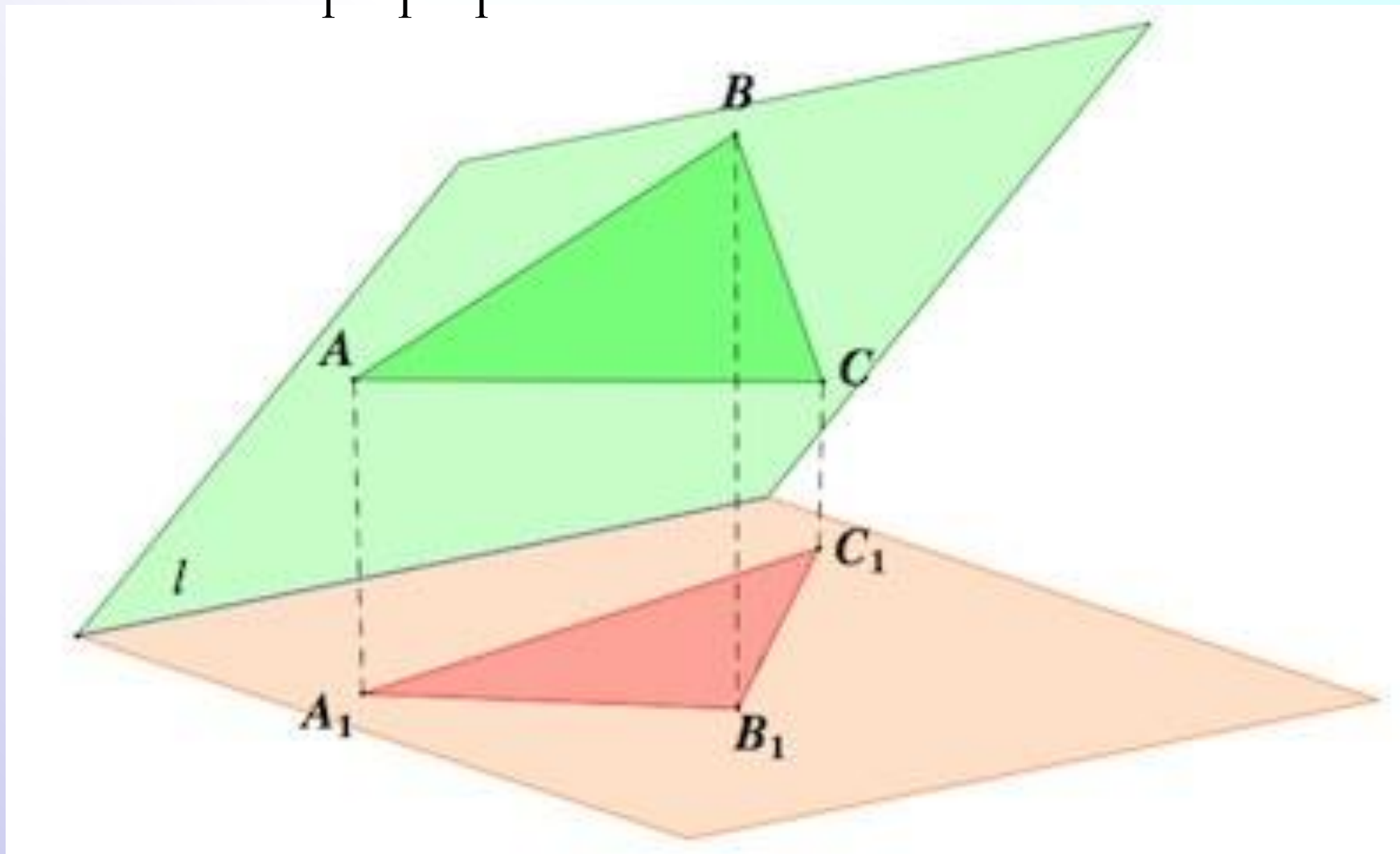
$\angle A_1 M D_1$   
 -линейный угол  
 двугранного угла  $A_1 E K D_1$

Ответ:

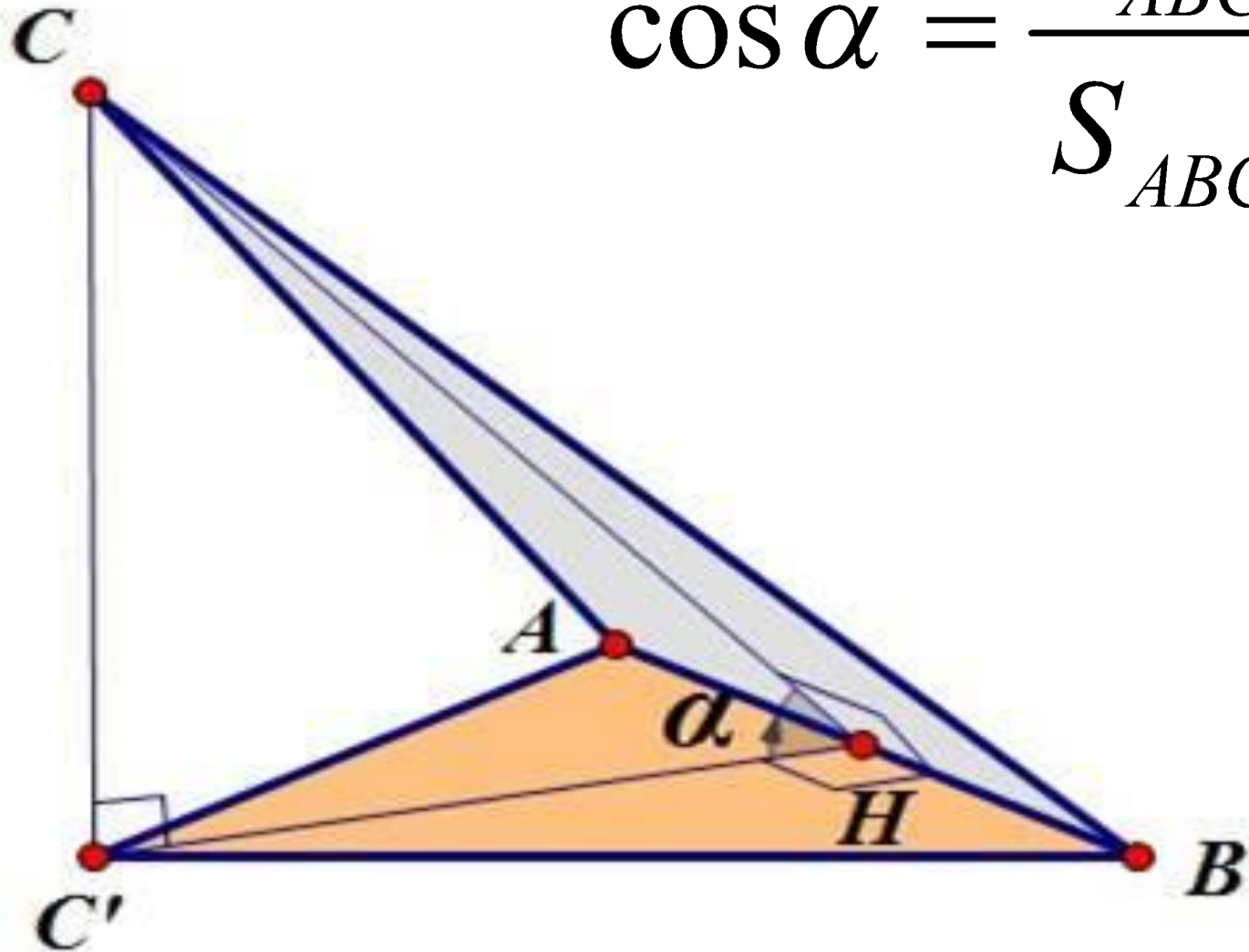
а)  $3:11$   
 б)  $\arccos \frac{3\sqrt{19}}{19}$

# Площадь ортогональной проекции многоугольника.

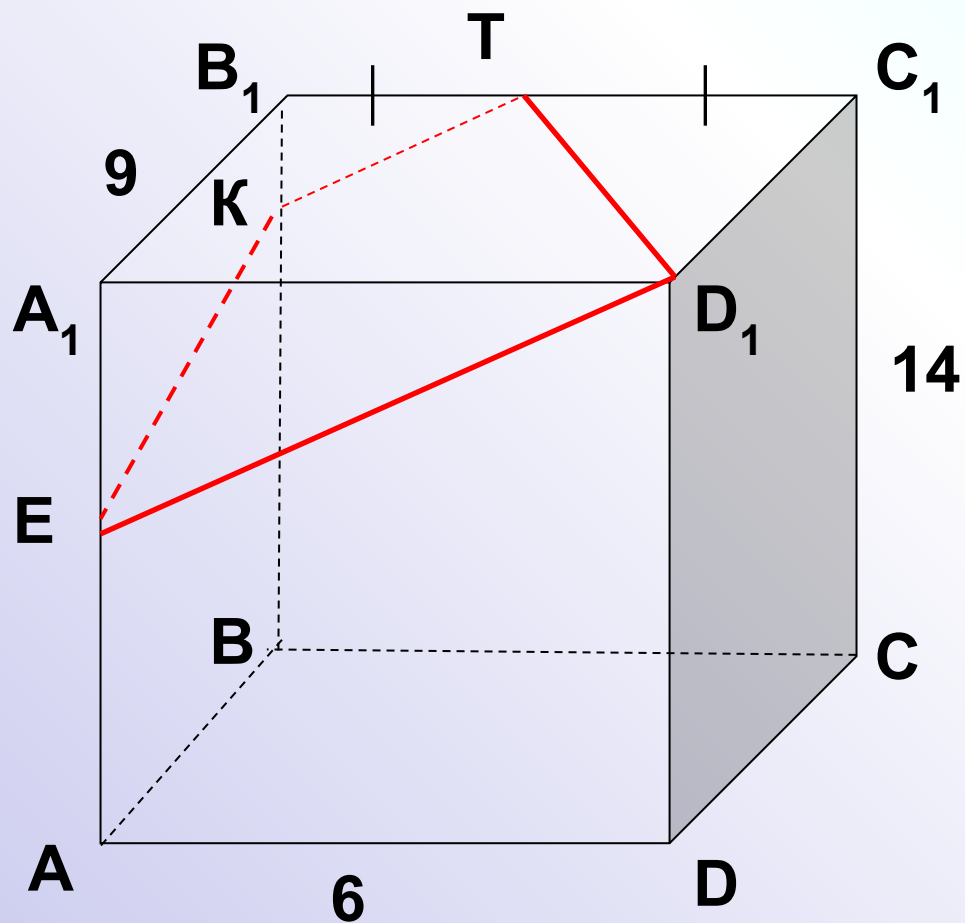
$$S_{A_1 B_1 C_1} = S_{ABC} \cos \alpha$$



$$\cos \alpha = \frac{S_{ABC'}}{S_{ABC}}$$

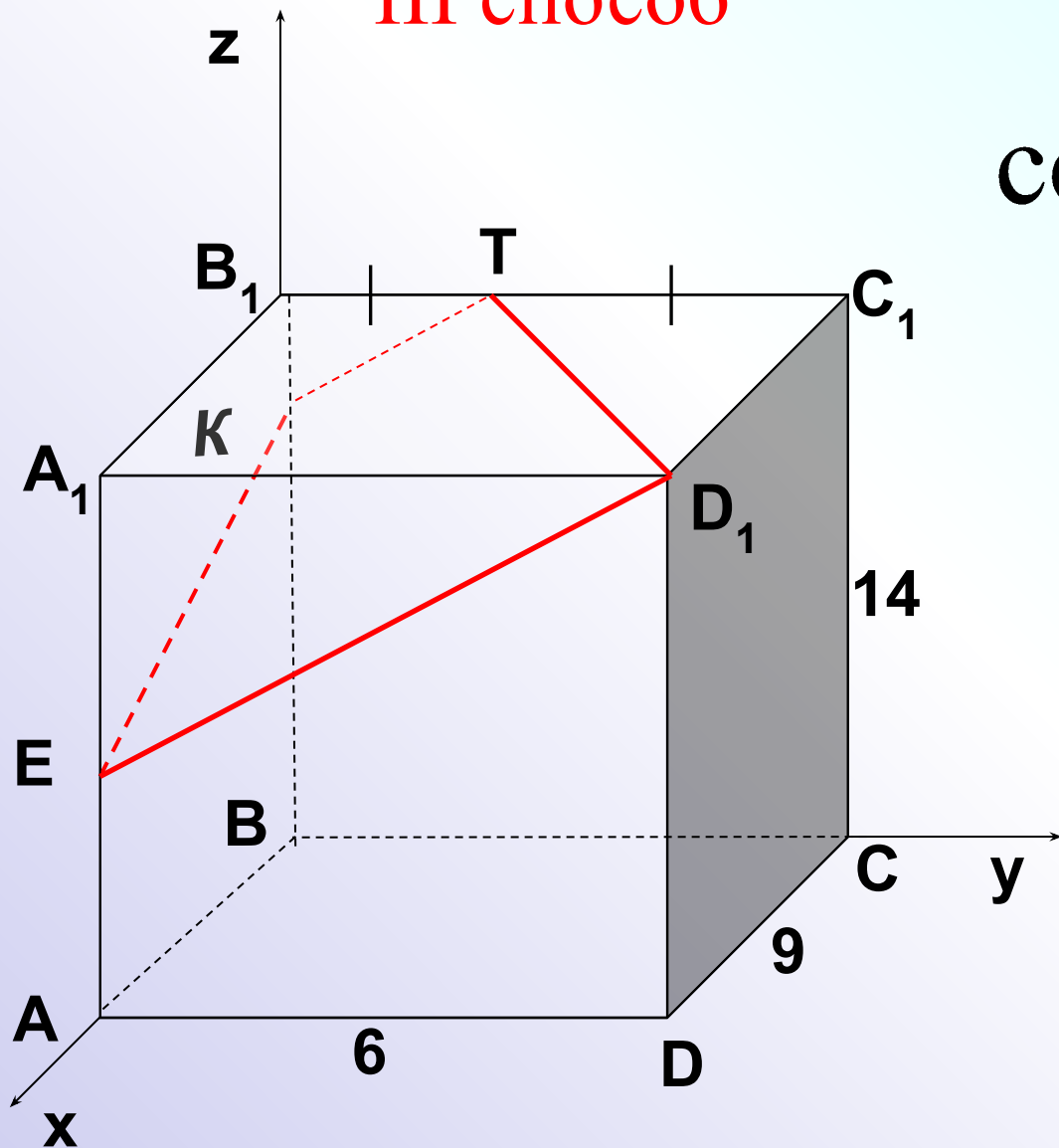


## II способ



$$\cos \alpha = \frac{S_{A_1 B_1 K E}}{S_{E K T D_1}}$$

### III способ



$$\cos \alpha = \frac{\begin{vmatrix} \nabla & \nabla \\ n & m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \nabla & \nabla \\ n & m \end{vmatrix}}$$

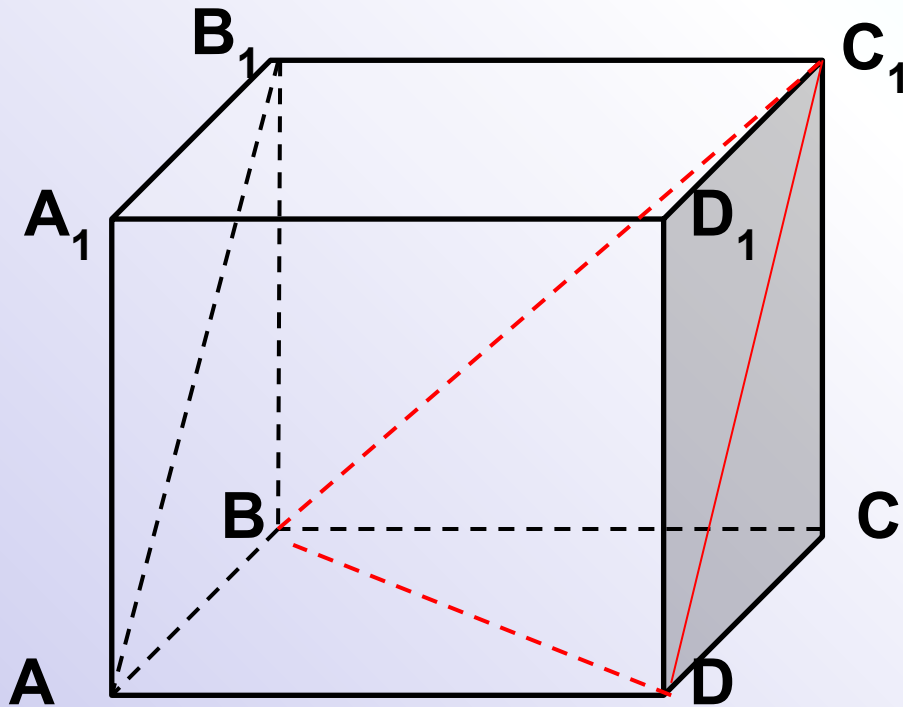
Векторы  $n, m$ -  
нормали к  
плоскостям

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\nabla n \{ a; b; c \}$$

**Решите задачи на применение теоремы об ортогональной проекции.**

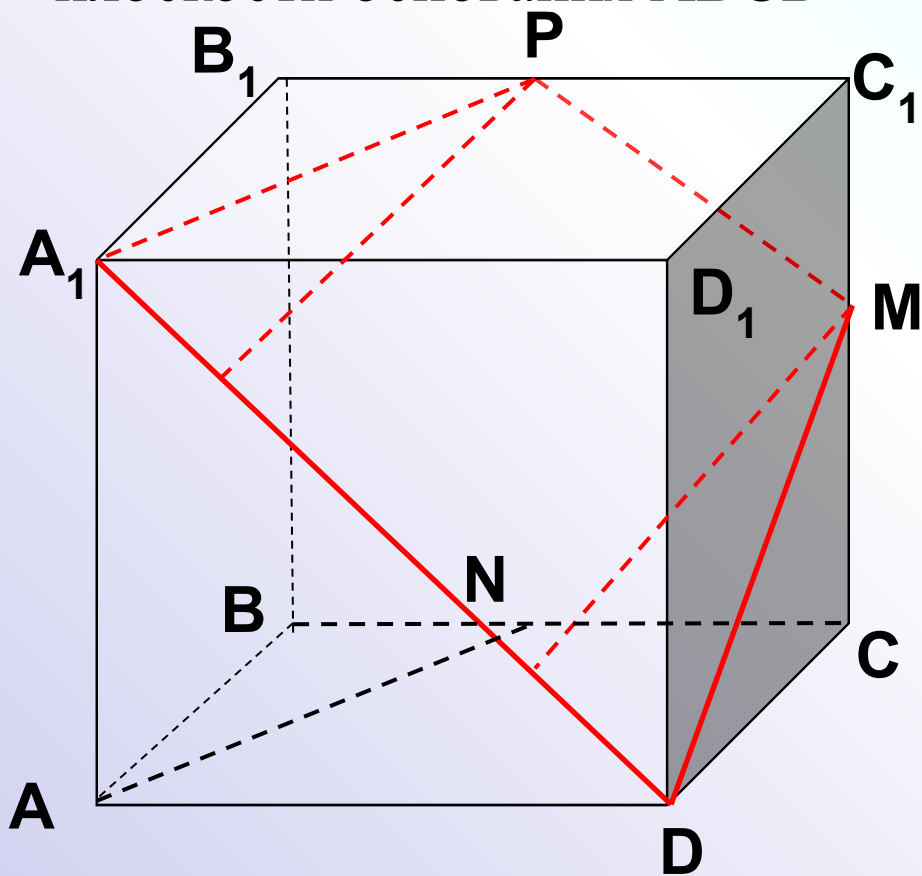
- 1) В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найти угол между плоскостью грани  $AA_1 B_1 B$  и плоскостью  $BC_1 D$



$$\cos \alpha = \frac{S_{ABB_1}}{S_{DBC_1}}$$

Ответ:  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$

2) В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  через его вершины  $A_1$ ,  $D$  и точку  $M$ , расположенную на ребре  $CC_1$  так, что  $CM:MC_1=2:1$ , проведено сечение. Найти угол наклона секущей плоскости к плоскости основания  $ABCD$



$$\cos \alpha = \frac{S_{ANCD}}{S_{PMDA_1}}$$

Ответ:  $\arccos \frac{3\sqrt{22}}{22}$