

Четырехугольники

*Составитель Деркачева Н.Я, учитель математики
МОУ «Калининская СОШ» Усть – Абаканского района*





Введение

Дорогой друг!

Перед тобой - необычное пособие по математике. С одной стороны, названия тем напоминают учебник. С другой стороны, написана она совсем не как учебник: это электронный справочник по геометрии. Кроме теоретических вопросов по данной теме, ты можешь познакомиться с историей того или иного понятия. Сказки и стихотворения о геометрических фигурах сделают твоё изучение более интересным. Ключевые задачи помогут тебе в решении более сложных задач, которые ты попытаешься решить как на уроке, так и дома. В конце путешествия по данному пособию проверишь себя на знание вопросов теории по данной теме. Думаю, что ты найдёшь для себя интересные и полезные сведения.



Содержание

[Многоугольник](#)

[Параллелограмм](#)

[Трапеция](#)

[Прямоугольник](#)

[Ромб](#)

[Квадрат](#)

[Проверь себя](#)

[Ключевые задачи](#)

[Тест: Верно ли утверждение?](#)

[Интересно о...](#)

[Задачи для самостоятельного решения](#)

[Проверь ответы к задачам](#)

[Тест «Четырехугольники»](#)

[Задания для домашней работы](#)

[Литература](#)





Многоугольник

Фигура, составленная из отрезков так, что смежные отрезки не лежат на одной прямой, а несмежные отрезки не имеют общих точек, называется

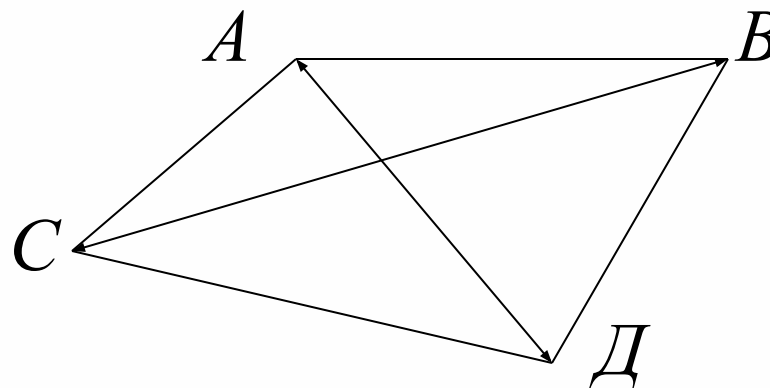
многоугольником

A, B, C, D

AB, BC, CD, DA

AC, BD

AB+BC +CD+DA



Отрезки: АВ, ВД, СД, СА - называются **сторонами**.

Точки: А, В, С, Д - называются **вершинами**.

Сумма длин всех сторон – **периметр**.

Две вершины многоугольника, принадлежащие одной стороне, называются **соседними** (А и В).

Отрезок , соединяющий две несоседние вершины, называется **диагональю** многоугольника (АД и СВ).





Параллелограмм

Параллелограмм – четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

Свойства параллелограмма:

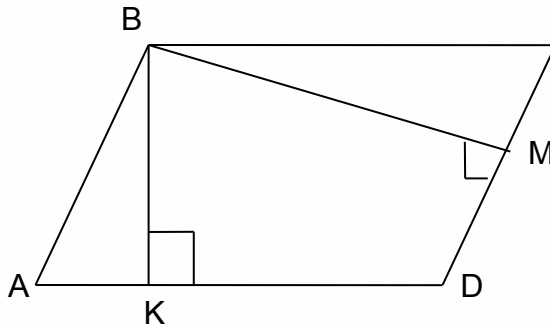
- a. Противоположные стороны и противоположные углы параллелограмма равны.
- b. Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.
- c. Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам, эта точка является центром симметрии параллелограмма.
- d. Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон: $d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2$, где d_1 и d_2 – диагонали, a и b – стороны параллелограмма.



Признаки параллелограмма:

1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.
2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – **параллелограмм**.
3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – **параллелограмм**.

ВК и ВМ - **высоты**
параллелограмма
ABCD, AD и CD –
основания



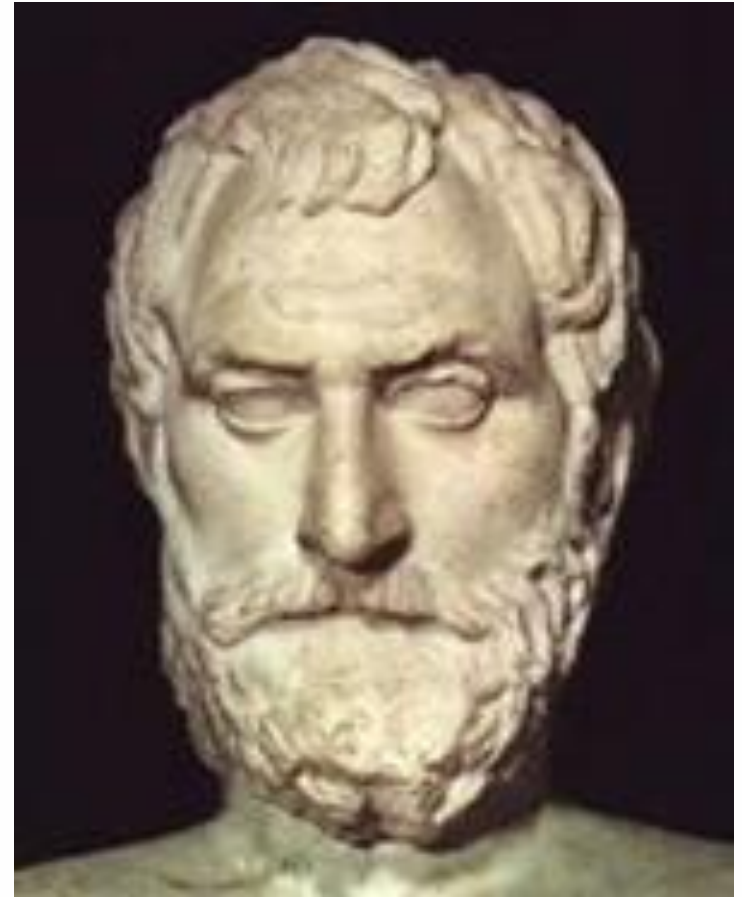
Высотой параллелограмма называется перпендикуляр, опущенный из вершины параллелограмма на прямую, содержащую противоположную сторону.



Фалес Милетский

Фалес (640/624 — 548/545 до н. э.)

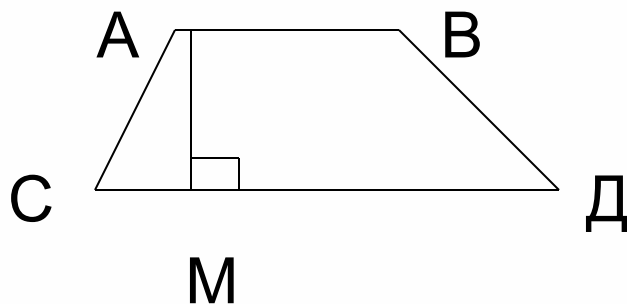
— древнегреческий философ и математик из Милета (Малая Азия). Представитель ионической натурфилософии и основатель милетской (ионийской) школы, с которой начинается история европейской науки. Именем Фалеса названа геометрическая теорема. Достоверно известно только то, что Фалес был знатного рода, и получил на родине хорошее образование. Собственно милетское происхождение Фалеса ставится под сомнение; сообщают, что его род имел финикийские корни, и что в Милете он был пришельцем. Фалес был торговцем и много путешествовал. Некоторое время жил в Египте, в Фивах и Мемфисе, где учился у жрецов, изучал причины наводнений, продемонстрировал способ измерения высоты пирамид. Считается, что именно он «привез» геометрию из Египта и познакомил с ней греков. Ученый уделил много внимания свойствам параллелограмма и доказал теорему.





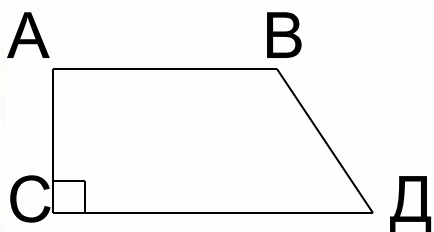
Трапеция

Трапеция – четырехугольник, у которого две стороны параллельны (АВ и СД), а две стороны не параллельны (АС и ВД)

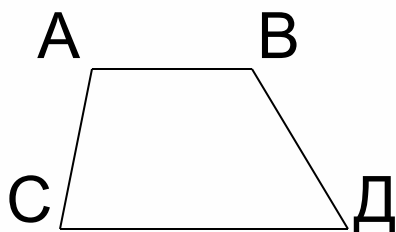


AM - высота

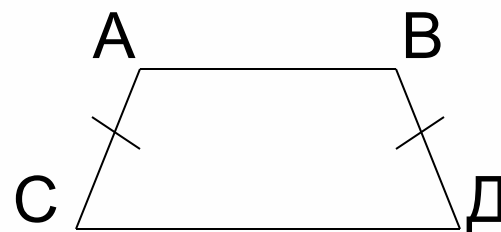
Виды трапеций:



прямоугольная
равнобедренная



разносторонняя



Параллельные стороны называются –
основаниями.

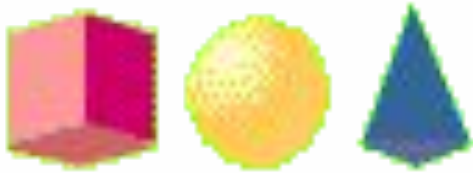
Не параллельные стороны называются –
боковыми.

Трапеция называется **равнобедренной**, если ее боковые стороны равны.

Трапеция, один из углов которой прямой, называется **прямоугольной**.

Отрезки АД и СД – **диагонали**.



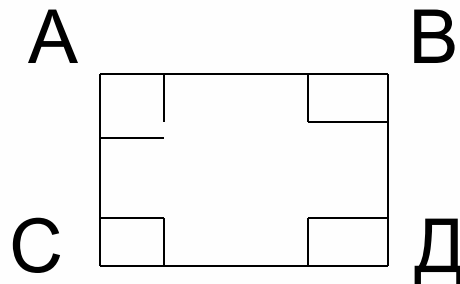


Прямоугольник

Прямоугольник – параллелограмм, у которого все углы прямые.

Свойства прямоугольника:

- Диагонали прямоугольника равны.
- Противоположные стороны равны.
- Диагонали точкой пересечения делятся пополам.



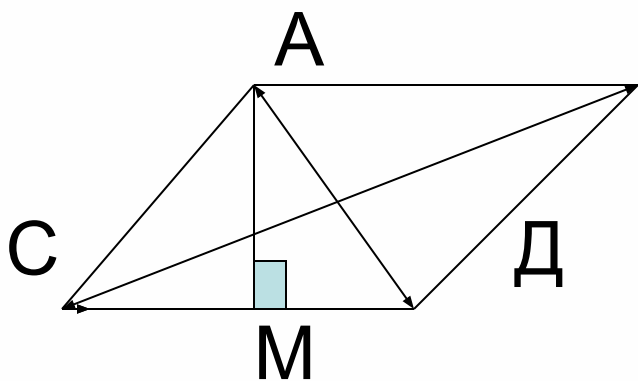


Ромб

Ромб – параллелограмм, у которого все стороны равны.

Свойства ромба:

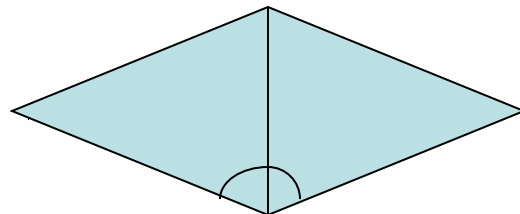
- Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами его углов.



AM – высота



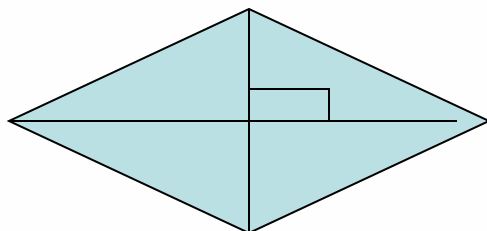
Биссектриса – отрезок, выходящий из вершины угла и делящий его пополам.



Высота – перпендикуляр, опущенный из любой вершины на противоположную сторону или на ее продолжение.

Перпендикуляр – отрезок, проведенный к противоположной стороне под углом 90° .

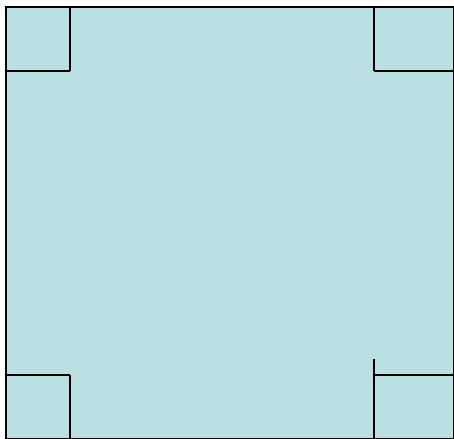
Взаимно перпендикулярны – это значит проведены под прямым углом друг к другу.





Квадрат

Квадрат – прямоугольник, у которого все стороны равны.

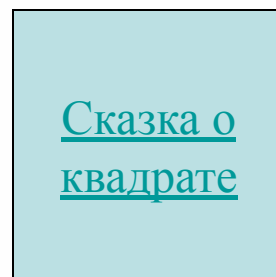
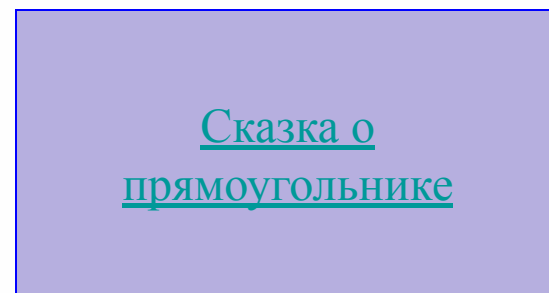
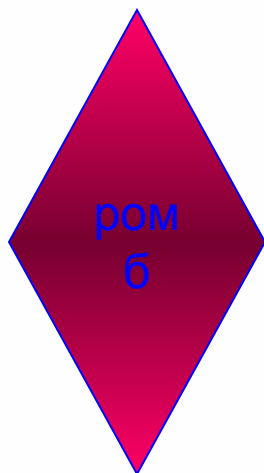
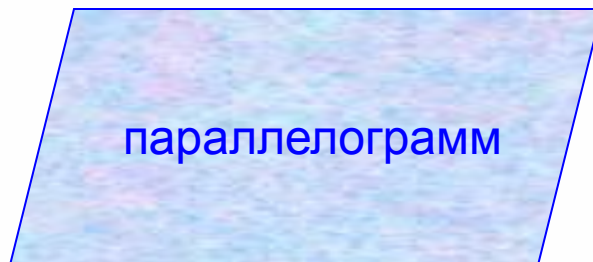


Свойства квадрата:

- Все углы прямые.
- Диагонали равны.
- Диагонали взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам.
- Диагонали являются биссектрисами углов.



Четырехугольники



ТРАПЕЦИЯ, ТРАПЕЦИЯ



Фигура есть такая,
А я её не знаю.

Ты где живёшь, трапеция,

В Америке, в Китае?

Может, за трапецией

Поехать надо в Грецию?

Мама говорит: "Не надо,

Трапеция с тобою рядом.

Развею я твою тоску,

Ты подожди минутку", -

И на гладильную доску

Укладывает юбку,

По ней проводит утюжком,

Чтоб не топорщилась мешком:

- Вот тебе ТРАПЕЦИЯ,

Не стоит ехать в Грецию.

[назад](#)

Сказка о прямоугольнике



Жили-были в чудесной стране Геометрии Карандаш и Линейка. Как-то раз задумали они начертить четырехугольник, у которого все углы - по 90. Чертили-чертили целый день. Особенно старалась Линейка. Она ложилась ровно, не наклоняясь. Карандаш отчетливо проводил и соединял линии. В конце концов у них получилась такая фигура. На радостях отправились они к своему другу Транспортиру. Он жил неподалеку от наших героев. Это был удивительно трудолюбивый и внимательный инструмент. Он напоминал половину круга, и поэтому его еще иногда ласково называли Пирожок. Пришли наши герои и попросили у него помощи:

- Послушай, Пирожок, помоги нам. Мы целый день чертили фигуру, у которой все углы должны быть по 90 градусов. А так ли у нас получилось, мы не знаем. Проверь, пожалуйста.

А у Транспортира на спинке было много делений от 0 до 180. Проверка величины углов - его самое любимое занятие. Поэтому он, конечно, согласился. Все углы у четырехугольника действительно были равны 90о. А потом он улыбнулся и сказал:

- Угол, равный 90, - это прямой угол, а четырехугольник, у которого все углы - по 90, называется прямоугольником. В следующий раз, когда соберетесь что-нибудь чертить, - сказал Транспортир, - не забудьте про меня. Я обязательно приду к вам на помощь, и дело быстрее сладится.

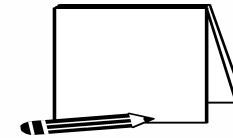
И еще он добавил:

Раз, два, не ленись,

Дружно за дело вместе берись!

[назад](#)

Сказка о квадрате



Жил-был в стране Геометрии Лист. Его края были неровными, с множеством загибов, потому что его вырвал из тетради мальчик по имени Вовка, и уже долгое время Лист находился в пути. А нашему герою очень хотелось, чтобы все его стороны стали вновь ровными.

Собравшись с силами, Лист отправился на поиск Линейки, Карандаша и Ножниц. Только они могли ему помочь. Лист целых пять дней провел в пути, потому что двигаться он мог только с помощью ветра, а ветреная погода была не каждый день. На шестой день своего пути Лист встретил Карандаша. Карандаш в это время чертил углы на песке. Его углы были разной величины, и он упорно повторял вслух: "Острый, тупой, прямой, развернутый!" Лист тихонько подлетел к Карандашу и рассказал свою историю. Карандаш его пожалел и согласился помочь, но, к сожалению, без Линейки и Ножниц он ничего сделать не мог.

Теперь они отправились в путешествие уже вдвоем. Но Линейку им не пришлось долго искать, потому что она вместо мостика лежала на двух противоположных берегах ручья. Карандаш и Лист аккуратно перетащили Линейку на свой берег и попросили ее помощи.

- Да! Да! Да! - воскликнула Линейка (так соскучилась она по своей работе), - Конечно, помогу!

Началась работа. Карандаш чертил ровно. Линейка замеряла стороны так, чтобы все они были одинаковой длины. Когда работа была сделана, Линейка объявила Листу:

- Ну, теперь ты будешь квадратом!

- Квадратом? - удивился Лист.

- Да! Да! Квадратом! - убедительно ответила Линейка.

- А что это такое? - спросил Лист.

- Это прямоугольник, у которой все стороны не только ровные, но и равные, - сказала Линейка.

Лист обрадовался. Он поблагодарил Карандаша и Линейку и отправился на поиски Ножниц.

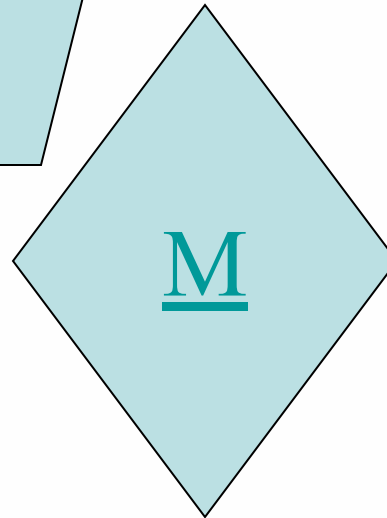
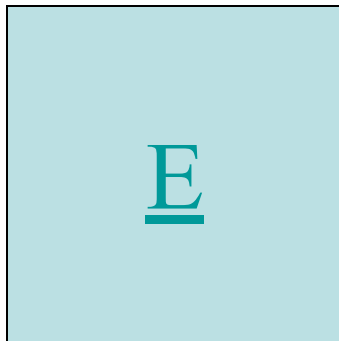
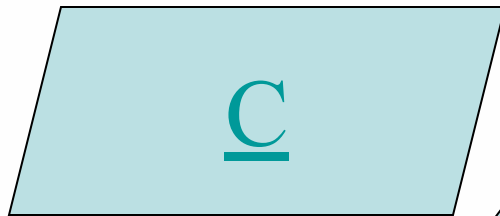
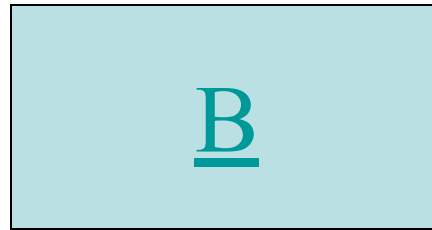
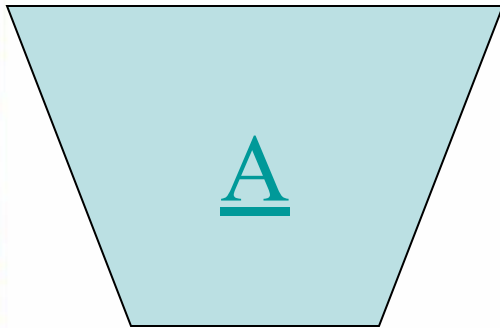
Идя по дорожке, Лист увидел красивый домик с очень необычной акацией вместо забора. Он поднялся по ступенькам и постучался. Дверь тихонько зашуршала, и к нему навстречу вышли Ножницы. Радость Листа невозможно было описать. Он прыгал от счастья. А Ножницы в это время смотрели на него и не понимали, в чем дело. Наконец Лист успокоился и рассказал Ножницам свою историю. Ножницы повели себя необычно, они вдруг стали резать воздух. Это оказалось, они так выражали свое удовольствие. Ножницы действительно очень любили работать, то есть резать. Через пять минут наш Лист превратился в настоящий Квадрат. Ножницы принесли ему зеркало. Он долго смотрелся в него, а потом закричал:

- Квадрат! Квадрат!

А Ножницы опять стояли в недоумении и смотрели на Лист. Они не понимали, что это за слово повторял наш герой. Но мы-то с вами знаем, что это за фигур

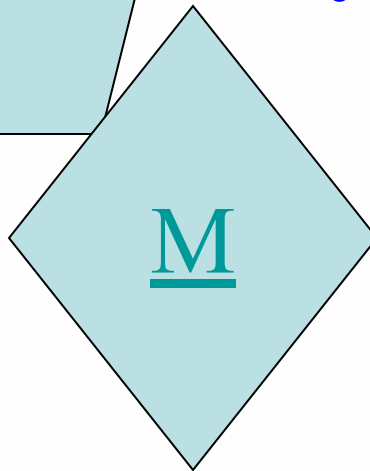
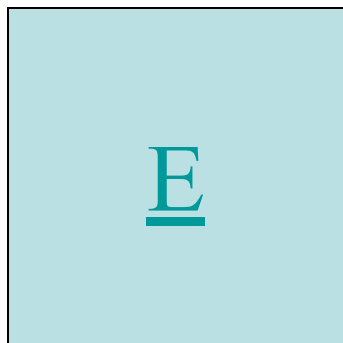
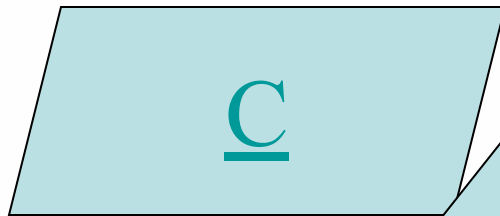
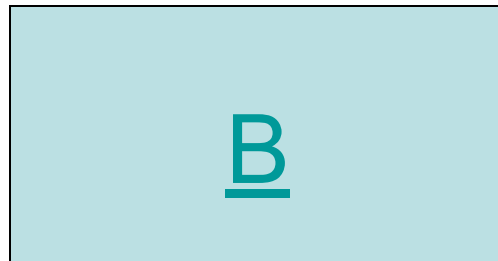
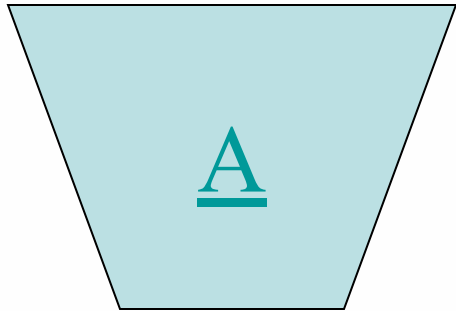
[назад](#)

Проверь себя и назови



- Квадрат

Проверь себя и назови



- Параллелограмм

Проверь себя и назови



A



B



C



D



E

• Трапеция

Проверь себя и назови



А



В



С



М



Е

- Прямоугольник

Проверь себя и назови



A



B



C

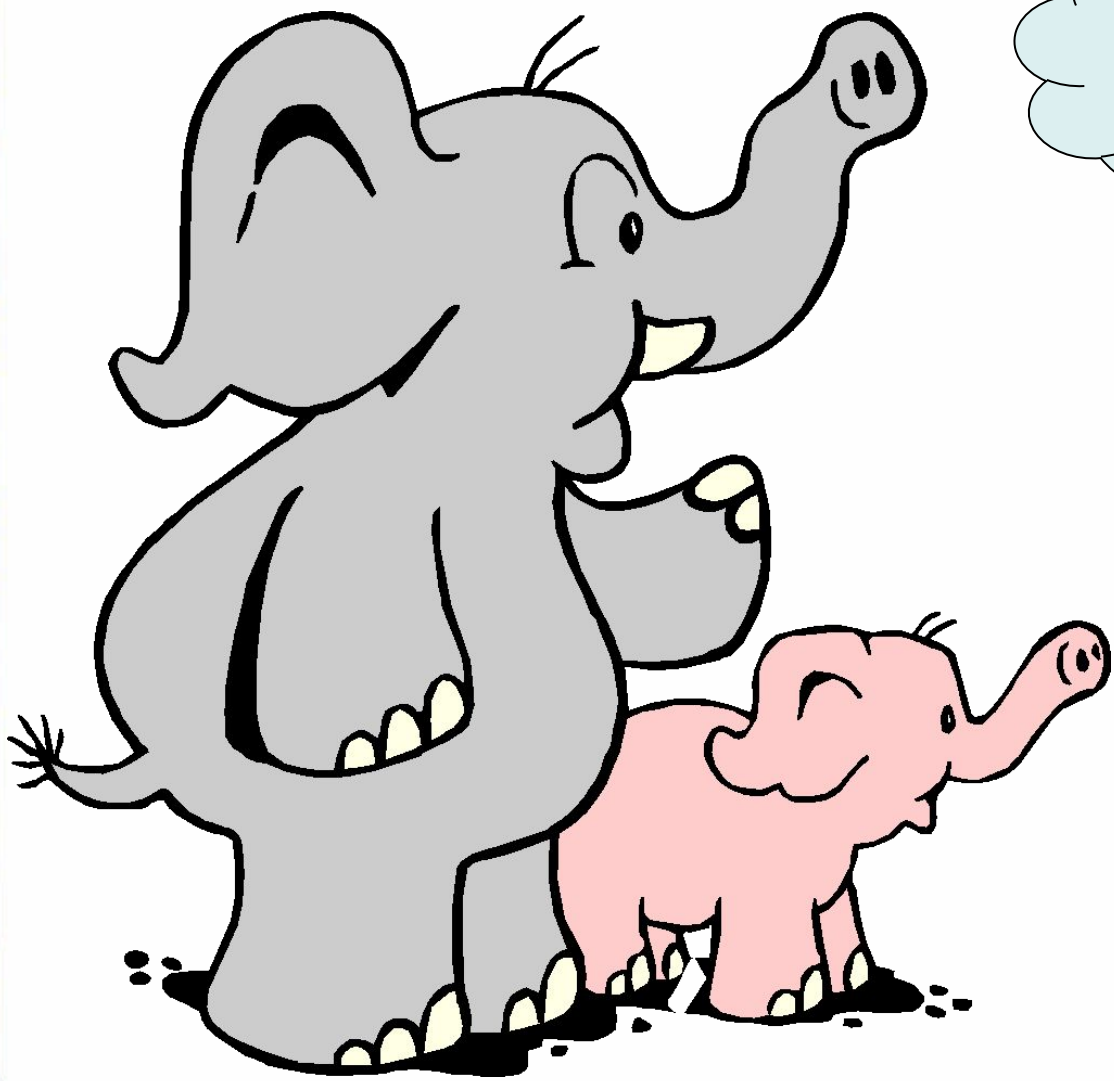


M



E

• Ромб



МОЛОДЕЦ

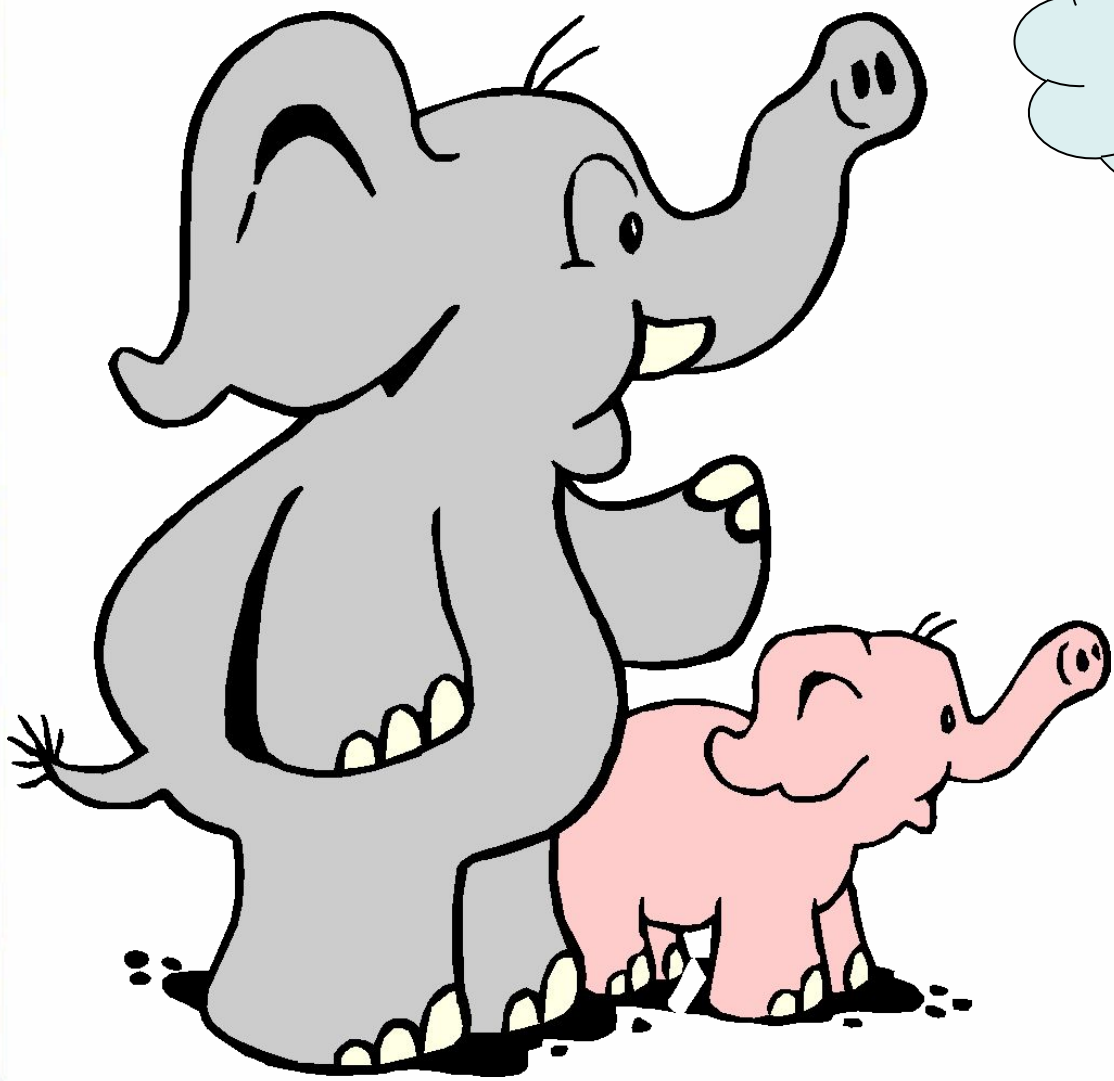
УМНИЦА





**Подумай
еще раз !!!**





МОЛОДЕЦ

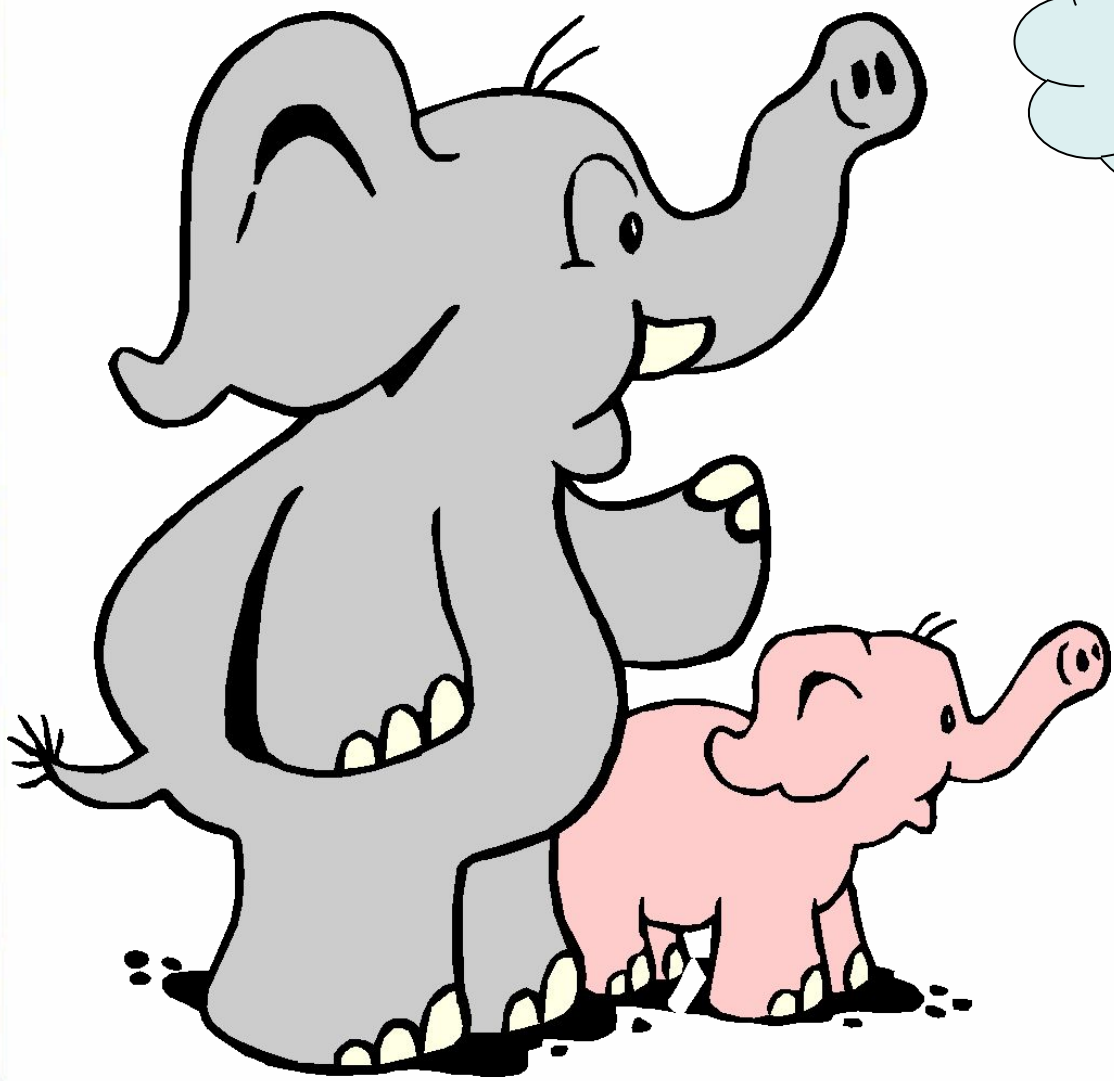
умница





**Подумай
еще раз !!!**





молодец

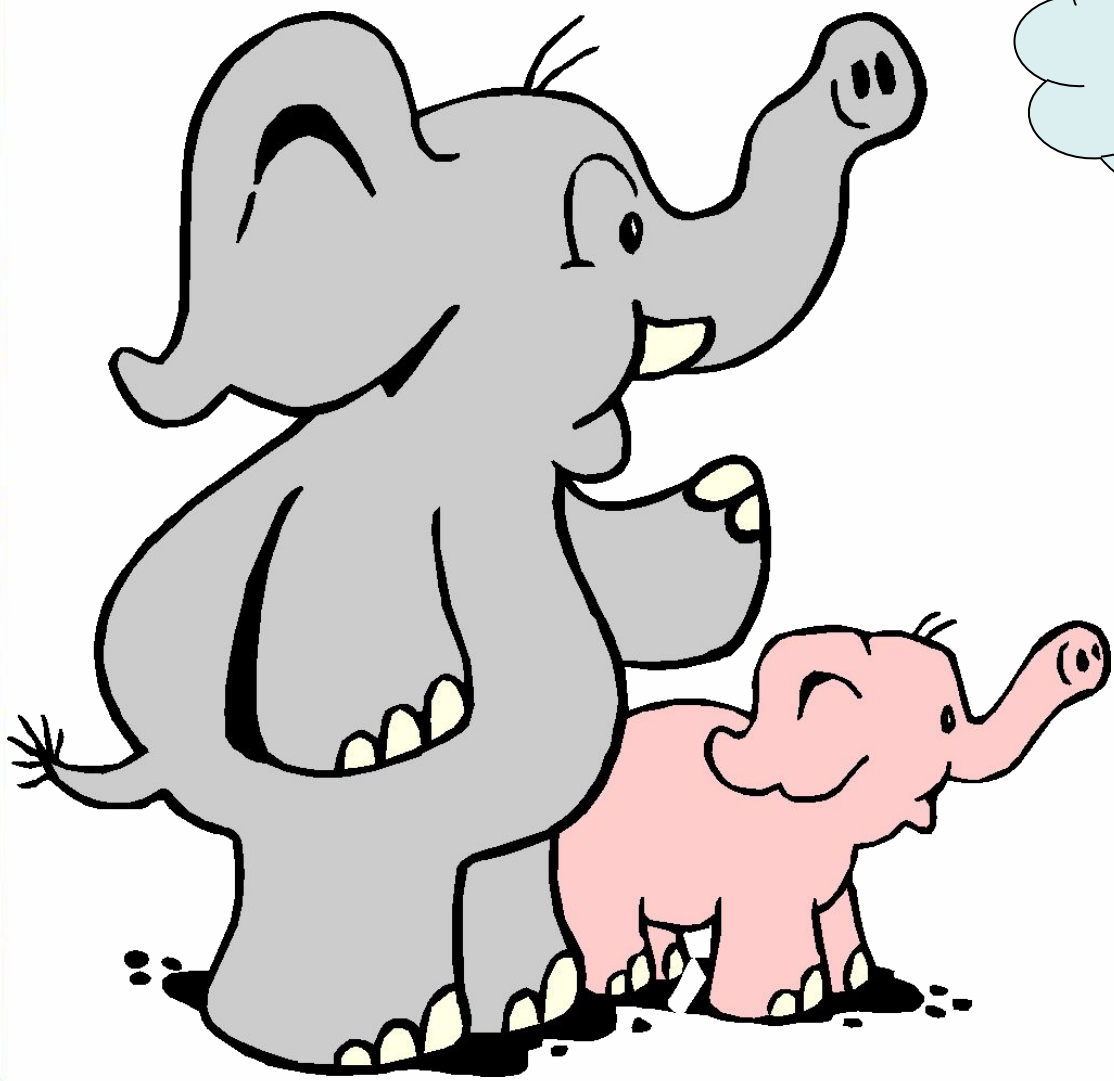
умница





**Подумай
еще раз !!!**





молодец

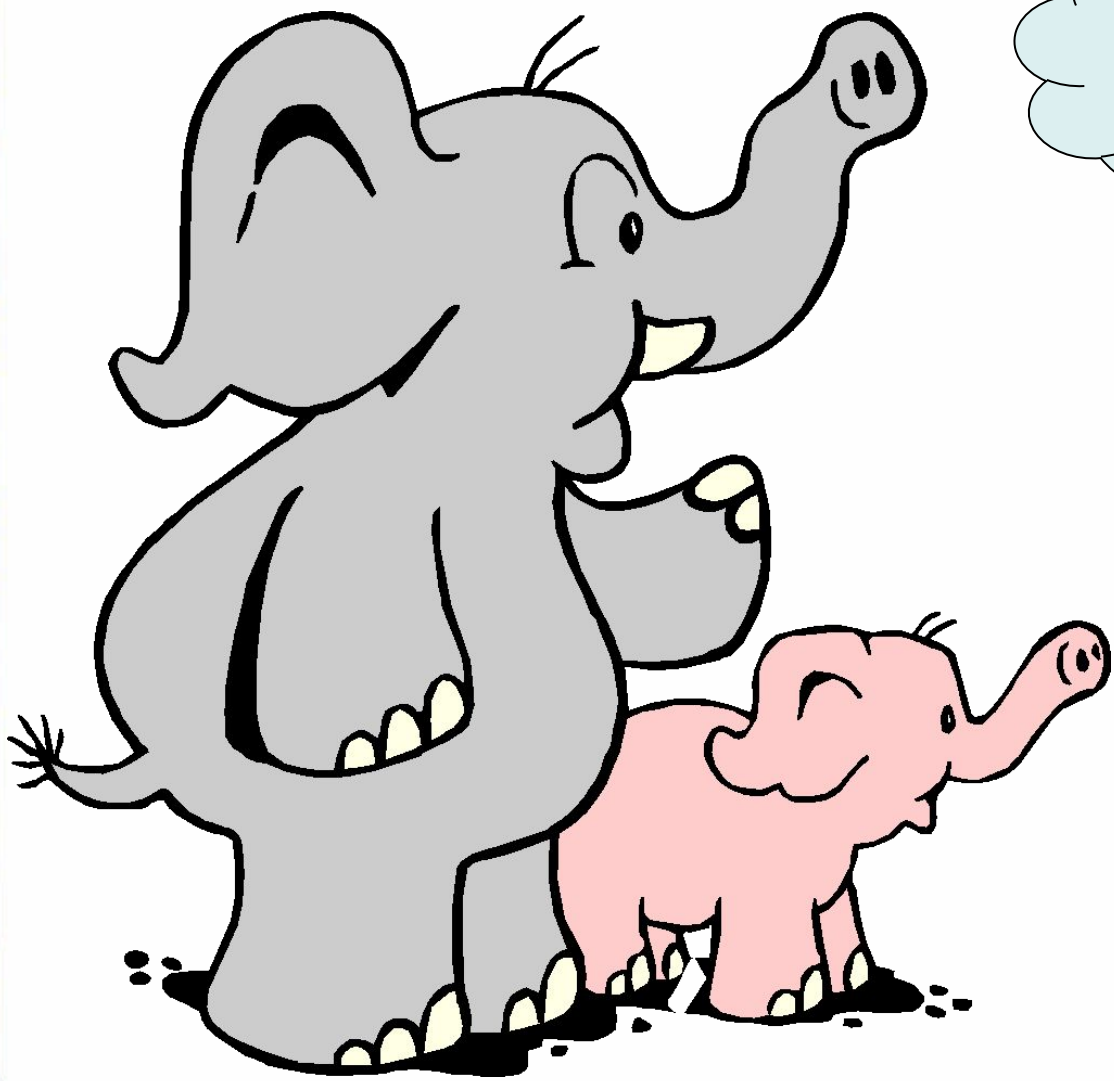
умница





**Подумай
еще раз !!!**





МОЛОДЕЦ

умница





**Подумай
еще раз !!!**





Молодец !
Ты
справился с
заданием !





Ключевые задачи

Задача № 1. Найти длину меньшей диагонали ромба, если периметр его равен 24 см и больший угол 120° .

Проверим решение:



Задача № 2. Дано $ABCD$ – параллелограмм, CM – биссектриса, $AM = 2$, $MB = 8$.
Найти периметр параллелограмма $ABCD$.

Проверим решение:



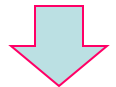
Задача № 3. Основания трапеции равны 8 см и 12 см. Найти расстояние между серединами диагоналей трапеции.

Проверим решение:



Задача № 4. Дано $ABCD$ – равнобедренная трапеция, $P = 20$ см., диагональ AC – биссектриса угла A , $\angle D = 60^\circ$, диагональ AC перпендикулярна CD . Найти AD .

Проверим решение:

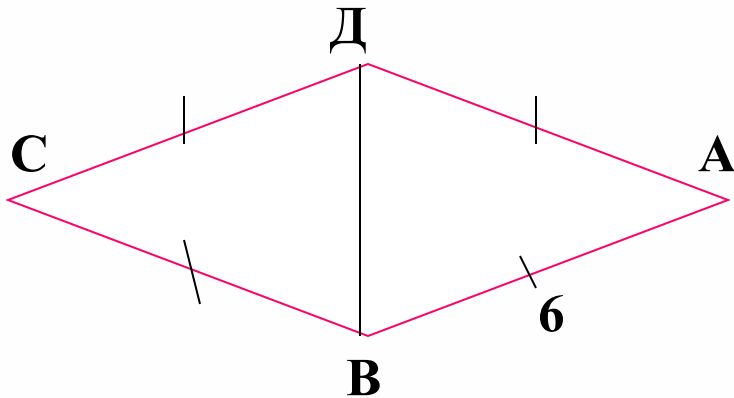




Ключевые задачи

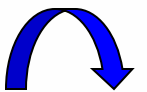
Решение задачи № 1

- Треугольник ABD – равносторонний
- $AB = 24 : 4 = 6$ см
- $DB = AB = 6$ см.



Ответ: 6 см.

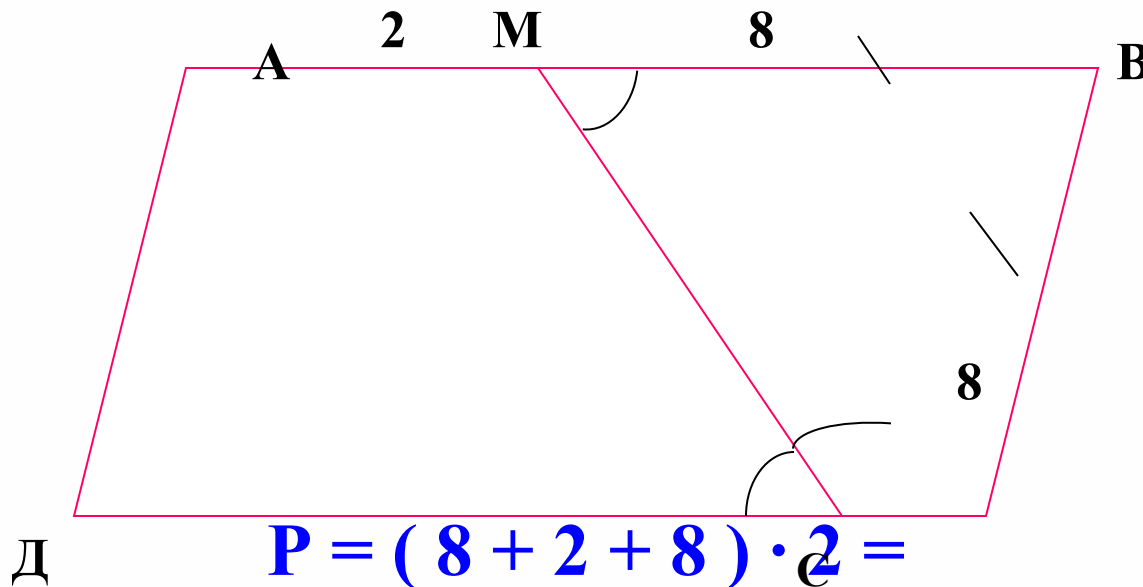
Перейти к списку задач





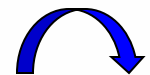
Ключевые задачи

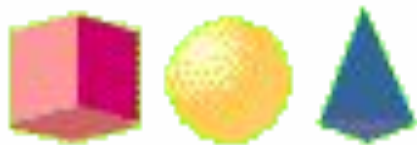
Решение задачи № 2



$$P = (8 + 2 + 8) \cdot 2 = 36 \text{ см.}$$

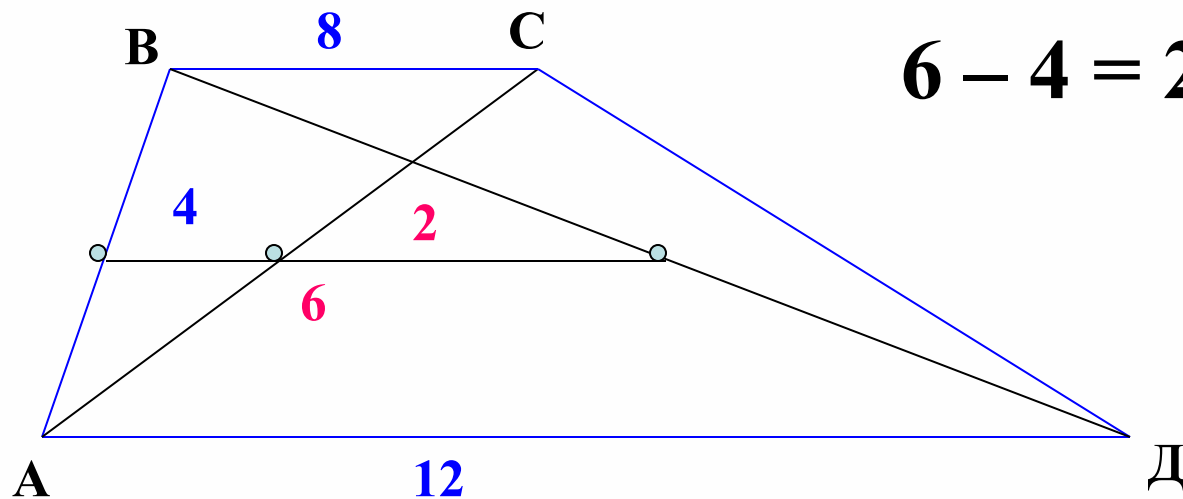
Перейти к списку задач





Ключевые задачи

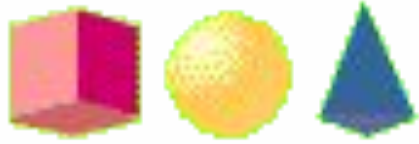
Решение задачи № 3



$$6 - 4 = 2 \text{ см}$$

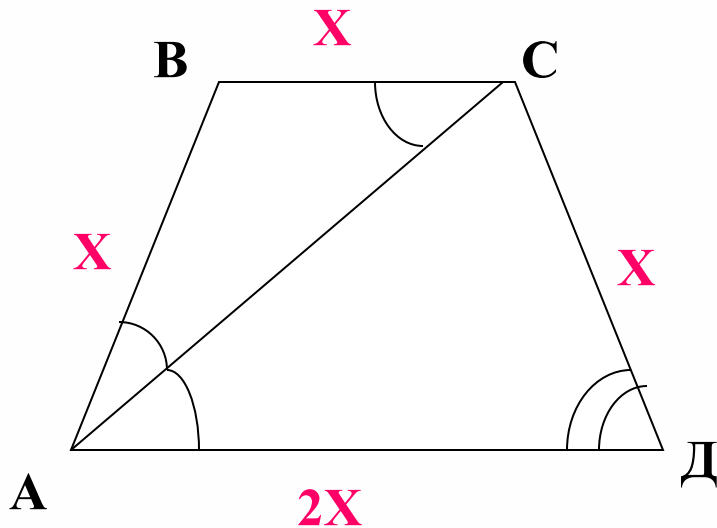
Перейти к списку задач





Ключевые задачи

Решение задачи № 4



Пусть $AB = X$, тогда

$$X + X + X + 2X = 20$$

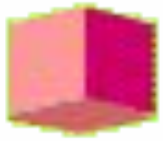
$$5X = 20$$

$$X = 4$$

$$AD = 2X = 8 \text{ см}$$

Ответ: 8 см.





Тест: Верно ли утверждение?

1. Квадрат является параллелограммом.
2. Параллелограмм является квадратом.
3. Ромб является квадратом.
4. Квадрат является прямоугольником.
5. Прямоугольник является квадратом.
6. Прямоугольник является параллелограммом.
7. Параллелограмм с прямым углом – это прямоугольник.
8. Диагонали ромба равны.
9. Если диагонали четырехугольника перпендикулярны, то он является ромбом.

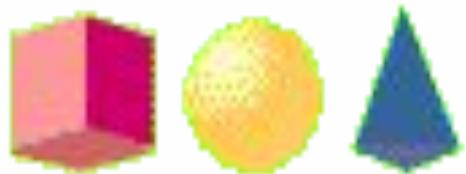
продолжение теста



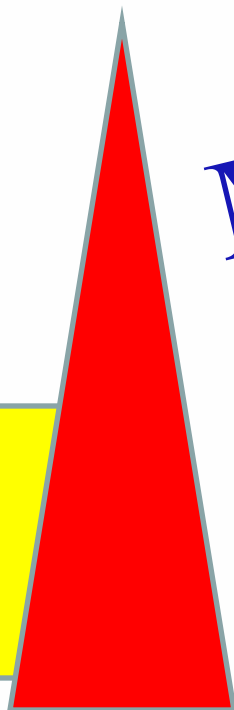
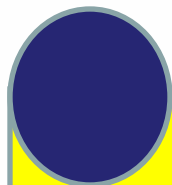


10. Диагонали параллелограмма являются биссектрисами его углов.
11. Если у четырехугольника противоположные стороны равны, то это параллелограмм.
12. Если диагонали четырехугольника равны, то это прямоугольник.
13. Диагонали прямоугольника являются биссектрисами его углов.
14. Диагонали ромба являются биссектрисами его углов.
15. Если в параллелограмме две смежные стороны равны и перпендикулярны, то он является квадратом.



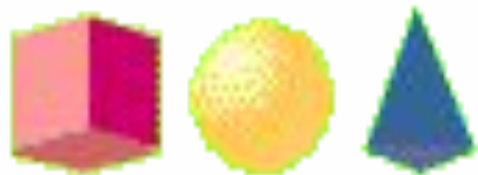


Проверь себя



МОЛОДЕЦ!





Проверь себя

Повтори теорию!



квадрат

ромб

прямоугольник

трапеция





Задачи для самостоятельного решения

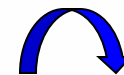
Задача 1. Найти величину острого угла параллелограмма, если угол между высотами, проведенного из вершины острого угла равен 127° .

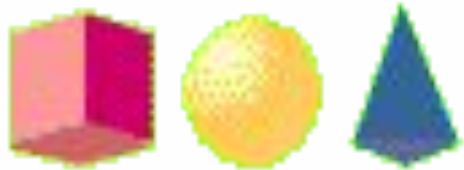
Задача 2. Острый угол ромба равен 30° . Найти высоту ромба, если его периметр равен 16 см.

Задача 3. Длины оснований прямоугольной трапеции равны 10 и 6 см. Большой угол равен 120° . Найти большую боковую сторону трапеции.

Задача 4. Найти высоту равнобедренной трапеции с острым углом 30° , если длины оснований трапеции равны 8 и 12 см и её периметр равен 36 см.

Проверим ответы





Проверь ответы

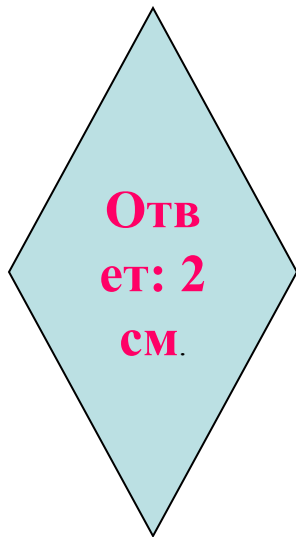
Задача 1.



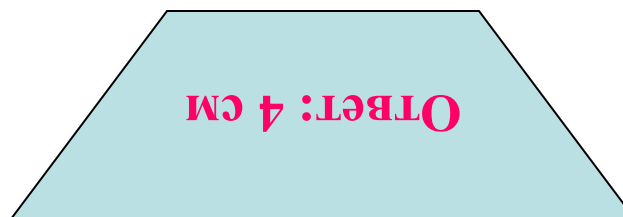
Задача 3.



Задача 2.



Задача 4.





Задания для домашней работы

Задача 1. Найти периметр ромба, если его высота 4 см и больший угол равен 150° .

Задача 2. Меньшая сторона прямоугольной трапеции равна 8 см, а острый угол равен 30° . Найти другую боковую сторону трапеции.

Задача 3. В параллелограмме из вершины тупого угла проведены высоты длиной 4 и 5 см. Острый угол параллелограмма равен 30° . Найти периметр параллелограмма.

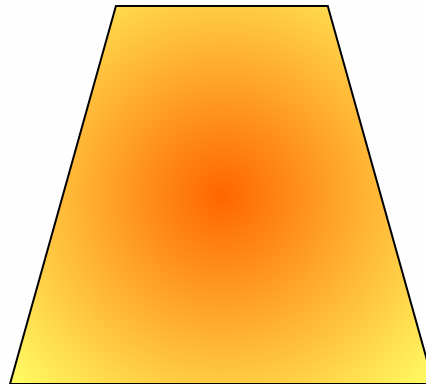
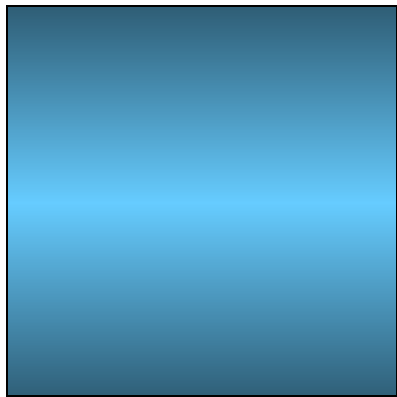
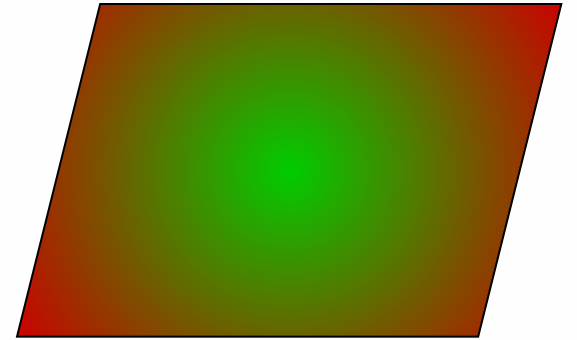
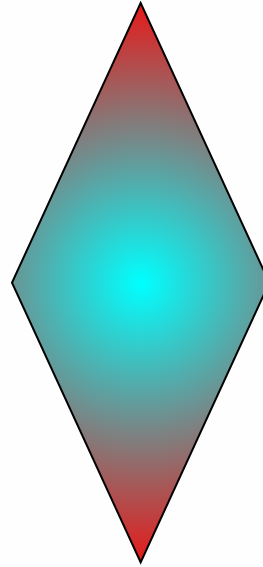




Литература

- Калбергенов, Г.Е. Математика в таблицах и схемах. Серия «Школа в клеточку».-М.: «Лист Нью».2006.
- Геометрия: Тестовый контроль к учебнику Л.С. Атанасяна.* класс/сост.Т.В.Коломиец.-Волгоград: Учитель, 2005.
- Геометрия, 7-9: Учеб.для общеобразоват. учреждений/Л.С.Атанасян –М.: Просвещение, 2006.





Об авторе

Автор-

Деркачева Наталья Ярославна,
учитель математики
МБОУ «Калининская СОШ»,
Усть – Абаканского района,
Республики Хакасия

Адрес электронной почты:
yaroslavna45@bk.ru

[назад](#)