
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ.

РАЗРАБОТКА УРОКА
ГЕОМЕТРИИ В 8 КЛАССЕ

Учитель МАТЕМАТИКИ
ВОЛКОВА О.П.

РАССМОТРИМ ЗАДАЧУ

Даны треугольник ABC и треугольник PWM , $AB=15\text{см}$, $AC=30\text{см}$, $BC=20\text{см}$,
 $\angle A=63^\circ$, $\angle B=61^\circ$, $\angle P=63^\circ$, $\angle M=56^\circ$,
 $PW=6\text{см}$, $WM=5\text{см}$, $PM=8\text{см}$.

**Подобны ли треугольник
 ABC и треугольник PWM ?**

ДАНО:

$\triangle ABC$,

$\triangle PWM$,

$AB=15\text{CM}$,

$AC=30\text{CM}$,

$BC=20\text{CM}$,

$\angle A=63^\circ$,

$\angle B=61^\circ$,

$\angle P=63^\circ$,

$\angle M=56^\circ$,

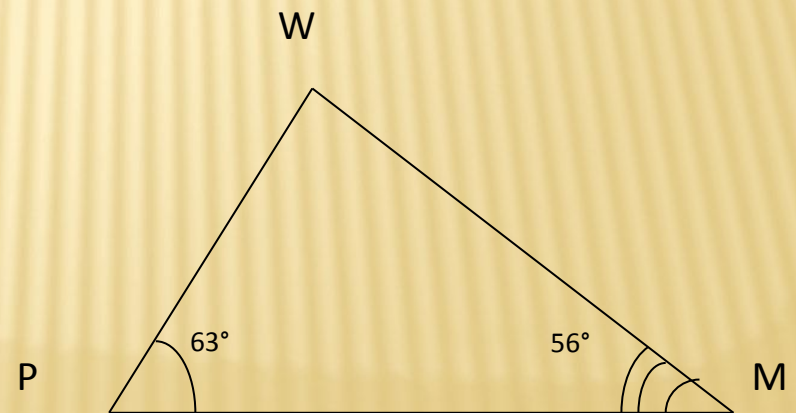
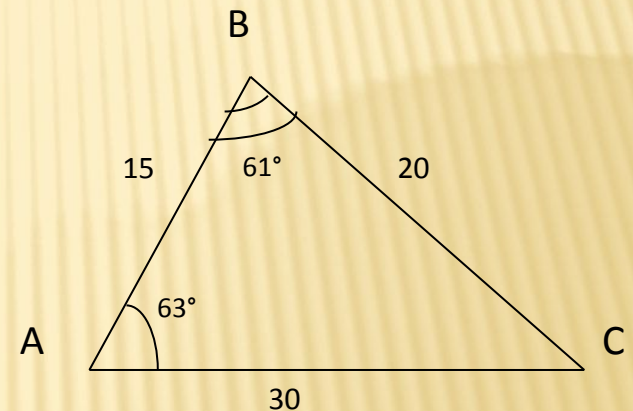
$PW=6\text{CM}$,

$WM=5\text{CM}$,

$PM=8\text{CM}$.

ДОКАЗАТЬ:

$\triangle ABC \sim \triangle PWM$.



РАССМОТРИМ ЗАДАЧУ

ТОЧКИ **D** И **E** ЛЕЖАТ НА
СТОРОНАХ **AB** И **AC**
ТРЕУГОЛЬНИКА **ABC**.
НАЙДИТЕ S_{ADE} , ЕСЛИ
 $AB=5\text{см}$, $AC=6\text{см}$, $AD=3\text{см}$,
 $AE=2\text{см}$, $S_{ABC}=10\text{см}^2$.

Дано:

$\triangle ABC$,

т. $D \in AB$,

т. $E \in AC$,

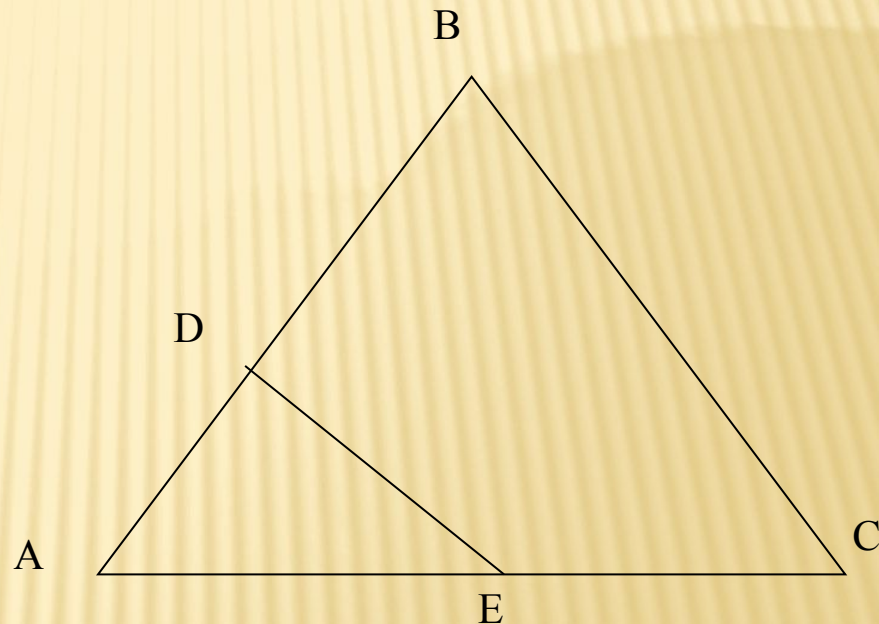
$AB = 5 \text{ см}$,

$AC = 6 \text{ см}$,

$AD = 3 \text{ см}$,

$AE = 2 \text{ см}$,

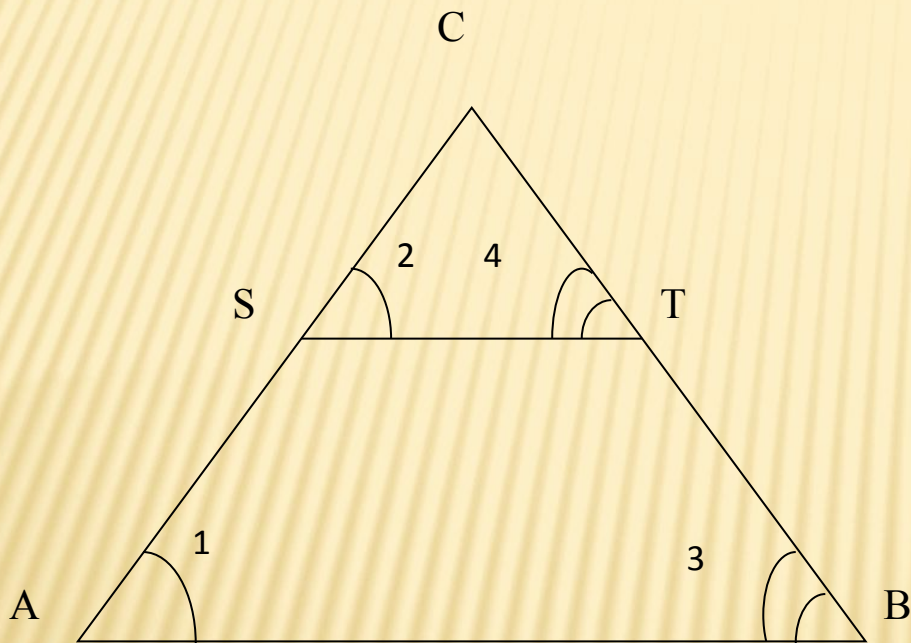
$S_{ABC} = 10 \text{ см}^2$.



Найти:

$S_{ADE} = ?$

ДАН ТРЕУГОЛЬНИК ABC ,
ЧЕРЕЗ ТОЧКУ S , ЛЕЖАЩУЮ
НА СТОРОНЕ AC ,
ПРОВЕДЕНА ПРЯМАЯ,
ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ СТОРОНЕ
 AB . НАЙТИ СТОРОНЫ CS И
 ST , ЕСЛИ $AC=10,4\text{CM}$,
 $AB=8\text{CM}$, $CB=9,6\text{CM}$, $TC=6\text{CM}$.



Дано:

$\triangle ABC$,

$\triangle STC$,

$AC=10,4\text{см}$,

$AB=8\text{см}$,

$CB=9,6\text{см}$,

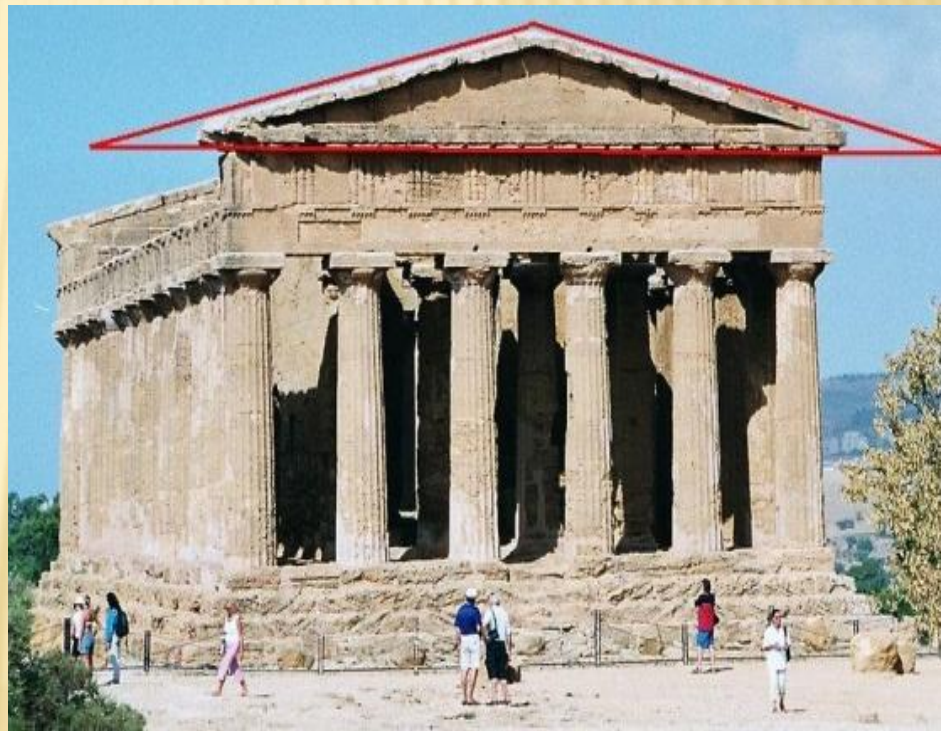
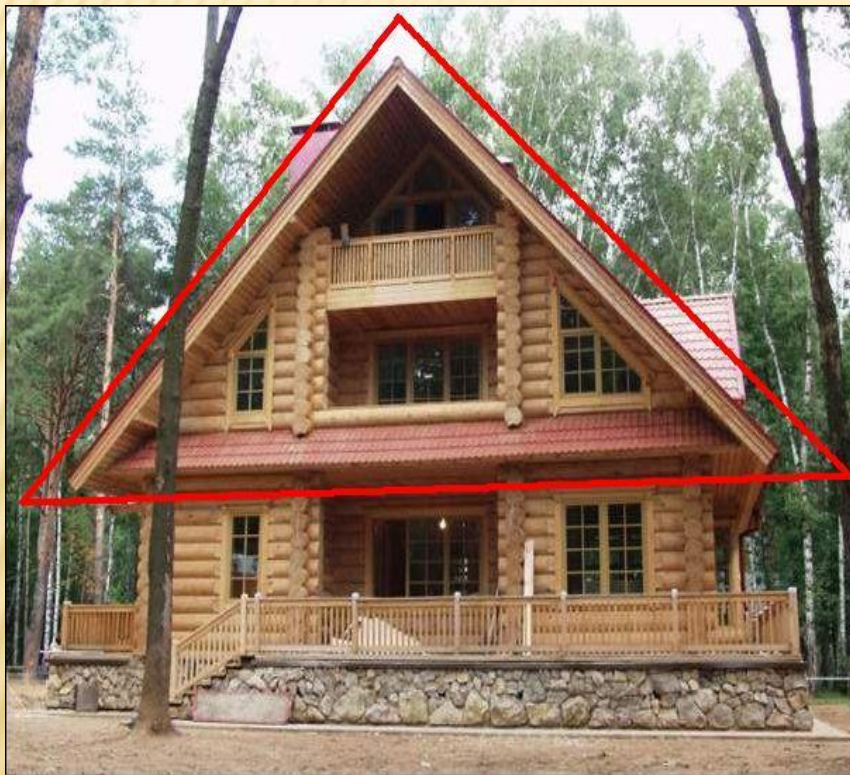
$TC=6\text{см}$.

Найти:

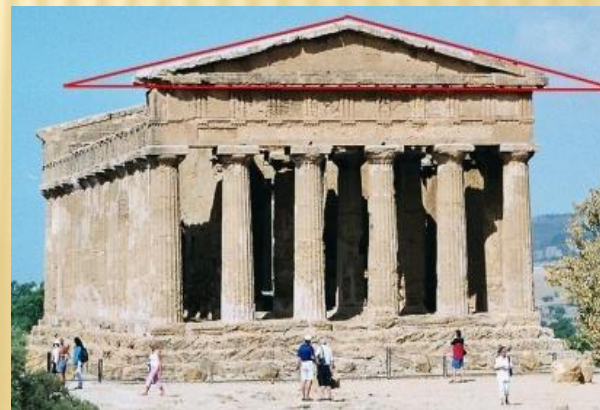
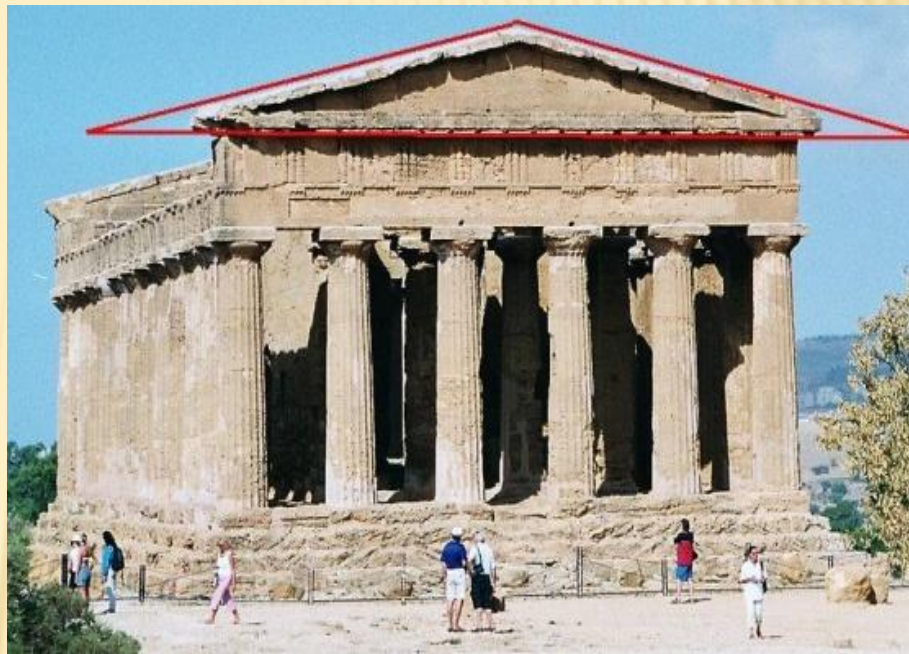
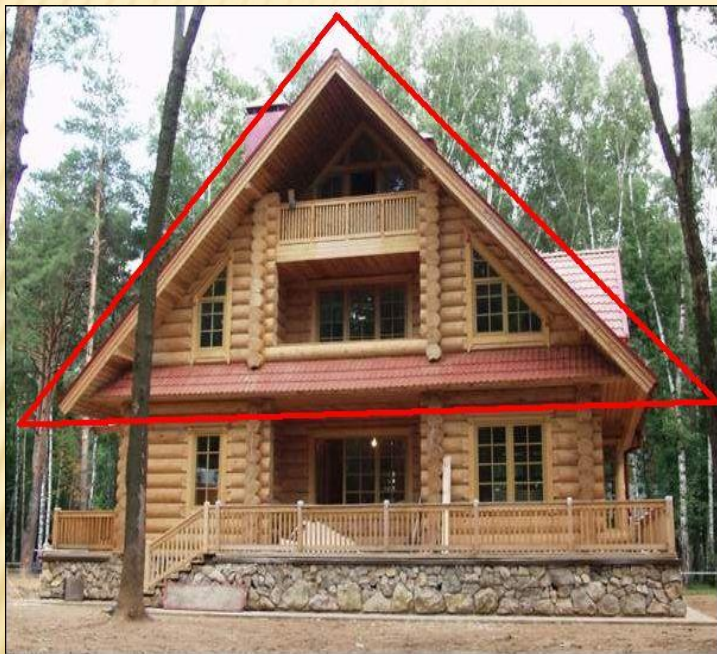
CS -?

ST -?

Рассмотрим два изображения, с указанными на них треугольниками.



Уменьшим их размеры.



ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

■

***ЕСЛИ ДВА УГЛА ОДНОГО
ТРЕУГОЛЬНИКА
СООТВЕТСТВЕННО РАВНЫ
ДВУМ УГЛАМ ДРУГОГО, ТО
ТАКИЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ
ПОДОБНЫ.***

Дано:

$\triangle ABC$,

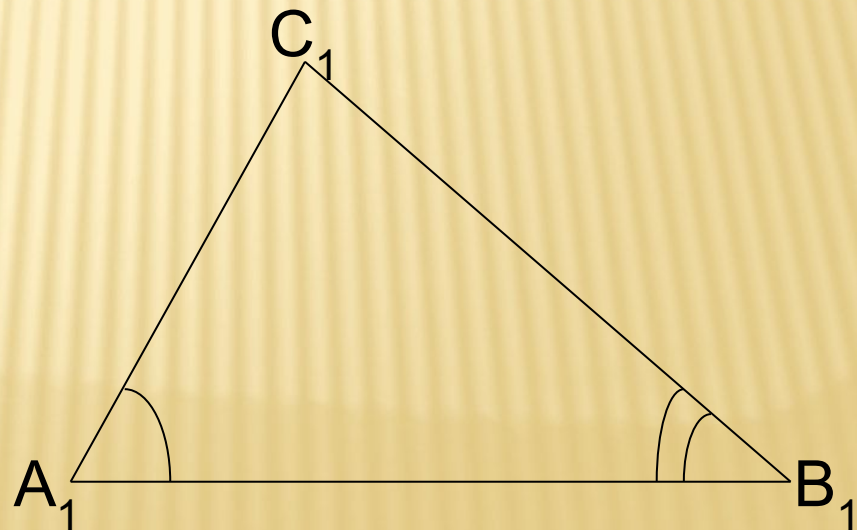
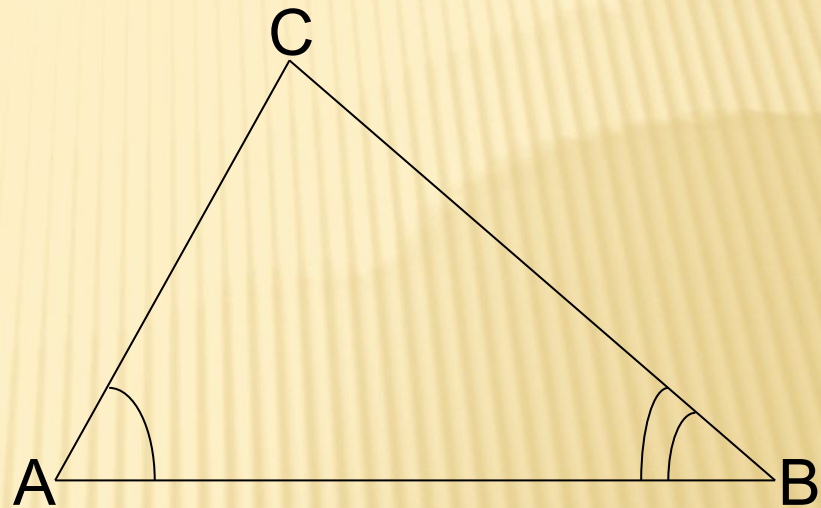
$\triangle A_1B_1C_1$,

$\angle A = \angle A_1$,

$\angle B = \angle B_1$.

Доказать:

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

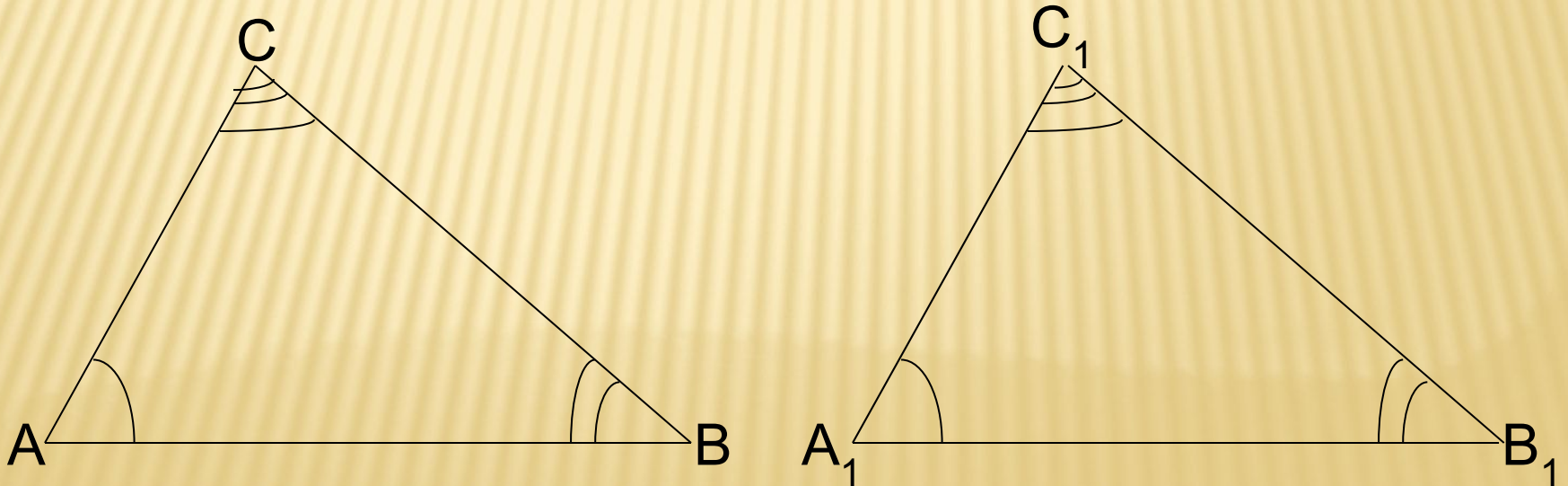


Для доказательства поставим две задачи:

1. Доказать, что углы треугольника ABC равны углам треугольника $A_1B_1C_1$.
2. Доказать, что сходственные стороны пропорциональны.

РЕШИМ ПЕРВУЮ ПОСТАВЛЕННУЮ ЗАДАЧУ.

**ДОКАЖЕМ РАВЕНСТВО УГЛОВ
ТРЕУГОЛЬНИКОВ.**



1. Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$.

2. $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ (по условию).

3. Найдем $\angle C$ и $\angle C_1$.

4. Докажем, что $\angle C = \angle C_1$.

Выразим третий угол из теоремы о сумме углов треугольников $\angle C$ и $\angle C_1$ (*т.к. два угла уже известны из условия, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$*)

$$180^\circ = \angle A + \angle B + \angle C,$$

$$180^\circ = \angle A_1 + \angle B_1 + \angle C_1.$$

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B,$$

$$\angle C_1 = 180^\circ - \angle A_1 - \angle B_1. \Rightarrow \angle C = \angle C_1$$

углы $\triangle ABC$ соответственно равны

углам $\triangle A_1B_1C_1$.

*Решим вторую
поставленную задачу.*

**Докажем, что сходственные
стороны
пропорциональны.**

Воспользуемся определением для двух подобных треугольников.

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.

BC и B_1C_1 – сходственные (т.к. $\angle A = \angle A_1$)
CA и C_1A_1 – сходственные (т.к. $\angle B = \angle B_1$)
AB и A_1B_1 – сходственные (т.к. $\angle C = \angle C_1$)

Стороны AB, BC, CA

пропорциональны сторонам A_1B_1 ,
 B_1C_1 , C_1A_1 , если равны отношения
их длин.

**СОСТАВИМ ОТНОШЕНИЕ
ДЛИН СТОРОН.**

$$\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1} = \frac{AB}{A_1B_1}$$

ДОКАЖЕМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ СТОРОН В ТРЕУГОЛЬНИКАХ.

Вспомним теорему о площади
треугольников.

Если угол одного треугольника равен углу
другого треугольника, то площади этих
треугольников относятся как произведение
сторон, заключающих равные углы.

ЗАПИШЕМ ОТНОШЕНИЕ
ПЛОЩАДЕЙ ТРЕУГОЛЬНИКОВ,
ЕСЛИ $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB * AC}{A_1B_1 * A_1C_1} \quad \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{CA * CB}{C_1A_1 * C_1B_1}$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Правые и левые части равенств равны.

(т.к $\angle A = \angle A_1$,

$\angle C = \angle C_1$)

АНАЛОГИЧНО И ДЛЯ ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ТРЕУГОЛЬНИКОВ, ЕСЛИ

$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1.$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB * AC}{A_1B_1 * A_1C_1} \quad \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{CA * CB}{C_1A_1 * C_1B_1}$$

Правые и левые части равенств равны.

$$\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

(т.к. $\angle A = \angle A_1$,
 $\angle B = \angle B_1$)

ЗАПИШЕМ ПОЛУЧЕННЫЕ РАВЕНСТВА.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

$$\angle A = \angle A_1, \quad \angle C = \angle C_1$$

$$\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

$$\angle A = \angle A_1, \quad \angle B = \angle B_1$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

**Сходственные стороны
пропорциональны.**

МЫ РЕШИЛИ ДВЕ ПОСТАВЛЕННЫЕ ЗАДАЧИ.

1. ДОКАЗАЛИ ЧТО УГЛЫ $\triangle ABC$ РАВНЫ УГЛАМ $\triangle A_1B_1C_1$.
2. ДОКАЗАЛИ ЧТО СХОДСТВЕННЫЕ СТОРОНЫ
ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ.

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

(по определению подобия треугольников)

I. Все углы $\triangle ABC$ равны углам $\triangle PWM$.

II. Сходственные стороны пропорциональны.

Доказательство.

I. Докажем что углы $\triangle ABC$ равны углам $\triangle PWM$.

1. Рассм. $\triangle ABC$

2. $180^\circ = \angle A + \angle B + \angle C$ (по т. о сумме углов треугольника)

3. $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$

4. $\angle C = 56^\circ$

5. Рассм. $\triangle PWM$

6. $180^\circ = \angle P + \angle W + \angle M$ (по т. о сумме углов треугольника)

7. $\angle W = 180^\circ - \angle P - \angle M$

8. $\angle W = 61^\circ$

9. $\angle A = \angle P = 63^\circ$ (по условию)

10. $\angle B = \angle W = 61^\circ$

11. $\angle C = \angle M = 56^\circ$

12. углы $\triangle ABC$ равны углам $\triangle PWM$ (п.п.п.9,10,11)

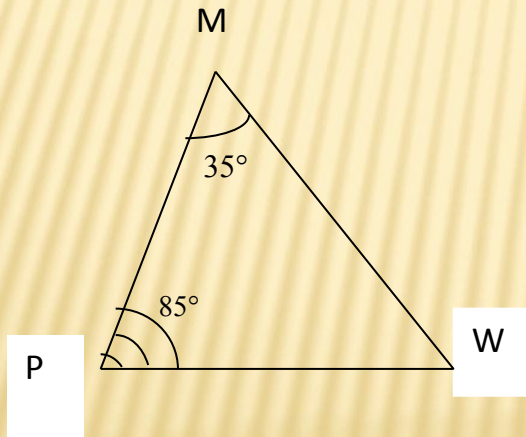
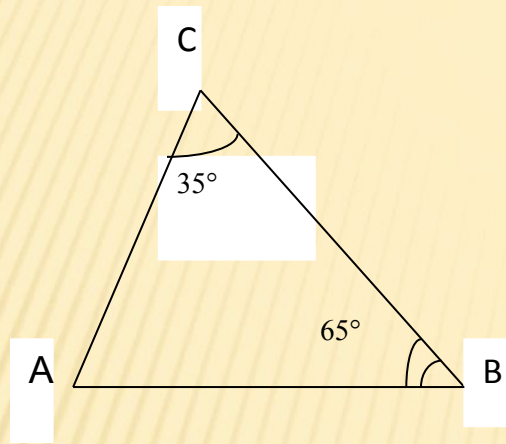
II. Докажем пропорциональность сходственных сторон.

13. AB и PW -сходств. стороны (т.к. все углы $\triangle ABC$ равны углам $\triangle PWM$ (п12), AB лежит против $\angle C$, PW лежит против $\angle M$, $\angle C = \angle M$ (п.11)).

ПРИМЕНЕНИЕ.

Задача 1.

Докажите подобие треугольника ABC и
треугольника PNM. $\angle B=65^\circ$, $\angle C=35^\circ$, $\angle P=80^\circ$,
 $\angle M=35^\circ$.



Дано:
 $\triangle ABC$,
 $\triangle PWM$,
 $\angle B = 65^\circ$,
 $\angle C = 35^\circ$,
 $\angle P = 88^\circ$,
 $\angle M = 35^\circ$.

Доказать:
 $\triangle ABC \sim \triangle PWM$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

1. Рассм. $\triangle ABC$

2. $180^\circ = \angle A + \angle B + \angle C$ (по т. о сумме углов треугольника)

3. $\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C$

4. $\angle A = 85^\circ$

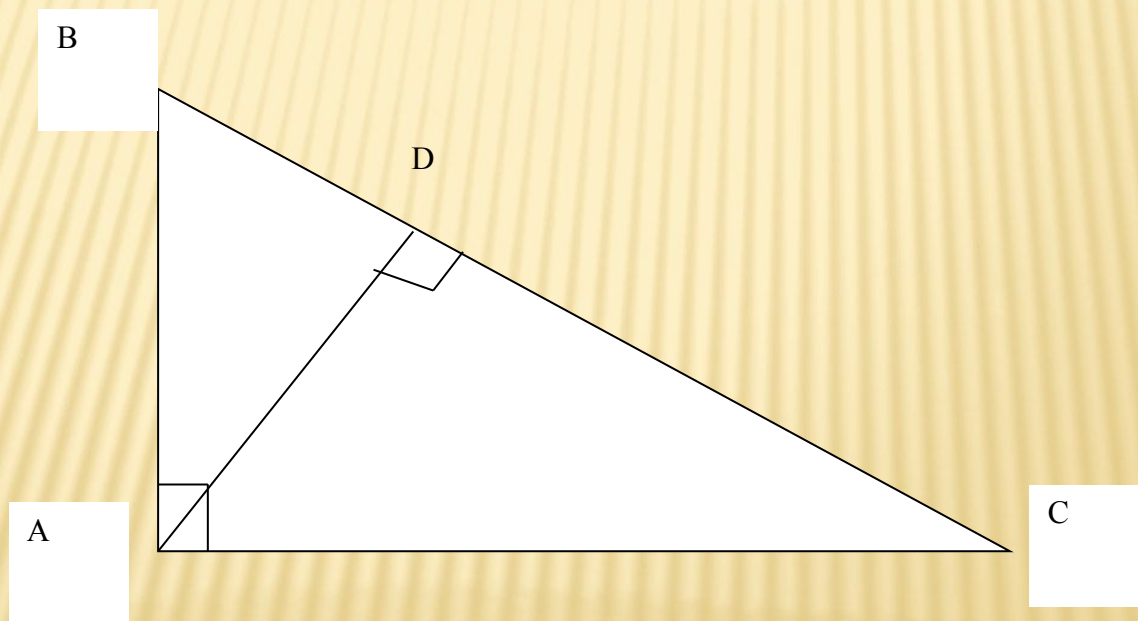
5. $\angle C = \angle M = 35^\circ$ (по условию)

6. $\angle A = \angle P = 85^\circ$

7. $\triangle ABC \sim \triangle PWM$ (т.к. два угла $\triangle ABC$ $\angle C$ и $\angle A$ равны двум углам $\triangle PWM$ $\angle M$ и $\angle P$, т.е. $\angle C = \angle M$, $\angle A = \angle P$, то треугольники $\triangle ABC$ и $\triangle PWM$ подобны).

Задача 2.

Докажите подобие треугольников, $\triangle ABC$ и $\triangle DAC$, $\triangle ABC$ и $\triangle DBA$, $\triangle ABD$ и $\triangle ADC$.



I. Докажем что $\triangle ABC \sim \triangle DAC$.

1. Рассм. $\triangle ABC$ и $\triangle DAC$

2. $\angle A = \angle D = 90^\circ$ (по условию)

3. $\angle C$ -общий

4. $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (т.к. два угла $\triangle ABC$ $\angle A$ и $\angle C$ равны двум углам $\triangle DAC$ $\angle D$ и $\angle C$, т.е. $\angle A = \angle D$ и $\angle C$ -общий, то треугольники $\triangle ABC$ и $\triangle DAC$ подобны).

II. Докажем что $\triangle ABC \sim \triangle DBA$.

1. Рассм. $\triangle ABC$ и $\triangle DBA$

2. $\angle A = \angle D = 90^\circ$ (по условию)

3. $\angle B$ -общий

4. $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ (т.к. два угла $\triangle ABC$ $\angle A$ и $\angle B$ равны двум углам $\triangle DBA$ $\angle D$ и $\angle B$, т.е. $\angle A = \angle D$ и $\angle B$ -общий, то треугольники $\triangle ABC$ и $\triangle DBA$ подобны).

III. Докажем что $\triangle BAD \sim \triangle CAD$.

1. Рассм. $\triangle ABC$

~~2. $\angle A = 90^\circ$, т.к. прямая AD делит $\angle A$ пополам, то $\angle BAD = \angle CAD = 45^\circ$.~~

3. Рассм. $\triangle CAD$

4. $180^\circ = \angle C + \angle A + \angle D$ (по т. о сумме углов треугольника)

5. $180^\circ = \angle C + 45^\circ + 90^\circ$

6. $\angle C = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ$

7. $\angle C = 45^\circ$.

8. Рассм. $\triangle ABC$

9. $180^\circ = \angle A + \angle B + \angle C$ (по т. о сумме углов треугольника)

10. $180^\circ = \angle B + 45^\circ + 90^\circ$

11. $\angle B = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ$

12. $\angle D = 45^\circ$.

13. Рассм. $\triangle BAD$ и $\triangle CAD$

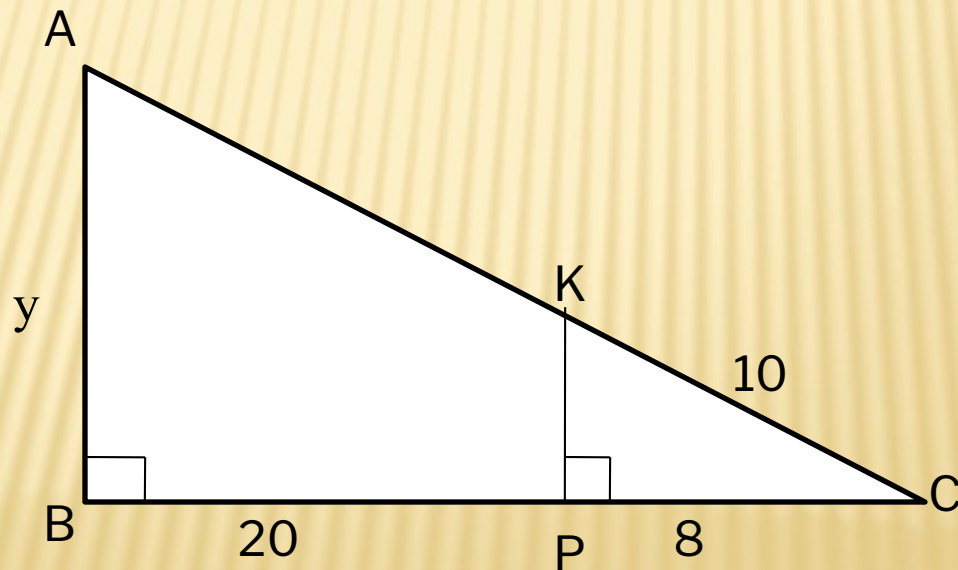
14. $\angle C = \angle D = 45^\circ$ (п.п. 7, 12)

15. $\angle A$ -общий (по условию)

15. $\triangle BAD \sim \triangle CAD$ (т.к. два угла $\triangle BAD$ $\angle A$ и $\angle C$ равны двум углам $\triangle CAD$ $\angle D$ и $\angle A$, т.е. $\angle C = \angle D$ и $\angle A$ -общий, то треугольники $\triangle BAD$ и $\triangle CAD$ подобны).

РЕШИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО.

Докажите подобие треугольников $\triangle ABC$ и $\triangle KPC$, найдите y .



ВЫВОД.

Мы повторили определение подобных треугольников, отношение их сторон, теорему о сумме углов треугольника, теорему о площади треугольников. Узнали как доказать подобие треугольников по двум углам.