Решение задач на применение признаков подобия треугольников.

Учитель математики ГБОУ школы № 655,
Кулешовой Галины Михайловны.

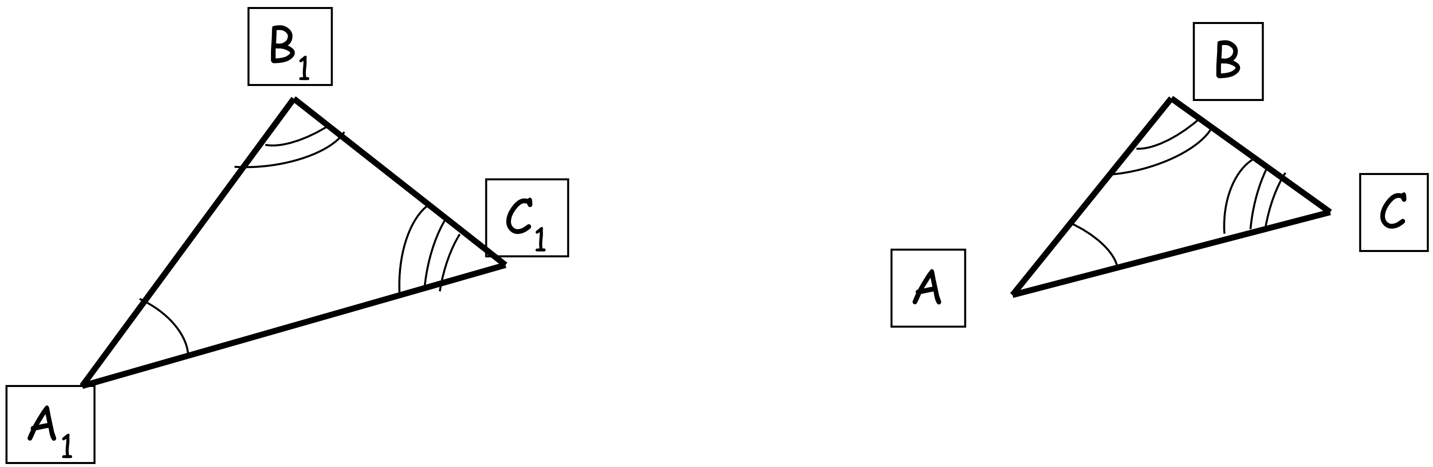
Цели урока.

- ***<u>Дидактическая цель</u>***: создание условий для осознания и осмысления нового учебного материала о признаках подобия треугольников , об использовании признаков при решении задач, постановки и конструктивного решения учебных проблем, развития внутренней мотивации учения школьников.
-
- ***<u>Обучающая</u>***: Познакомить детей с признаками подобия треугольников, научить выяснять, являются ли треугольники подобными, научить доказывать теоремы – признаки подобия треугольников.
-
- ***<u>Развивающая</u>***: Развивать познавательный интерес к предмету, умение доказывать теоремы, а также умение рассуждать, делать выводы, опираясь на ранее полученные знания.
-
- ***<u>Воспитательная</u>***: Воспитывать чувство коллективизма, показать значимость каждого из учеников в единой работе класса через совместное выполнение познавательных заданий; способствовать развитию познавательного интереса к предмету при организации проблемных ситуаций на уроке.
- **Методы обучения:** репродуктивный, объяснительно-иллюстративный и частично-поисковый.

Ход урока.

I. Организационный момент.
II. Повторение теоретического материала.
III. Решение задач на готовых чертежах.
IV. Работа с учебником.
V. Самостоятельная работа (двух уровней).
VI. Домашнее задание.

Определение: треугольники называются подобными, если углы одного треугольника равны углам другого треугольника и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



$$\angle A_1 = \angle A,\quad \angle B_1 = \angle B,\quad \angle C_1 = \angle C,$$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k.$$

$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$,

К – коэффициент подобия.

Сходственными сторонами в подобных треугольниках называются стороны, лежащие против равных углов.

Признаки подобия треугольников

I признак. *Если два угла* одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны (рис. 42).

$$\angle A = \angle A_1, \ \angle B = \angle B_1.$$

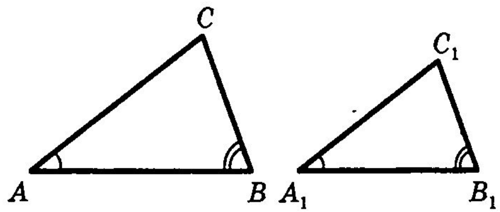


Рис. 42

II признак. *Если две стороны* одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого *и углы*, заключенные между ними, равны, то такие треугольники подобны (рис. 43).

$$\angle A = \angle A_1, \ \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

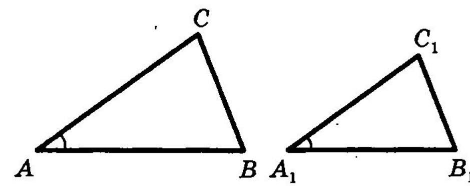


Рис. 43

III признак. *Если три стороны* одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны (рис. 44).

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

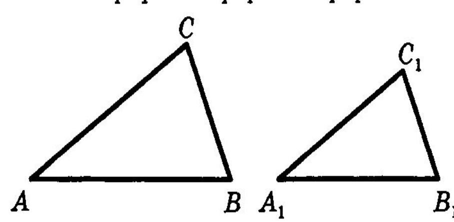
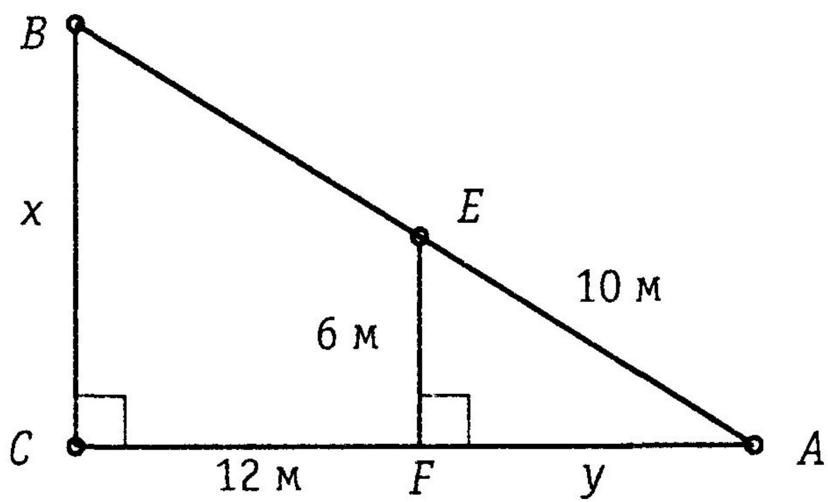


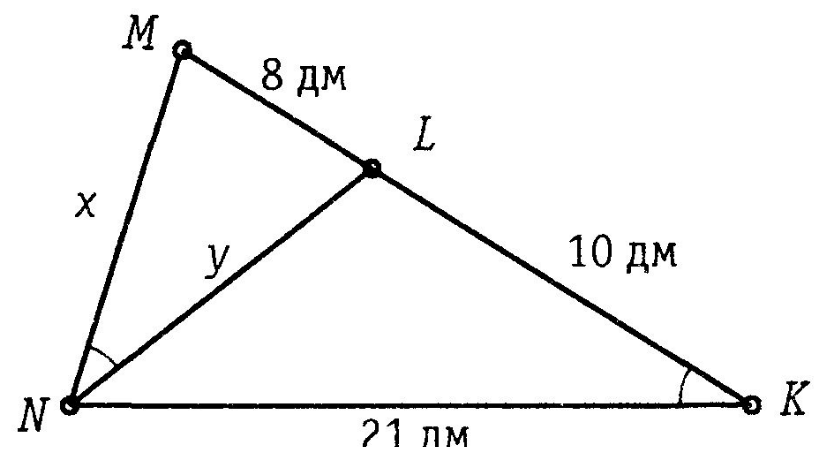
Рис. 44

Задачи на готовых чертежах.

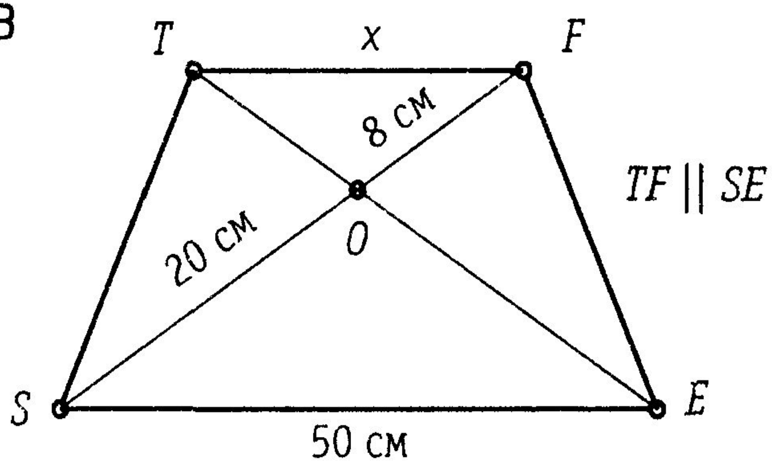
1



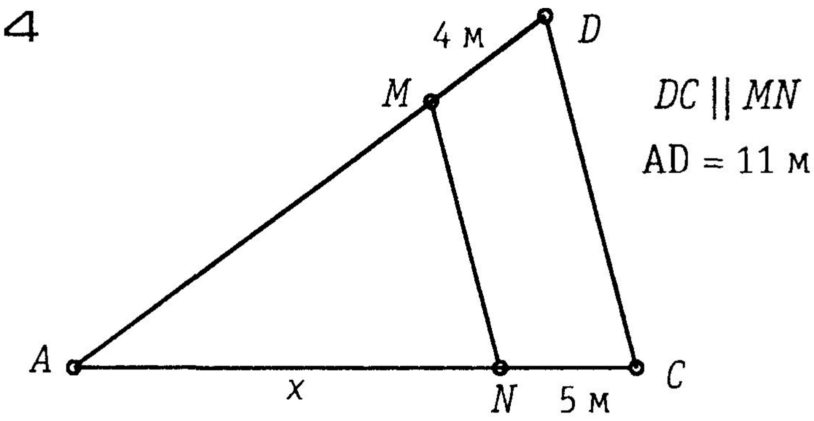
2



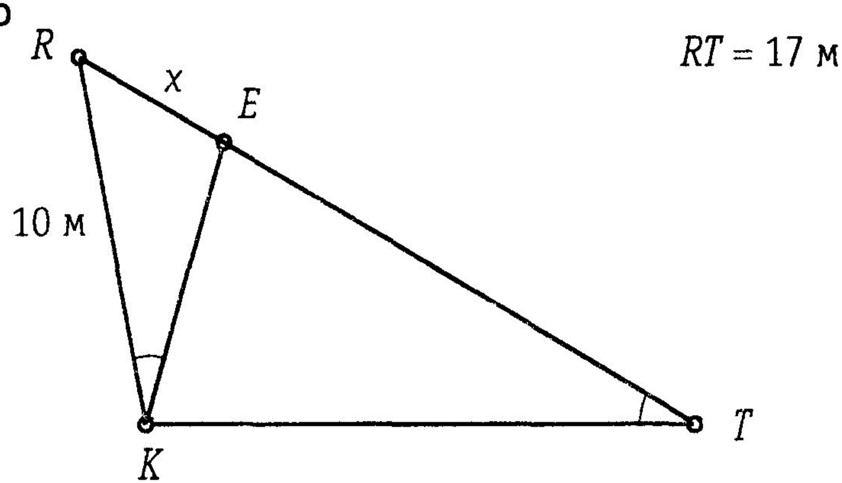
3


T
x
F
8 см
TF || SE
20 см
O
S
E
50 см

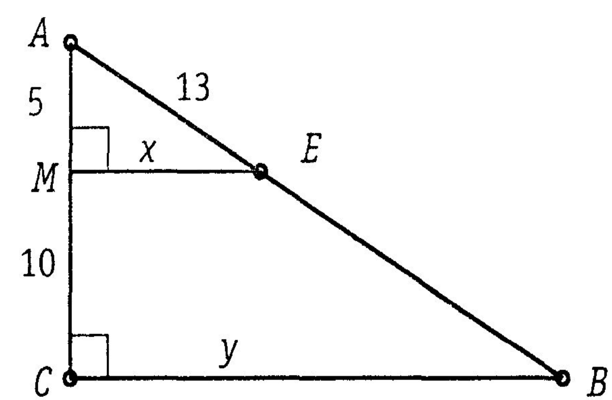
4


4 м
D
M
DC || MN
AD = 11 м
A
C
x
N
5 м

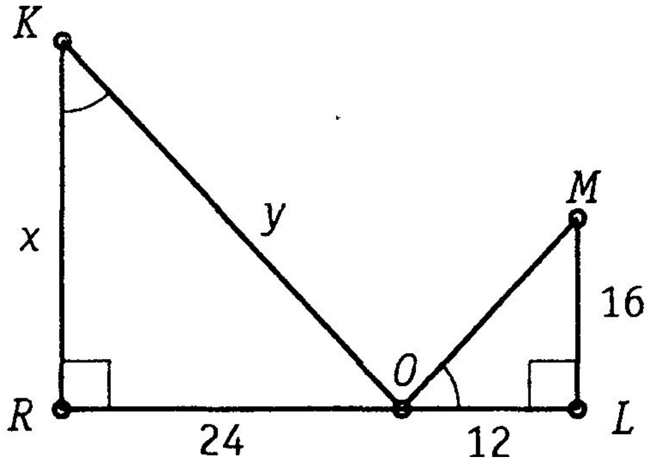
5


R
RT = 17 м
x
E
10 м
K
T

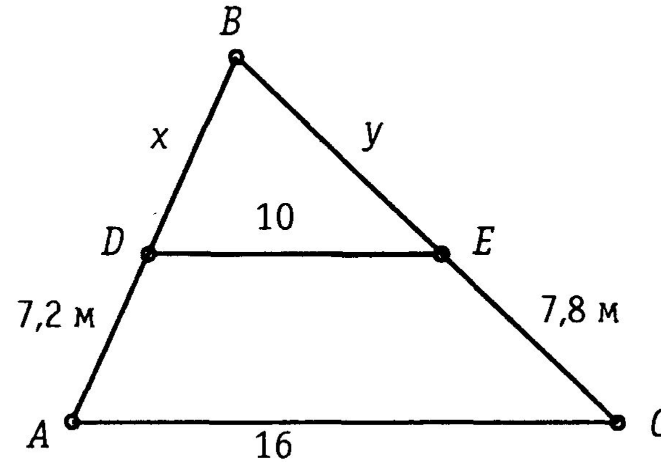
6


A
13
5
x
E
M
10
y
C
B

7

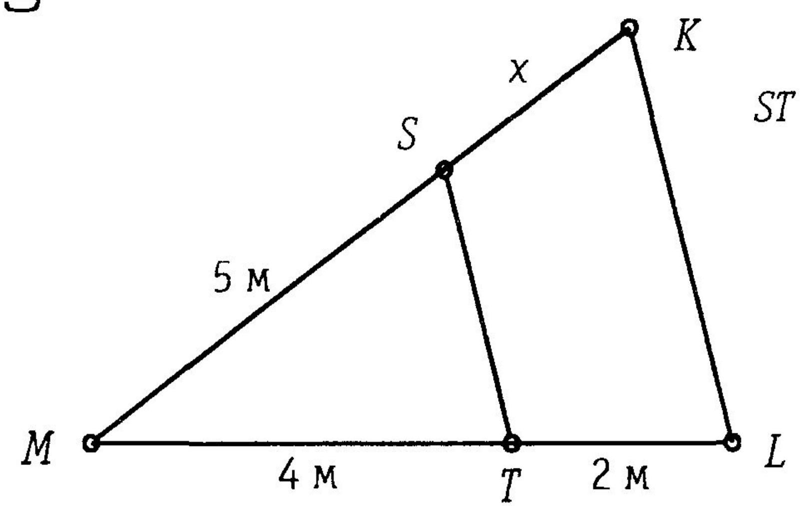


8



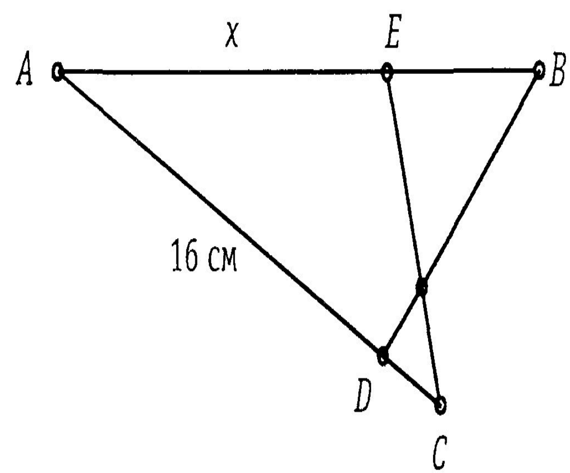
$DE \parallel AC$

9



$ST \parallel KL$

10

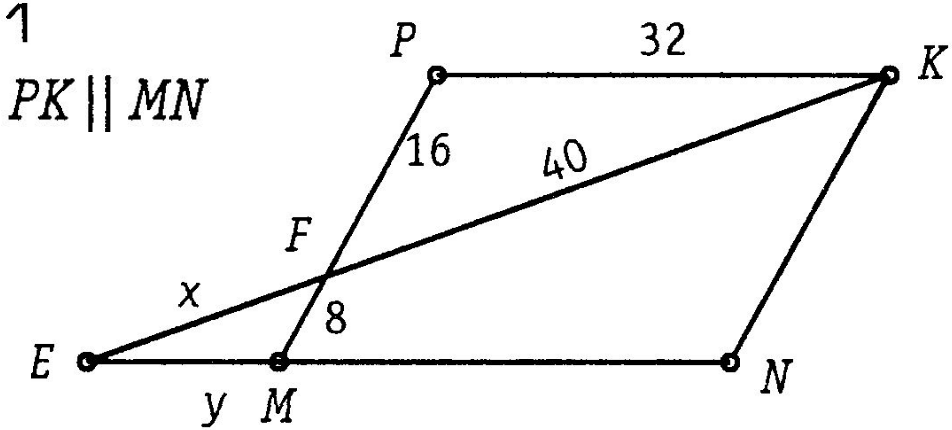


AB = 32 см

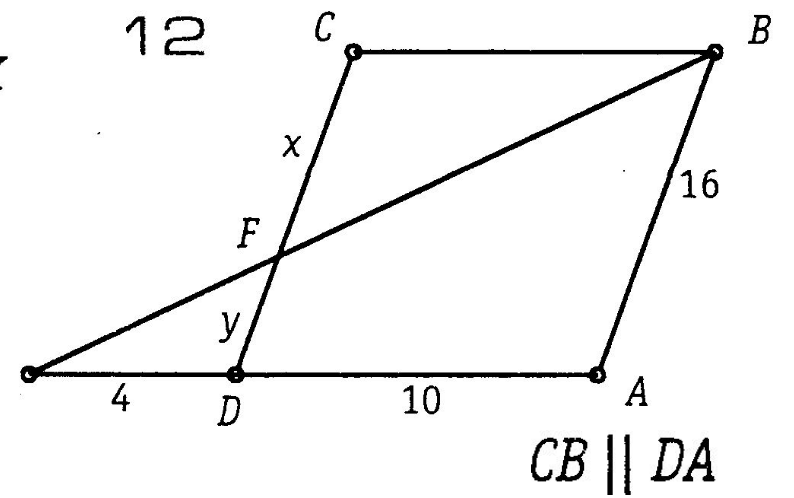
AC = 20 см

$\triangle ABD \sim \triangle AEC$

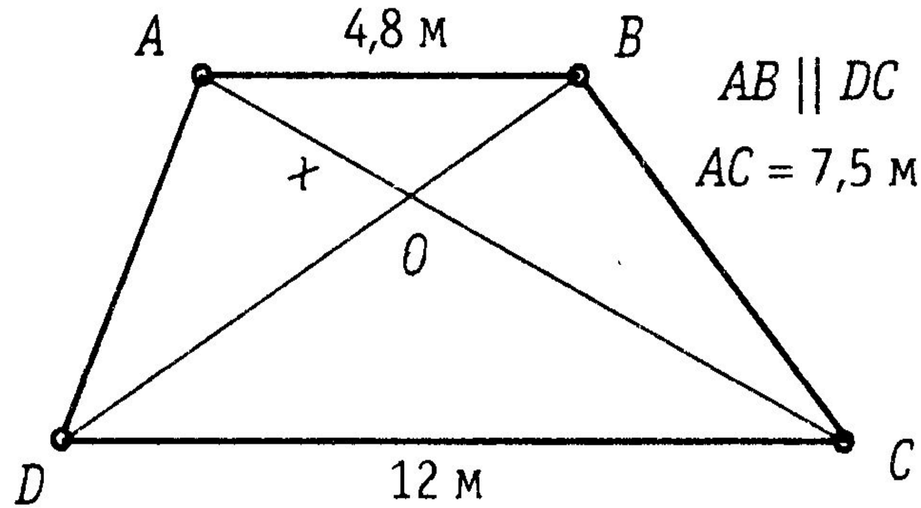
11


PK || MN
P
32
K
16
40
F
x
8
E
y
M
N

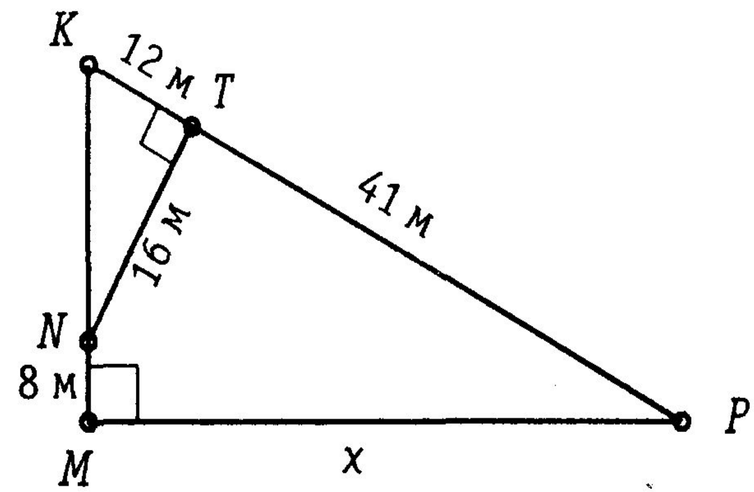
12


C
B
x
16
F
y
4
D
10
A
CB || DA

13


A
4,8 м
B
AB || DC
AC = 7,5 м
x
O
D
12 м
C

14


K
12 м
T
41 м
16 м
N
8 м
M
x
P

Задача № 557 (б)

Краткое решение:

$$\Delta ABC \sim \Delta ADE \Rightarrow \frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{10}{AD}=\frac{8}{AC+CE}=\frac{4}{DE} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{10}{AD}=\frac{8}{12}=\frac{4}{DE} \Rightarrow AD=\frac{10\cdot 12}{8}=15(\text{см}),\ DE=\frac{12\cdot 4}{8}=6(\text{см}).$$

$BD = AD - AB = 15 - 10 = 5(\text{см})$.

Ответ: $BD = 5$ см, $DE = 6$ см.

Задача № 552 (в)

Краткое решение (рис. 461):

Пусть $AO = x$ см, тогда $OC = AC - AO = 15 - x$ (см).

$$\Delta AOB \sim \Delta COD \Rightarrow \frac{AO}{CO}=\frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{x}{15-x}=\frac{96}{24} \Rightarrow$$

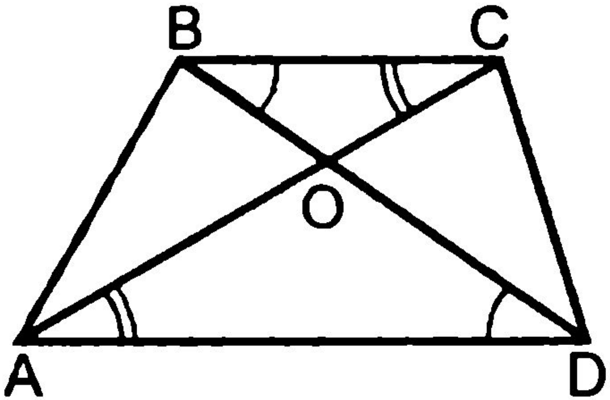
$\Rightarrow 24x = 1440 - 96$; $120x = 1440$; $x = 12$ (см), т. е. $AO = 12$ см.

Ответ: $AO = 12$ см.

Дополнительная задача

Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC пересекаются в точке O. Периметры треугольников BOC и AOD относятся как $2 : 3$, $AC = 20$.

Найдите длины отрезков AO и OC.



Решение

$\Delta BOC \sim \Delta DOA$ по двум углам ($\angle CBO = \angle ADO$, $\angle BCO = \angle DAO$ как накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущих AC и BD), тогда $\frac{P_{BOC}}{P_{ABO}} = \frac{BO}{DO} = \frac{OC}{OA} = \frac{BC}{AD} = \frac{2}{3}$,

т. е. $OC : OA = 2 : 3$, $OA = 1{,}5\ OC$.

Так как $AC = 20$, то $AC = AO + OC = 1{,}5\ OC + CO = 20$, откуда $OC = 8$, тогда $AO = 12$.

Ответ: $AO = 12$, $OC = 8$.

Самостоятельная работа.

Вариант А1

1.
Стороны треугольника равны 5 см, 3 см и 7 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, периметр которого равен 105 см.

2.
У подобных треугольников сходственные стороны равны 7 см и 35 см. Площадь первого треугольника равна 27 см^2. Найдите площадь второго треугольника.

3.
Найдите две стороны треугольника, если их сумма равна 91 см, а биссектриса, проведенная к третьей стороне, делит эту сторону в отношении 5:8.

Вариант А2

1.
Стороны треугольника относятся как 4:5:7. Найдите стороны подобного ему треугольника, если его периметр равен 96 см.

2.
Площади подобных треугольников равны 17 см^2 и 68 см^2. Сторона первого треугольника равна 8 см. Найдите сходственную сторону второго треугольника.

3.
Найдите две стороны треугольника, если их разность равна 28 см, а биссектриса, проведенная к третьей стороне, делит ее на отрезки 43 см и 29 см.

Вариант Б1

1.

Стороны треугольника относятся как 7:13:19. Найдите периметр подобного ему треугольника, разность между двумя большими сторонами которого равна 132 см.

2.

Сходственные стороны подобных треугольников равны 6 см и 4 см, а сумма их площадей равна 78 $см^2$. Найдите площади этих треугольников.

3.

В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит катет на отрезки 10 см и 6 см. Найдите периметр этого треугольника.

Вариант Б2

1.

Стороны треугольника равны 14 см, 42 см и 40 см. Найдите периметр подобного ему треугольника, сумма наибольшей и наименьшей сторон которого равна 108 см.

2.

Сходственные стороны подобных треугольников относятся как 8:5, а разность площадей треугольников равна 156 $см^2$. Найдите площади этих треугольников.

3.

В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит гипотенузу на отрезки 20 см и 15 см. Найдите периметр этого треугольника.

Домашнее задание

Задачи:

1. Диагонали четырехугольника $ABCD$ AC и BD пересекаются в точке O так, что $OC = 5$ см, $OB = 6$ см, $OA = 15$ см, $OD = 18$ см. Докажите, что в четырехугольнике $ABCD$ $BC \parallel AD$ и найдите отношение треугольников AOD и BOC.

2. Перпендикулярно высоте BD треугольника ABC проведена прямая, пересекающая стороны AB и BC в точках M и P соответственно. Найдите AB и отношение площадей треугольников MPB и ABC, если известно, что $BM = 7$ см, $BP = 9$ см, $PC = 18$ см.

3. Прямая EF пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках E и F соответственно так, что $\angle A + \angle EFC = 180°$, а площадь четырехугольника $AEFC$ относится к площади треугольника EBF как $16 : 9$. Докажите, что треугольник BFE подобен треугольнику BAC и найдите коэффициент подобия данных треугольников.

4. Диагональ BD четырехугольника $ABCD$ является биссектрисой его угла, $BC \cdot BA = BD^2$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BDC$. В каком отношении площадь четырехугольника делится его диагональю BD, если известно, что $DC : AD = 3 : 2$?

5. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка K так, что $\Delta ABK \sim \Delta ABC$. Найдите AK, KC, BK, если известно, чт $AB : BC : AC = 3 : 7 : 9$, а периметр треугольника ABC равен 57 см.

Спасибо

за

урок !