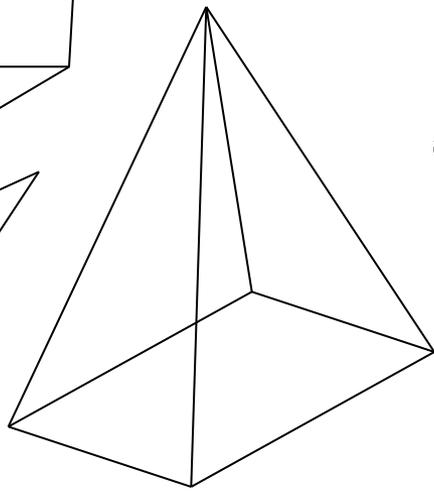
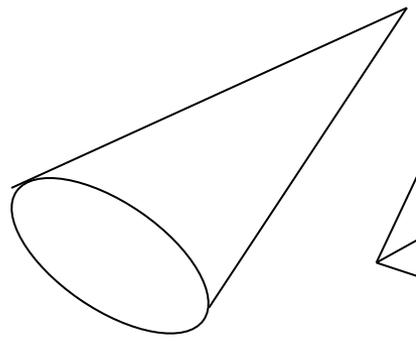
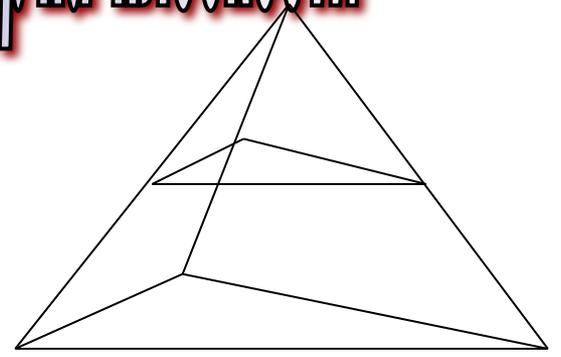
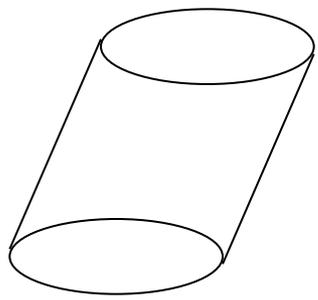
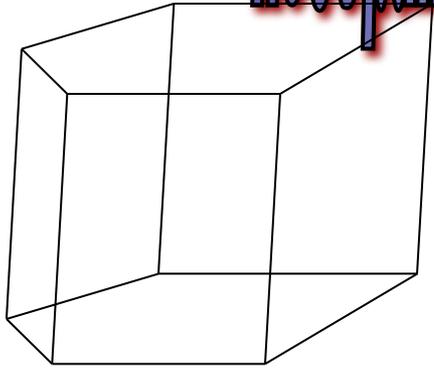
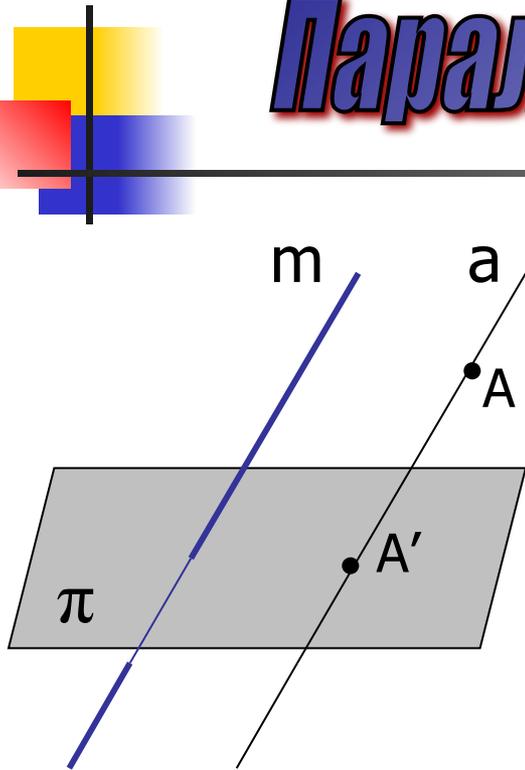


# ПРОГРАММЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФОРМ И ТИПОВ



# Параллельное проектирование



$\pi$  – некоторая плоскость

$m$  – прямая, пересекающая плоскость

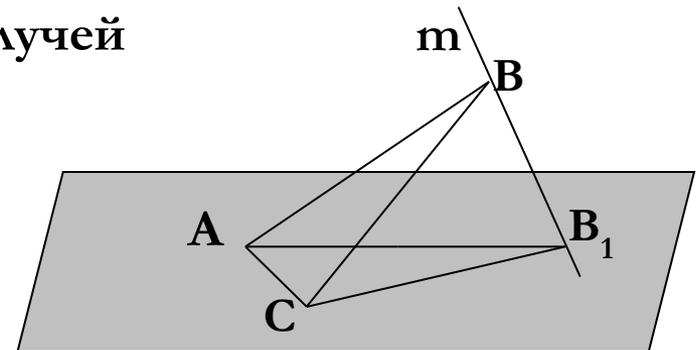
$A$  – произвольная точка вне плоскости

$m \parallel a$

$A'$  – параллельная проекция  $A$  на плоскость  $\pi$

$\Phi$  – некоторая фигура в пространстве ;  
проекции ее точек на плоскость  $\pi$   
образуют фигуру  $\Phi'$  ;  
 $\Phi'$  – параллельная проекция фигуры  $\Phi$   
на плоскость  $\pi$  в направлении  
прямой  $m$

Примеры параллельных  
проекций – тени предметов  
под воздействием пучка  
параллельных солнечных  
лучей





# ***Упражнения***

---

1. Что является параллельной проекцией точки ?
2. Может ли быть точкой параллельная проекция прямой ?
3. Сколько точек могут быть параллельной проекцией трех точек ?
4. В каких случаях положение прямой в пространстве определяется заданием ее проекции на плоскость ?
5. Какие фигуры могут служить параллельными проекциями двух пересекающихся прямых ? Изобразите эти ситуации.
6. Как расположен отрезок по отношению к плоскости проектирования, если известно, что его длина равна длине проекции ?
7. При каких условиях параллельные проекции отрезка больше (меньше) самого отрезка ?
8. Какие фигуры могут служить параллельными проекциями треугольника ?

9. Приведите примеры геометрических фигур, расположенных в пространстве, которые проектируются в а) прямую ; б) отрезок.

10. Какой фигурой может быть параллельная проекция прямоугольника ?

11. Верно ли, что проекцией ромба, если он не проектируется в отрезок, будет ромб?

12. При каком условии квадрат проектируется в ромб ?

13. Изобразите параллельную проекцию: а) прямоугольника ; б) трапеции

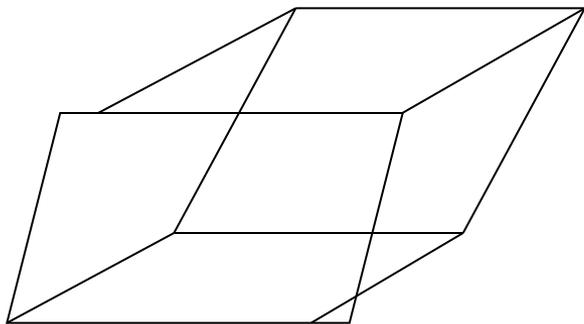
14. Изобразите параллельную проекцию равностороннего треугольника

15. Изобразите параллельную проекцию правильного восьмиугольника

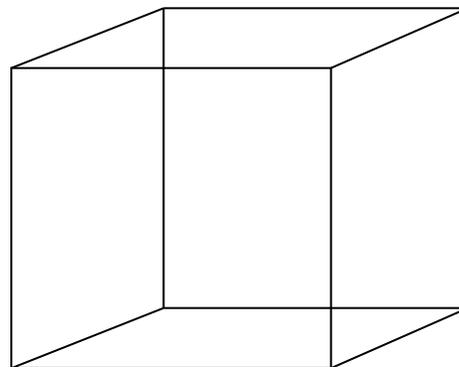
16. Изобразите параллельную проекцию квадрата: а) с вписанной в него окружностью; б) с описанной около него окружностью

# Примеры изображения пространственных фигур в параллельной проекции

Параллелепипед



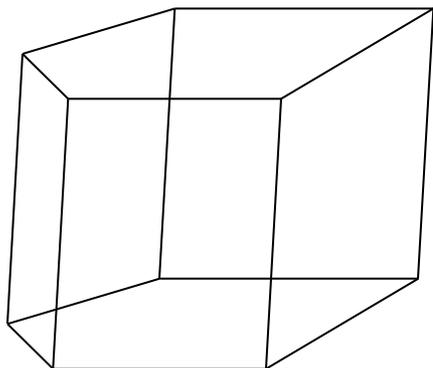
Куб



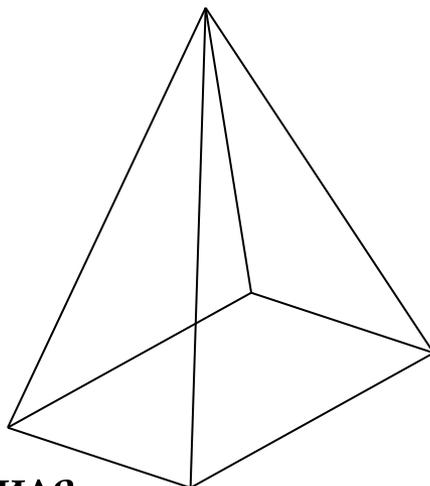
Две грани – равными квадратами  
Остальные грани – параллелограммами

Все грани – параллелограммами

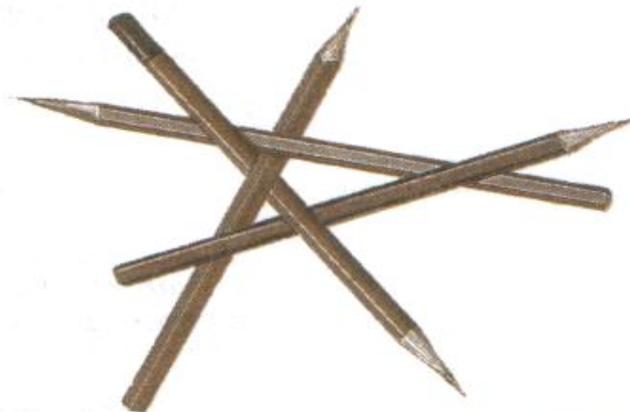
Иллюзии – невозможные фигуры



Призма

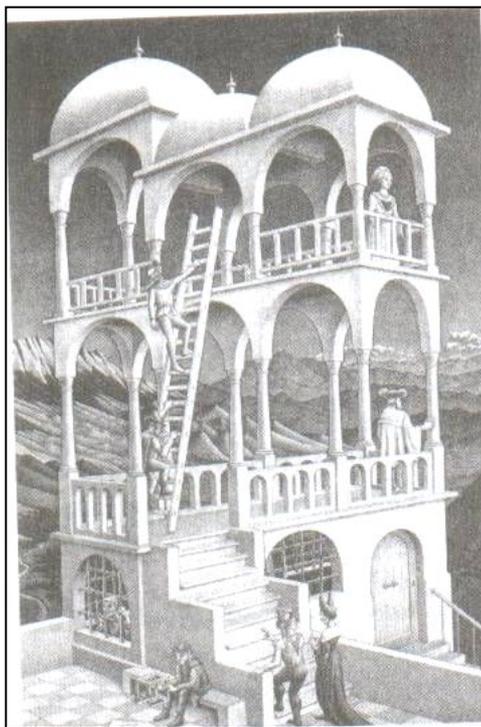


Пирамида

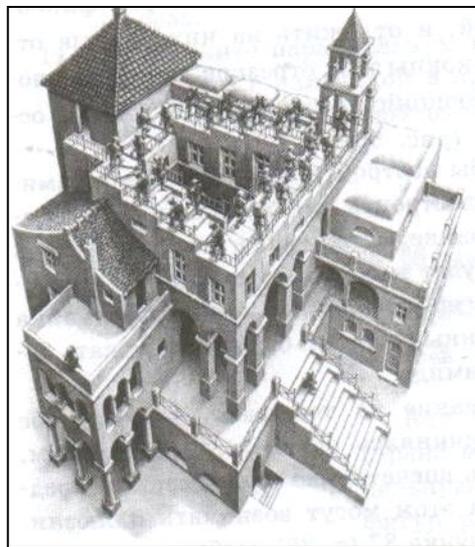


Направление в живописи – «импоссибилизм» (impossibility – невозможность)- изображение невозможных фигур, парадоксов. Теоди Бруниус, профессор искусствоведения Копенгагенского университета.

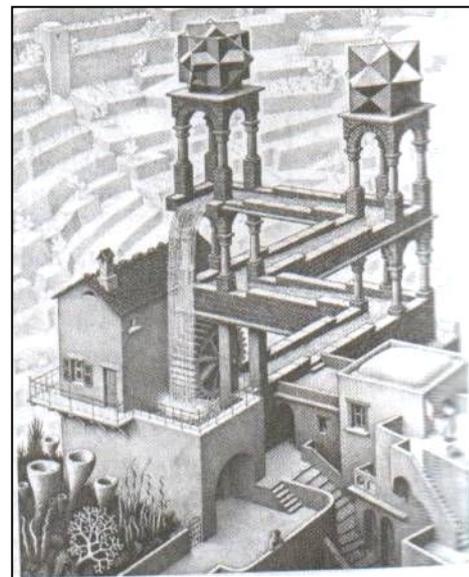
М.Эшер – известный голландский художник – гравюры



«Бельведер»

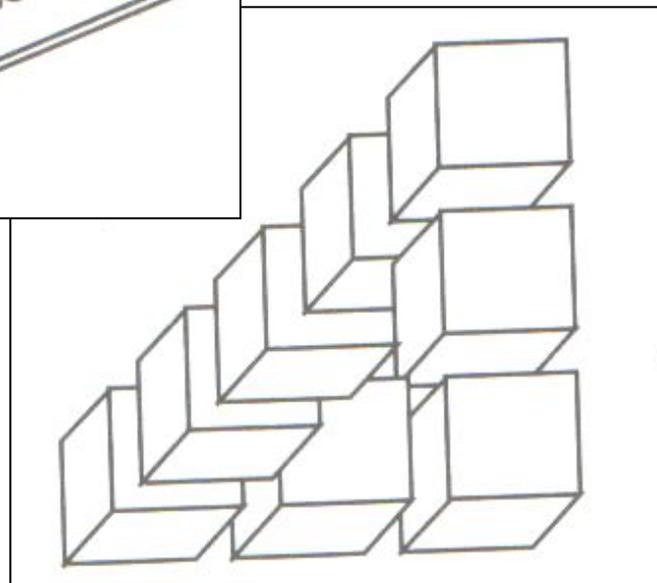
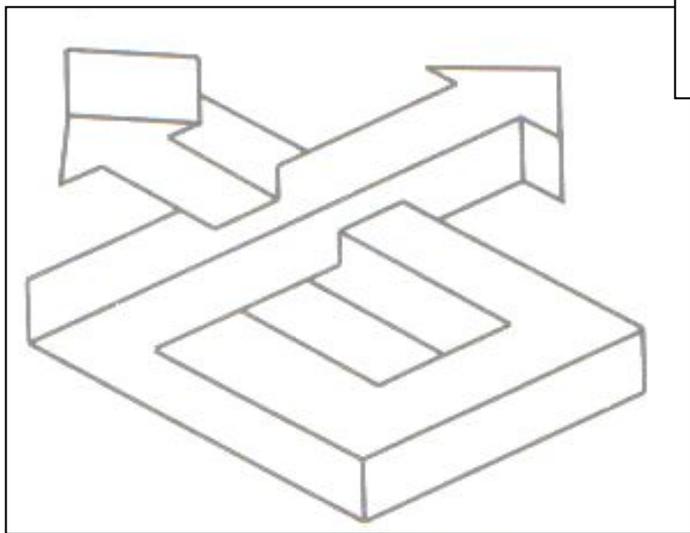
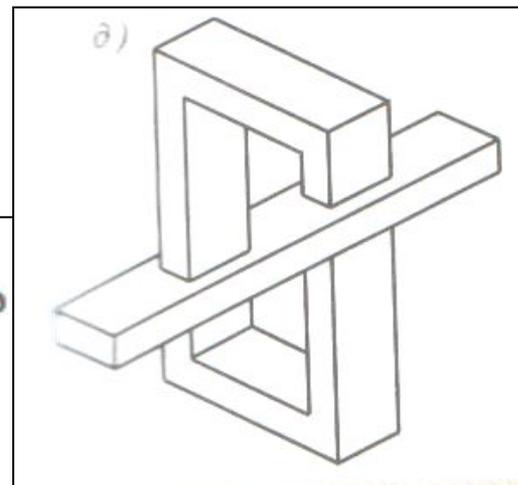
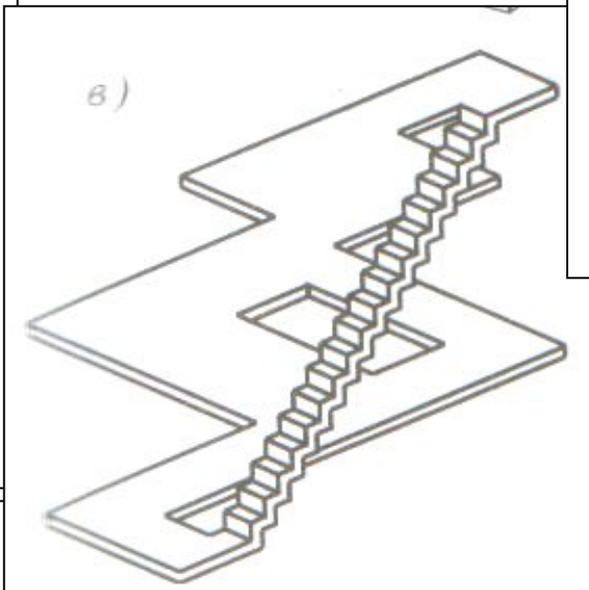
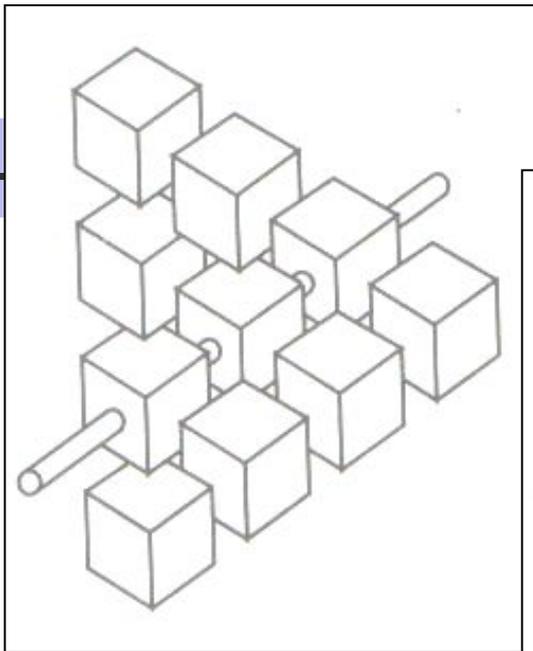


Поднимаясь и  
опускаясь



Водопад

# Художественные работы современного шведского архитектора О. Рутерсварда



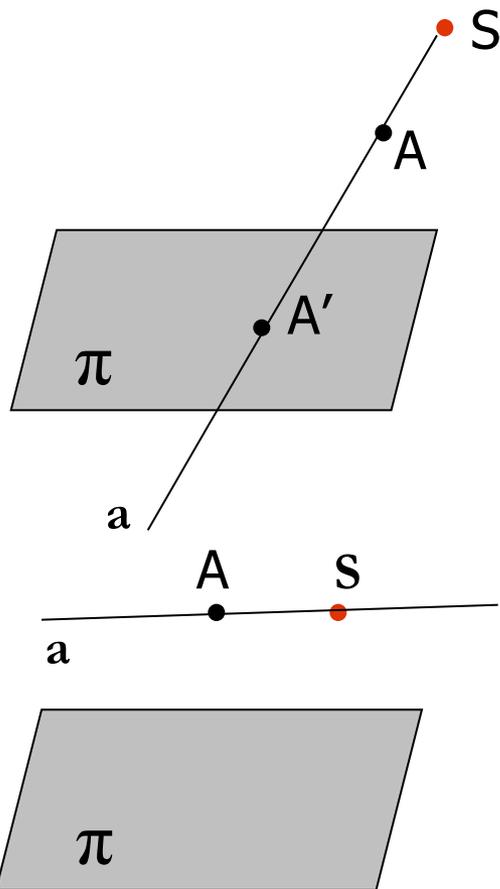


# ***Упражнения***

---

1. Изображением какого многогранника является четырехугольник с проведенными в нем диагоналями?
2. Муха движется по поверхности куба  $AB...A_1$  и проходит через каждую его вершину только один раз. Найдите путь наименьшей длины, если муха движется:
  - а) из вершины  $A$  в вершину  $A$ ;
  - б) из вершины  $A$  в вершину  $A_1$

# Центральное проектирование



$\pi$  – некоторая плоскость

S – произвольная точка, не принадлежащая плоскости, - центр проектирования

A – произвольная точка пространства

Прямая a соединяет точки A и S

A' – центральная проекция A на плоскость  $\pi$

$a \parallel \pi$ , то  
A не имеет  
проекции на  
эту плоскость

Центральное проектирование



в живописи

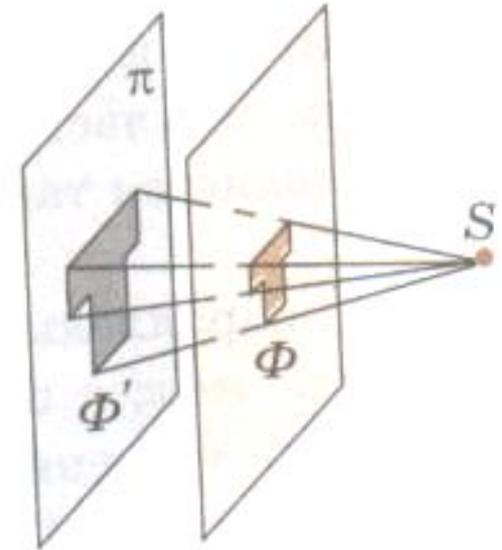
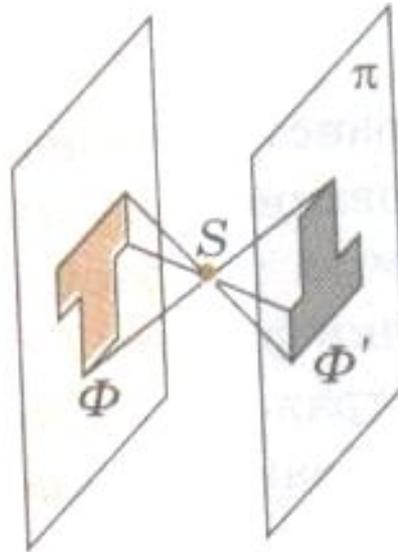
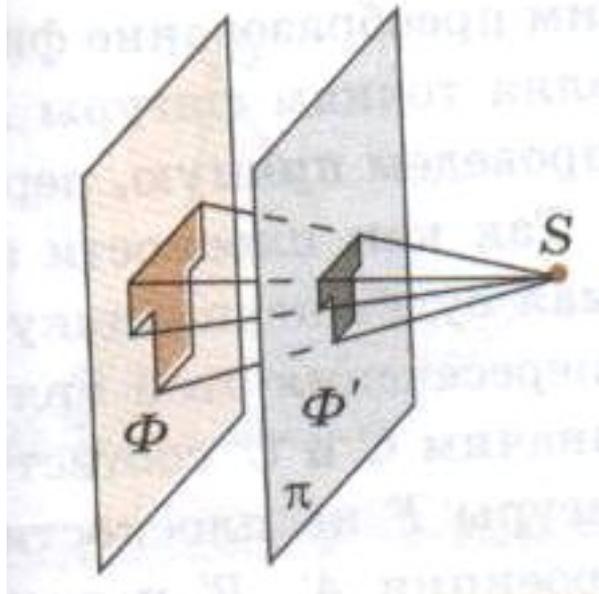


в фотографии



восприятие человеком  
окружающих предметов  
посредством зрения

$\Phi$  – некоторая фигура в пространстве ;  
проекции ее точек на плоскость  $\pi$  образуют фигуру  $\Phi'$  ;  
 $\Phi'$  – центральная проекция фигуры  $\Phi$



Плоскость  
проектирования  $\pi$   
расположена между  
фигурой  $\Phi$  и центром  
проектирования  $S$

Центр проектирования  $S$   
расположен между  
фигурой  $\Phi$  и плоскостью  
проектирования  $\pi$

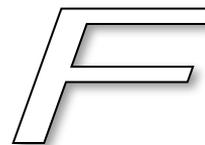
Фигура  $\Phi$  расположена  
между плоскостью  
проектирования  $\pi$   
и центром  
проектирования  $S$



# ***Упражнения***

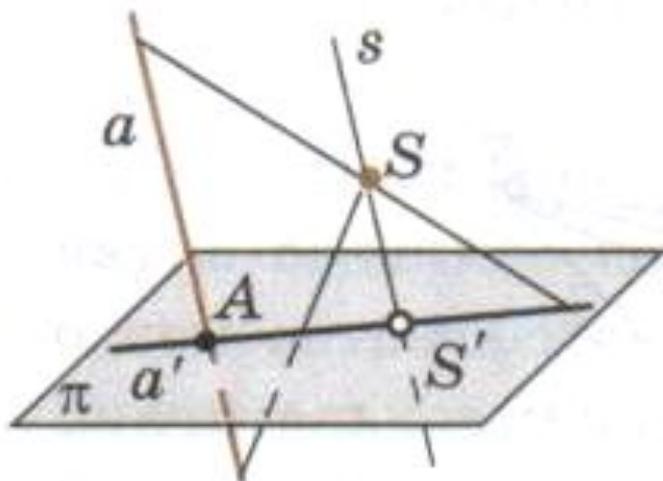
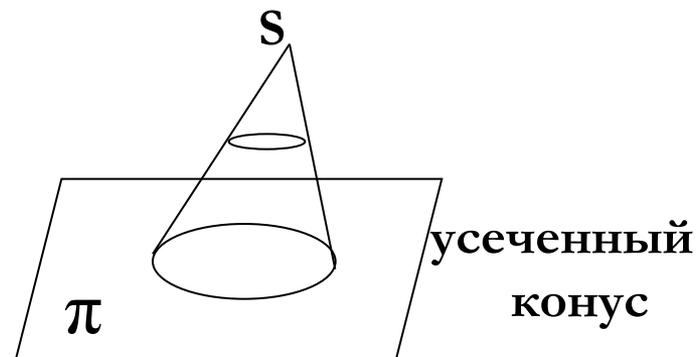
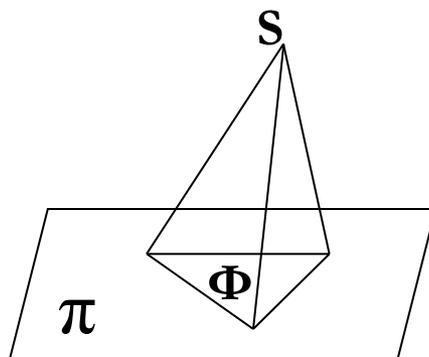
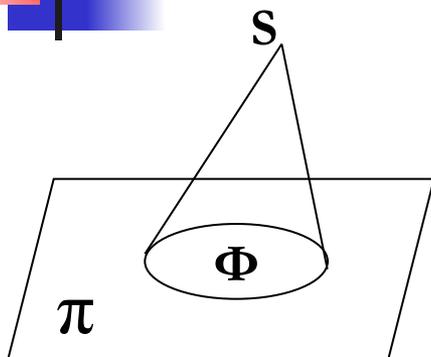
---

1. У всех ли точек пространства существует центральная проекция относительно данной плоскости и центра проектирования?  
Опишите множество точек в пространстве, для которых центральное проектирование не определено.
2. Сделайте рисунки, аналогичные рисункам на предыдущем слайде, для центральных проекций фигуры  $F$ .

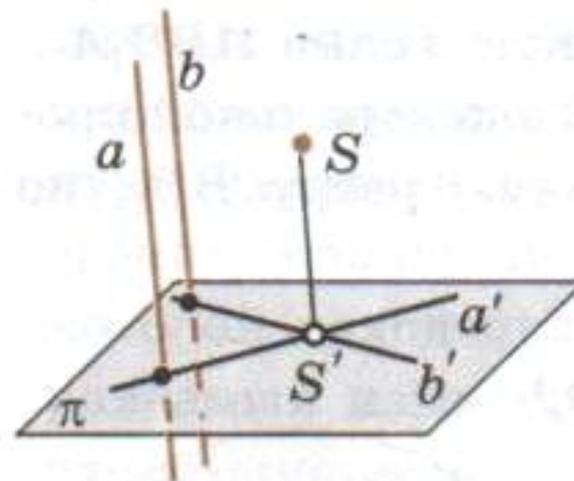


Пусть  $\Phi$  – фигура на плоскости  $\pi$  и  $S$  – точка вне этой плоскости. Отрезки, соединяющие точки фигуры  $\Phi$  с точкой  $S$ , образуют конус.

Частный случай конуса – пирамида.

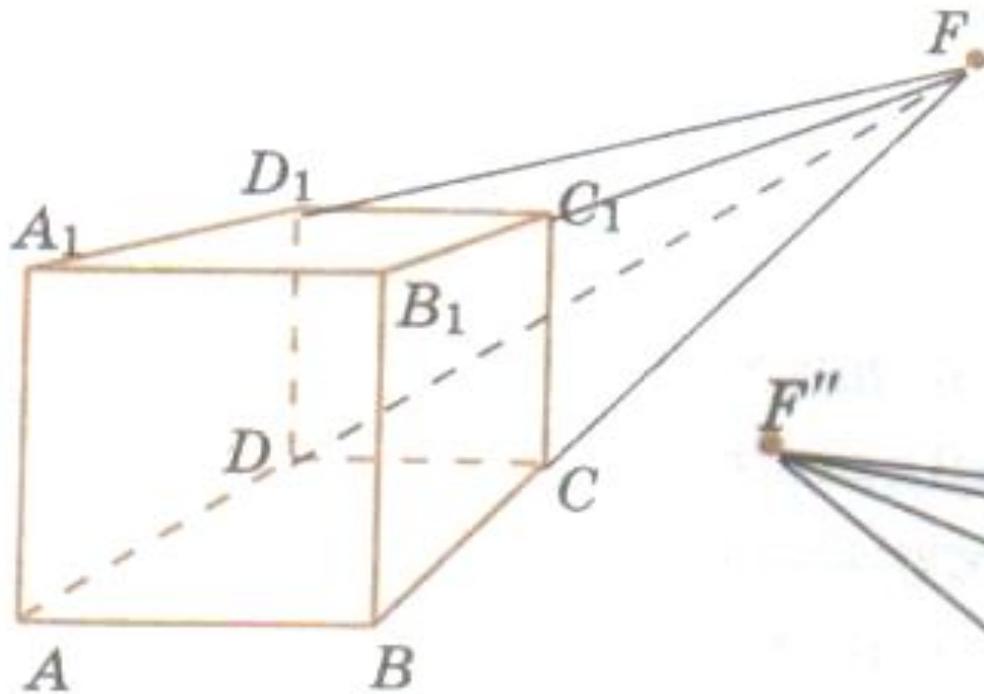


Центральная проекция прямой – прямая

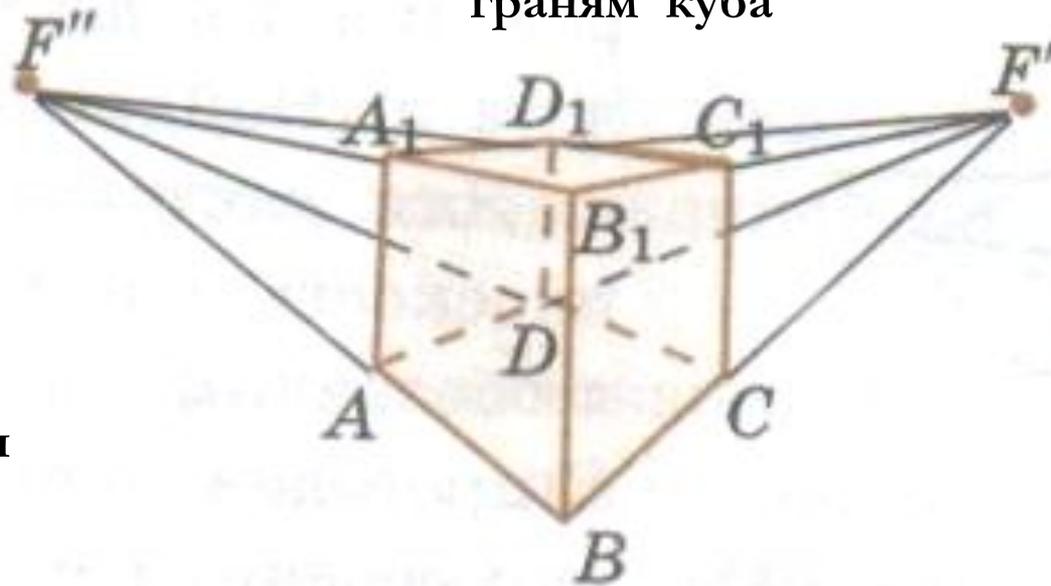


Центральная проекция параллельных прямых – пересекающиеся прямые

# Изображение пространственных фигур в центральной проекции



Куб в центральной проекции на плоскость, параллельную ребру  $BB_1$ , но не параллельную граням куба



Куб в центральной проекции на плоскость, параллельную грани  $ABBA_1$



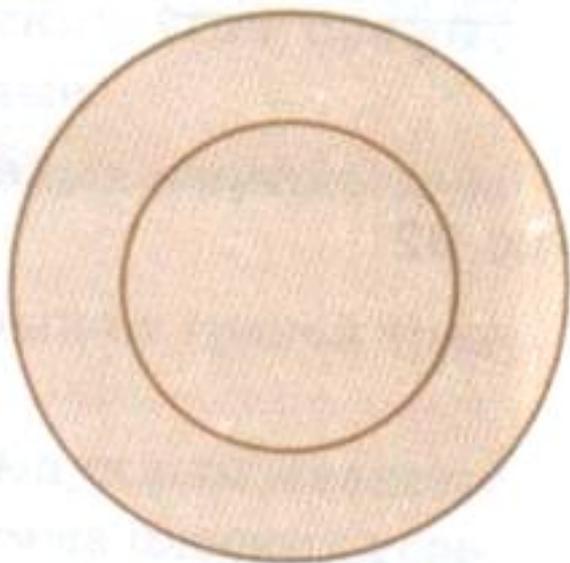
# ***Упражнения***

---

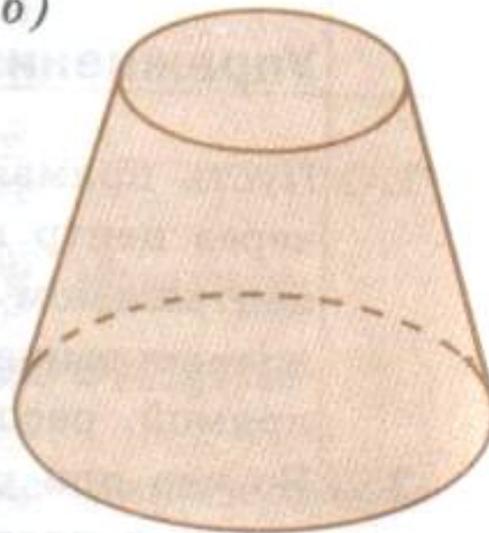
1. В треугольной пирамиде  $ABCD$  проведите сечение, проходящее через точки  $M$ ,  $T$  и  $K$ , принадлежащие соответственно граням  $ADB$ ,  $BDC$  и  $ABC$ .
2. Постройте сечение треугольной пирамиды  $ABCD$  плоскостью, проходящей через точки  $M$  и  $P$  граней  $ABD$  и  $BDC$  параллельно ребру  $AC$ .
3. Во что при центральном проектировании переходит прямая, параллельная плоскости проектирования?
4. Приведите примеры из окружающего нас мира, когда создается впечатление, что параллельные прямые пересекаются.
5. Нарисуйте центральную проекцию правильной четырехугольной пирамиды на плоскость, не параллельную ее основанию.

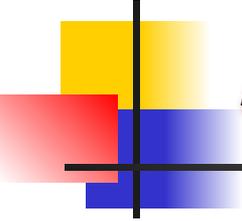
6. На рисунке изображен прямой круговой цилиндр в центральной проекции. Как расположен цилиндр в каждом случае ?

а)



б)





# **Исторические сведения**

---

## **Древнегреческий период**

Центральное проектирование  
– перспектива – первые  
упоминания в Древней Греции,  
работы Эсхила (525-456 гг. до н.э.)

Трактат «О геометрии»  
Демокрит (460-370 гг. до н.э.)

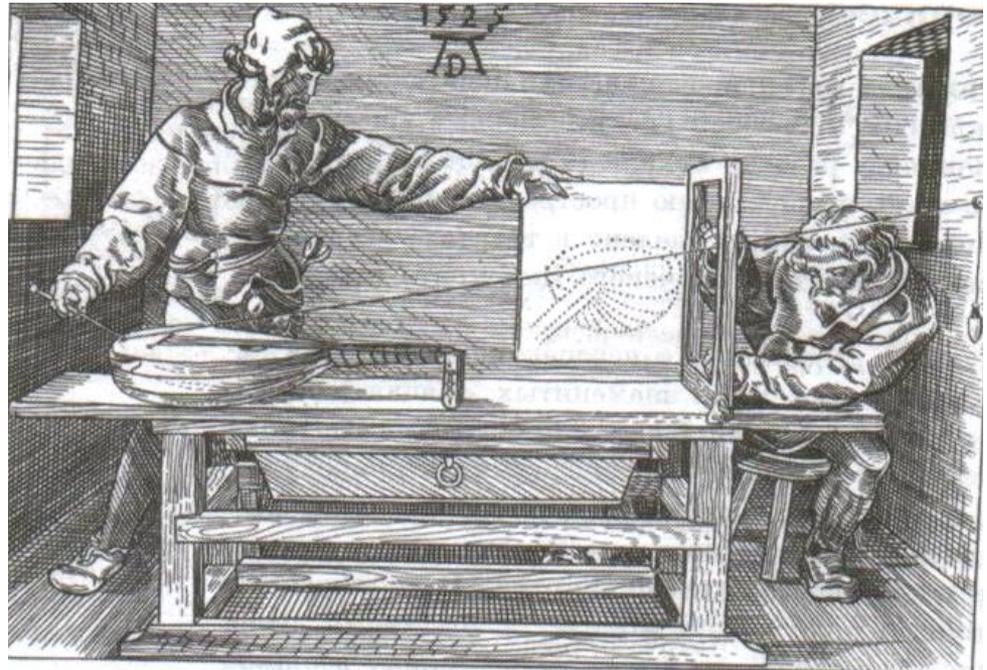
Евклид – работа «Оптика»: система лучей зрения представляется  
в виде пирамиды, вершина которой находится в глазу, а основанием  
ее служит рассматриваемый нами предмет.

Римский архитектор и инженер  
Марк Витрувий Поллион –  
«Об архитектуре»

## **Эпоха Возрождения**

Итальянский архитектор Филиппо Брунеллески (1377- 1446)  
Великие художники Леонардо да Винчи (1452 – 1519) и  
Альбрехт Дюрер (1471 – 1528), устройства для получения  
перспективы, гравюры

Французский ученый,  
геометр, инженер  
Гаспар Монж (1746 – 1818)  
«Начертательная  
геометрия» (1795) –  
систематизированное  
изложение методов  
изображения  
пространственных фигур  
на плоскости.



Русские художники 17 – 19 вв.  
- А.П. Лосенко (1737-1773)  
- А.Г. Венецианов (1780-1847)  
- Н.Н. Ге (1831-1894)