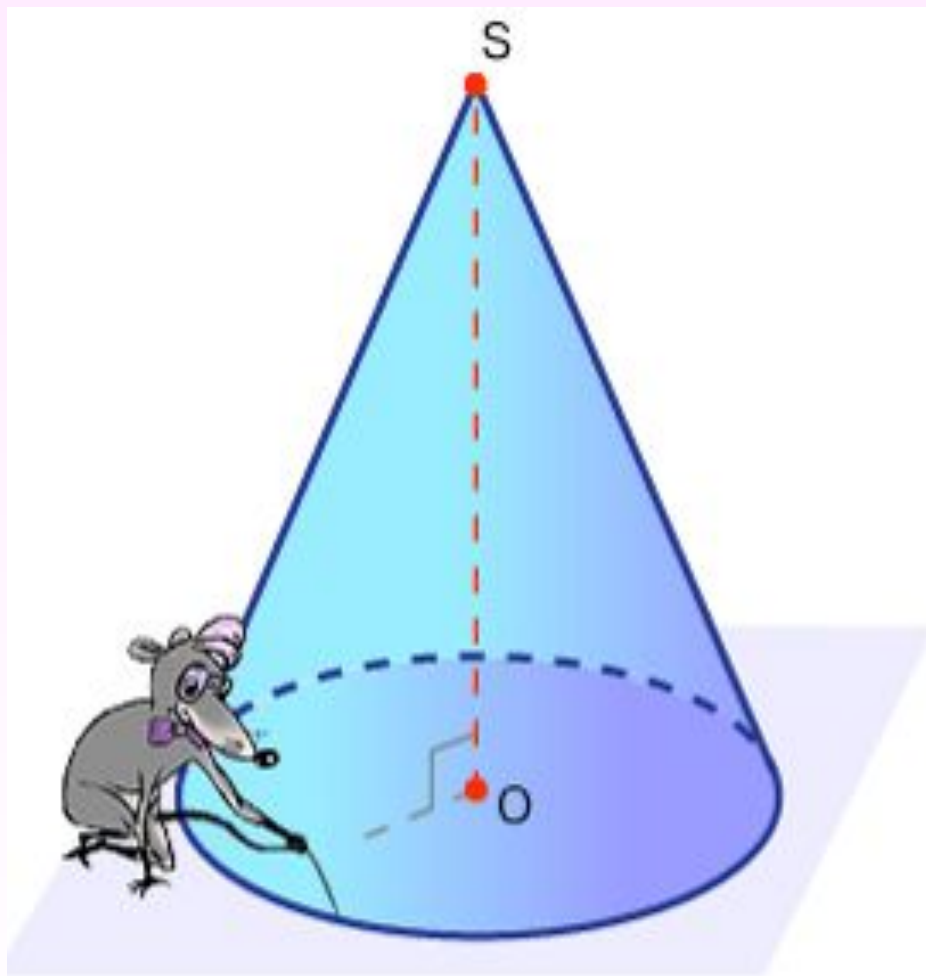
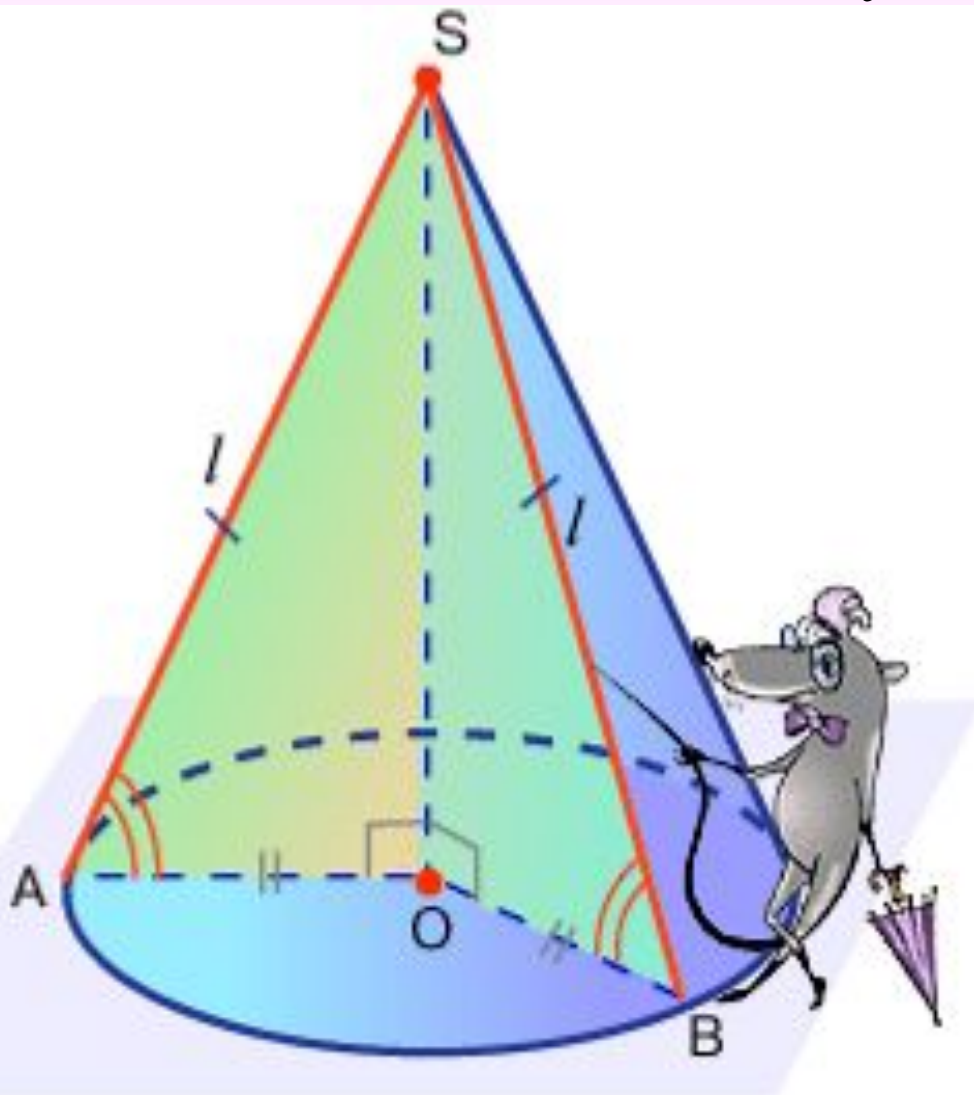


Прямой конус



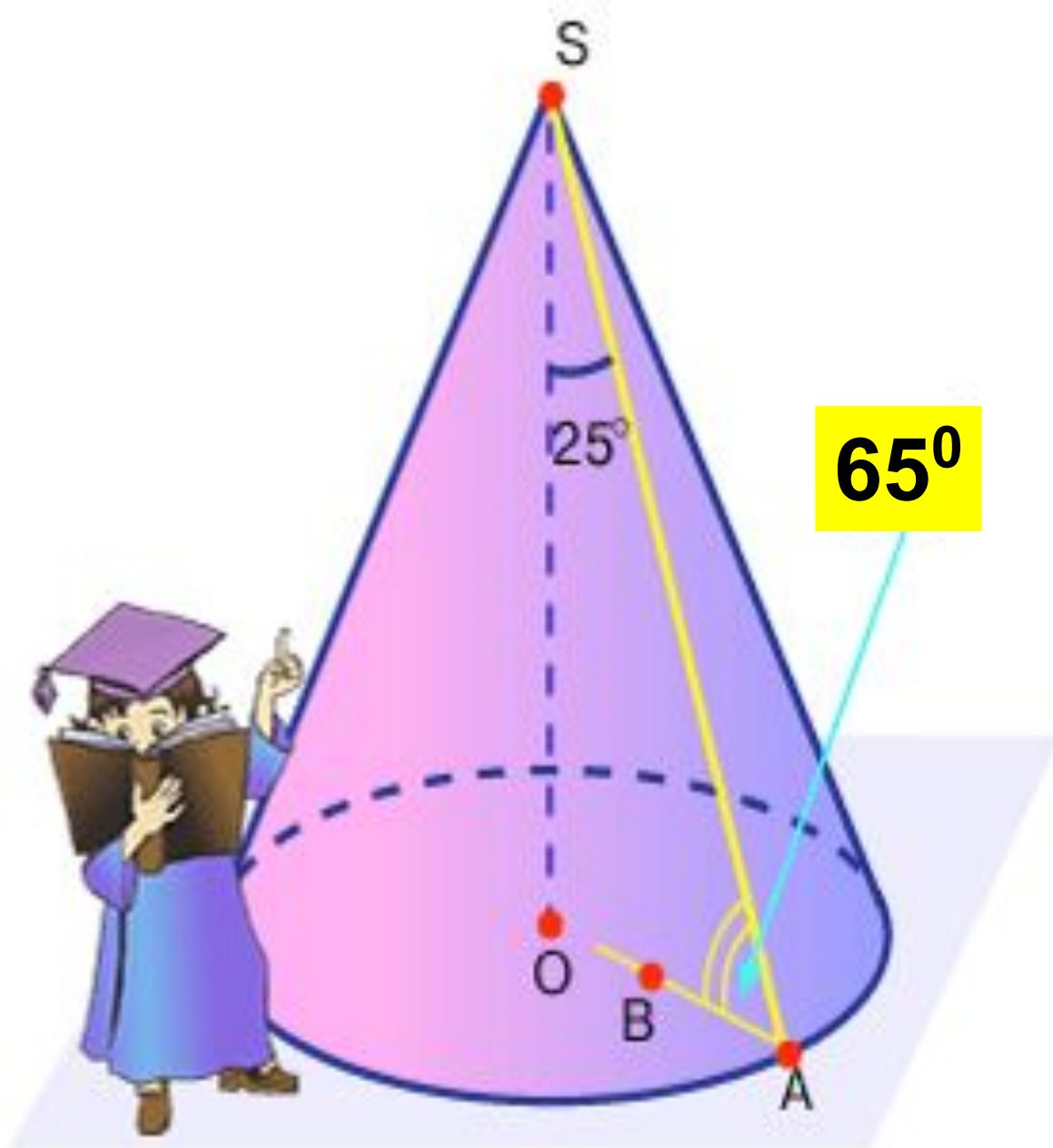
*Конус называется **прямым**, если его высота попадает в центр круга.*

Все образующие конуса равны между собой и составляют один угол с основанием.

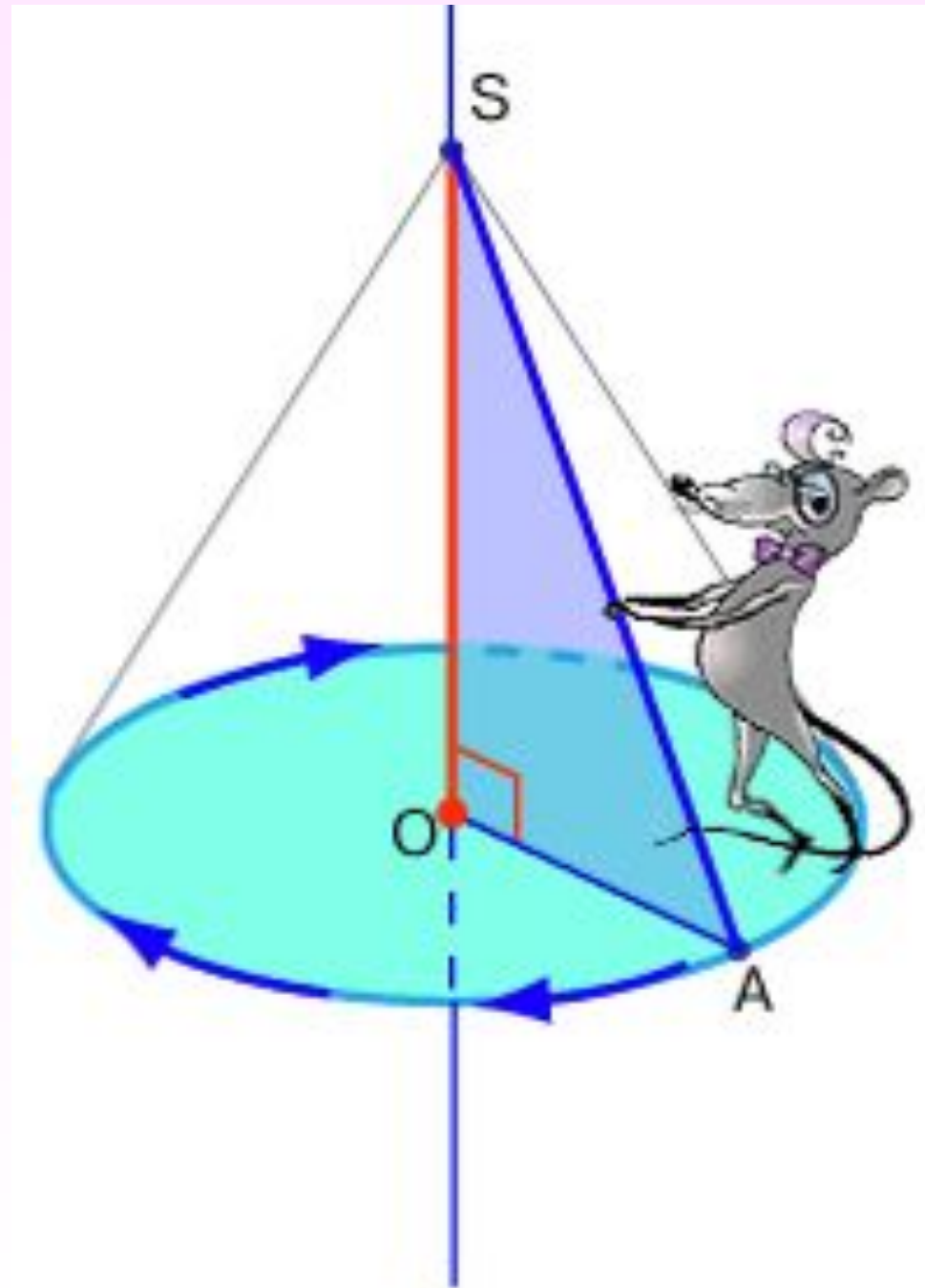




- *Чему равен угол между образующей и основанием конуса, если известен угол между высотой и образующей.*

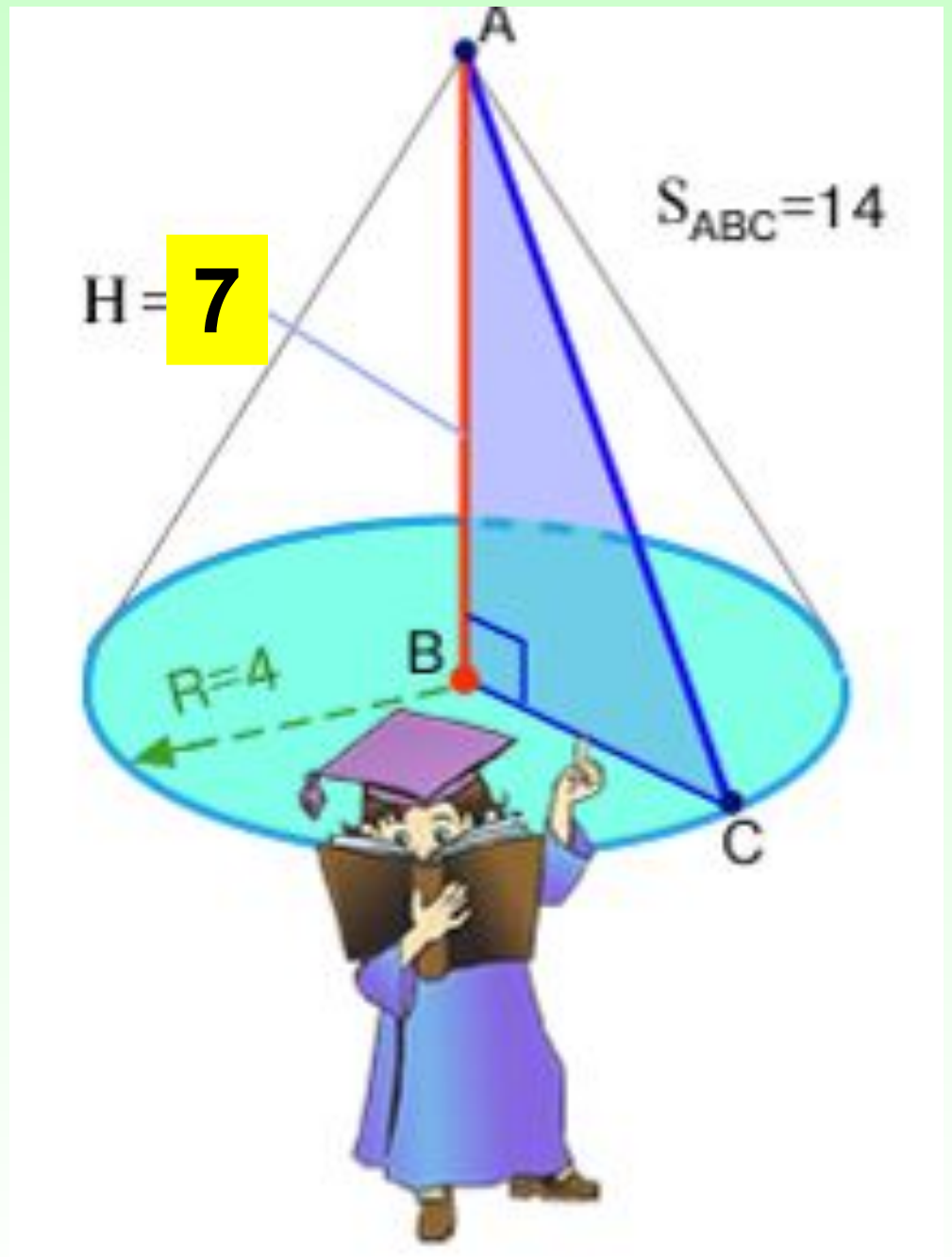


- *Конус можно получить, вращая прямоугольный треугольник вокруг одного из катетов. При этом осью вращения будет прямая, содержащая высоту конуса. Эта прямая так и называется – **осью конуса**.*



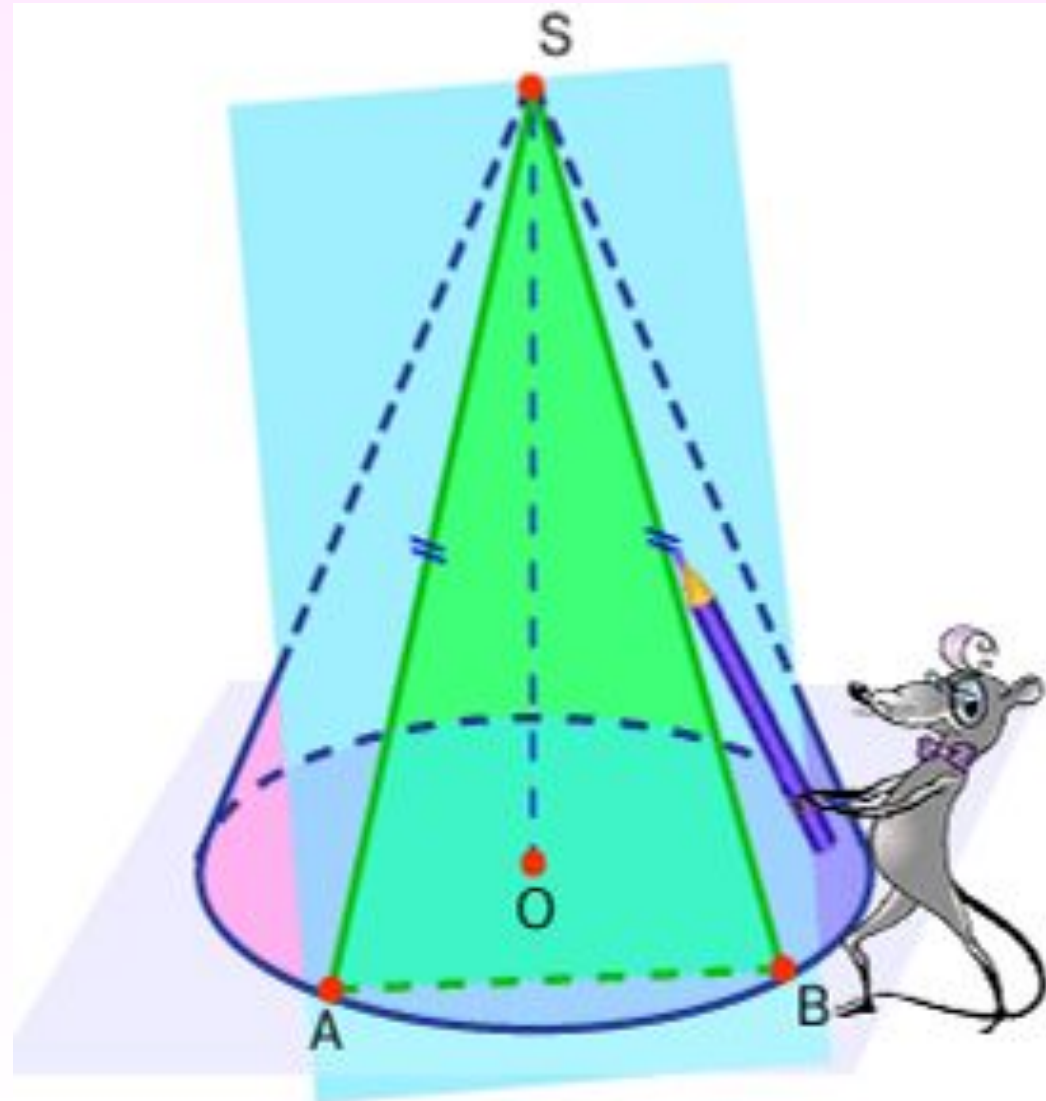


- Конус получен при вращении прямоугольного треугольника $S = 14$. Радиус основания конуса равен 4. Определите высоту этого конуса.*

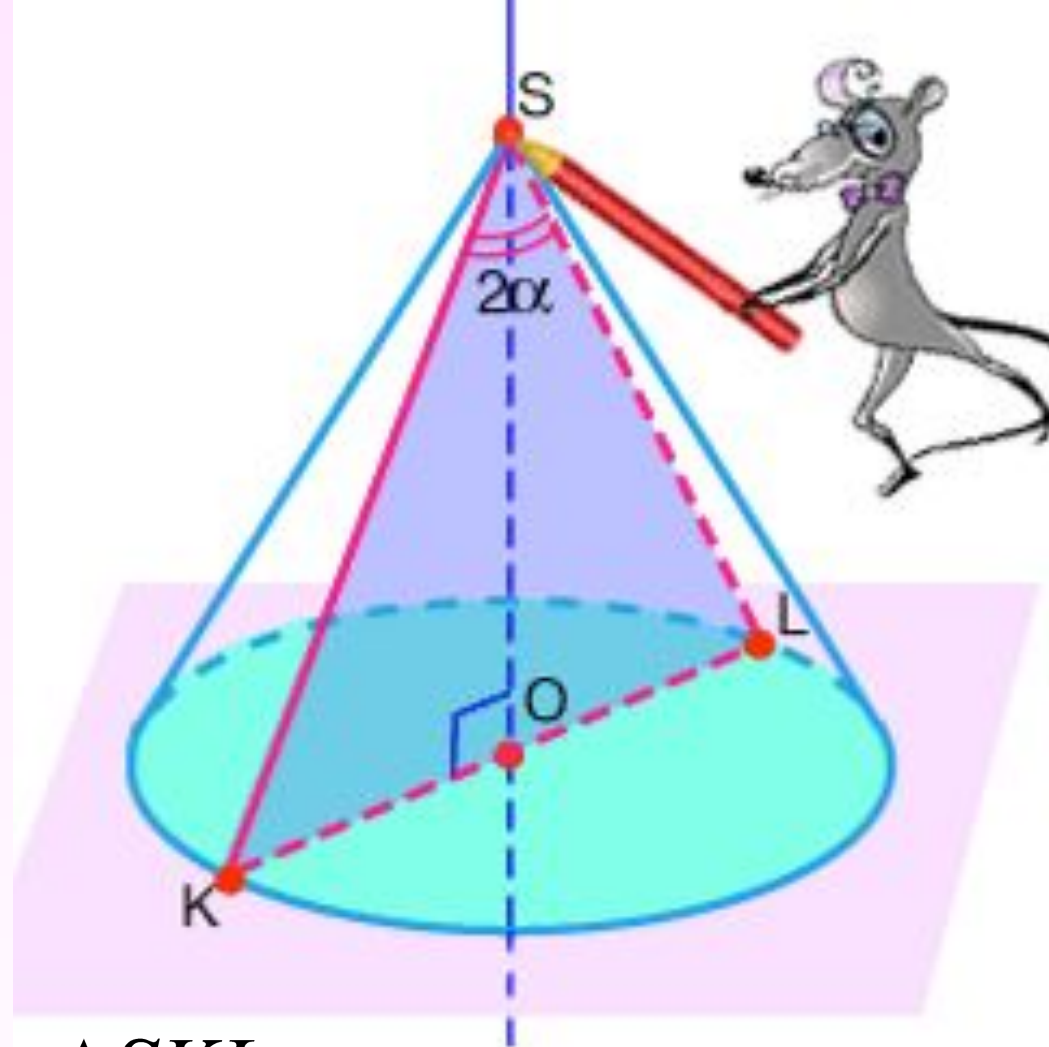


Сечения конуса

- *Если через вершину конуса провести плоскость, пересекающую основание, то в сечении получится равнобедренный треугольник.*



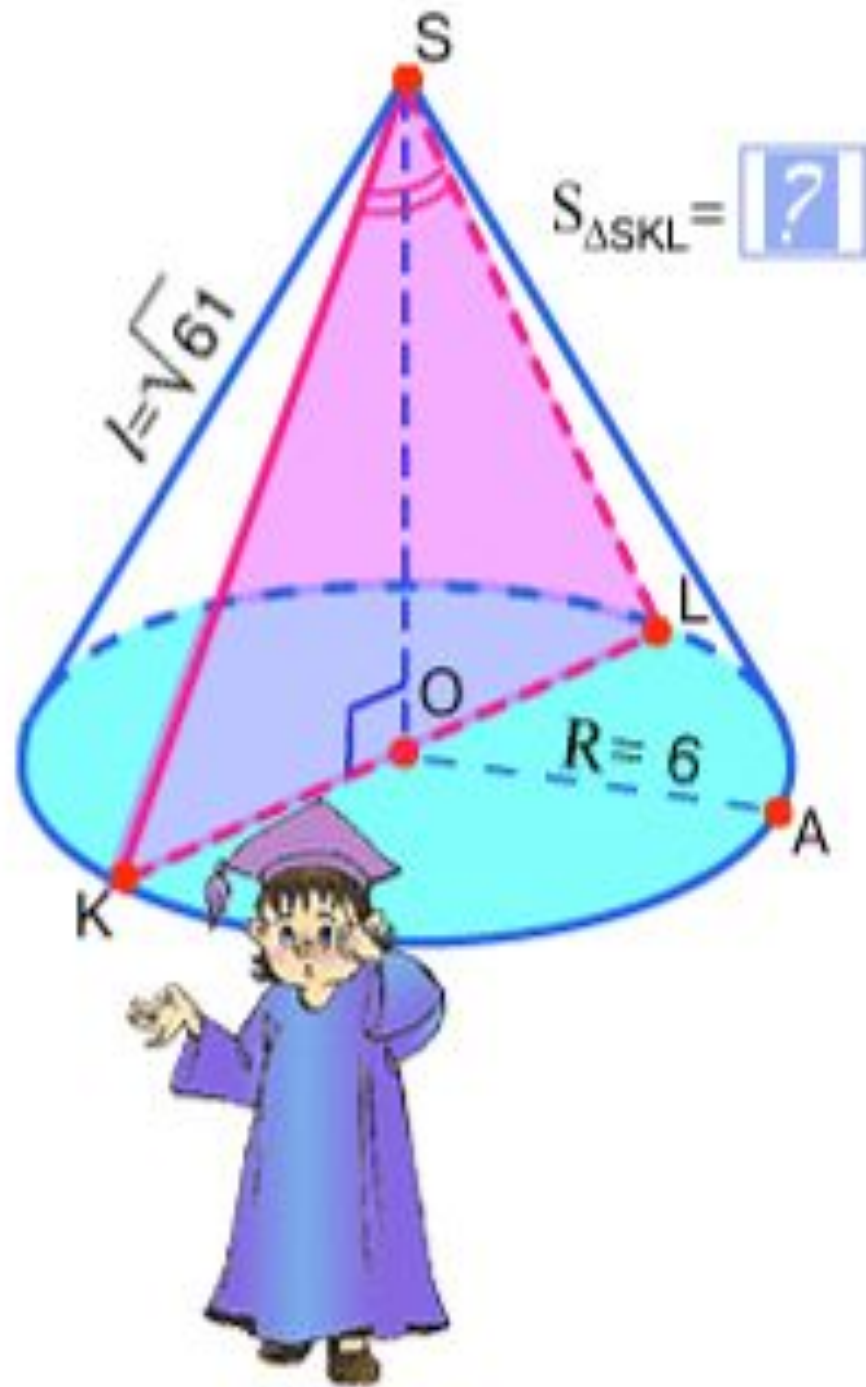
- *Сечение конуса, проходящее через ось, называется **осевым**. В основании осевого сечения лежит диаметр*



ΔSKL – осевое сечение
 $KL = 2R$ – диаметр
 $\angle KSL = 2\alpha$ – угол при
вершине конуса.



- *Найдите площадь осевого сечения, если известны радиус основания конуса и образующая.*

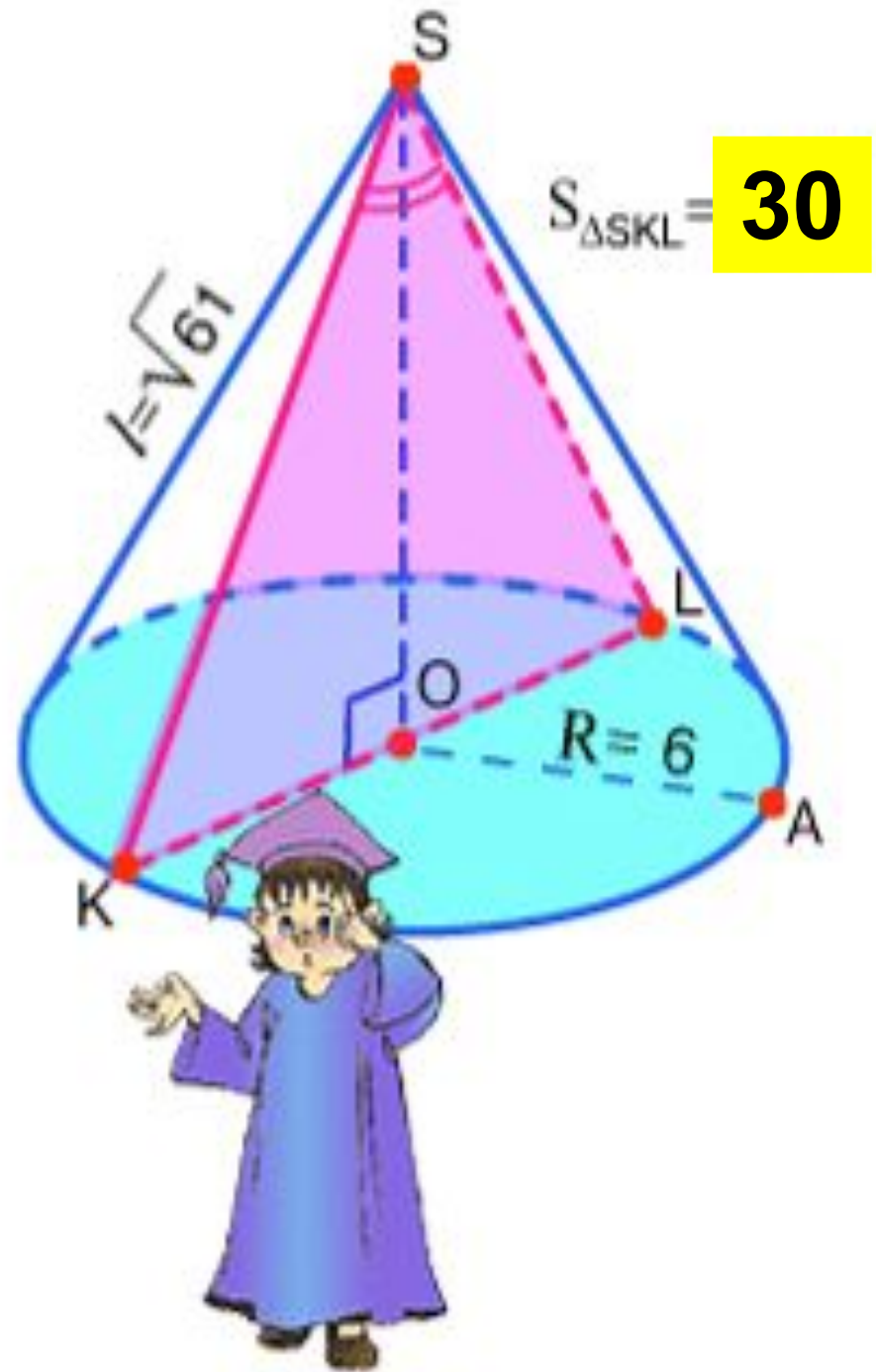


Алгоритм

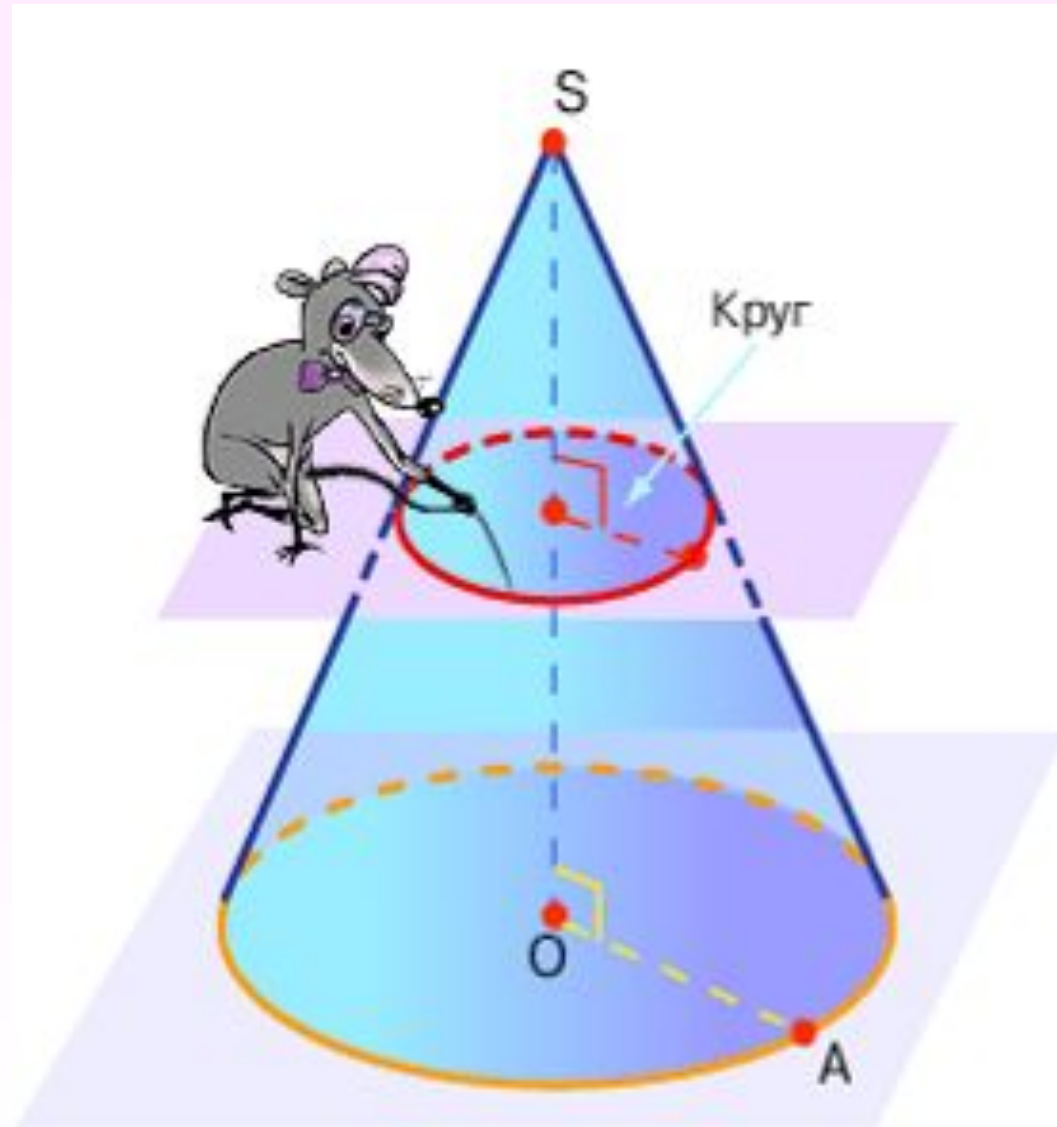
1. По теореме Пифагора найти высоту.
2. Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту



- *Найдите площадь осевого сечения, если известны радиус основания конуса и образующая.*

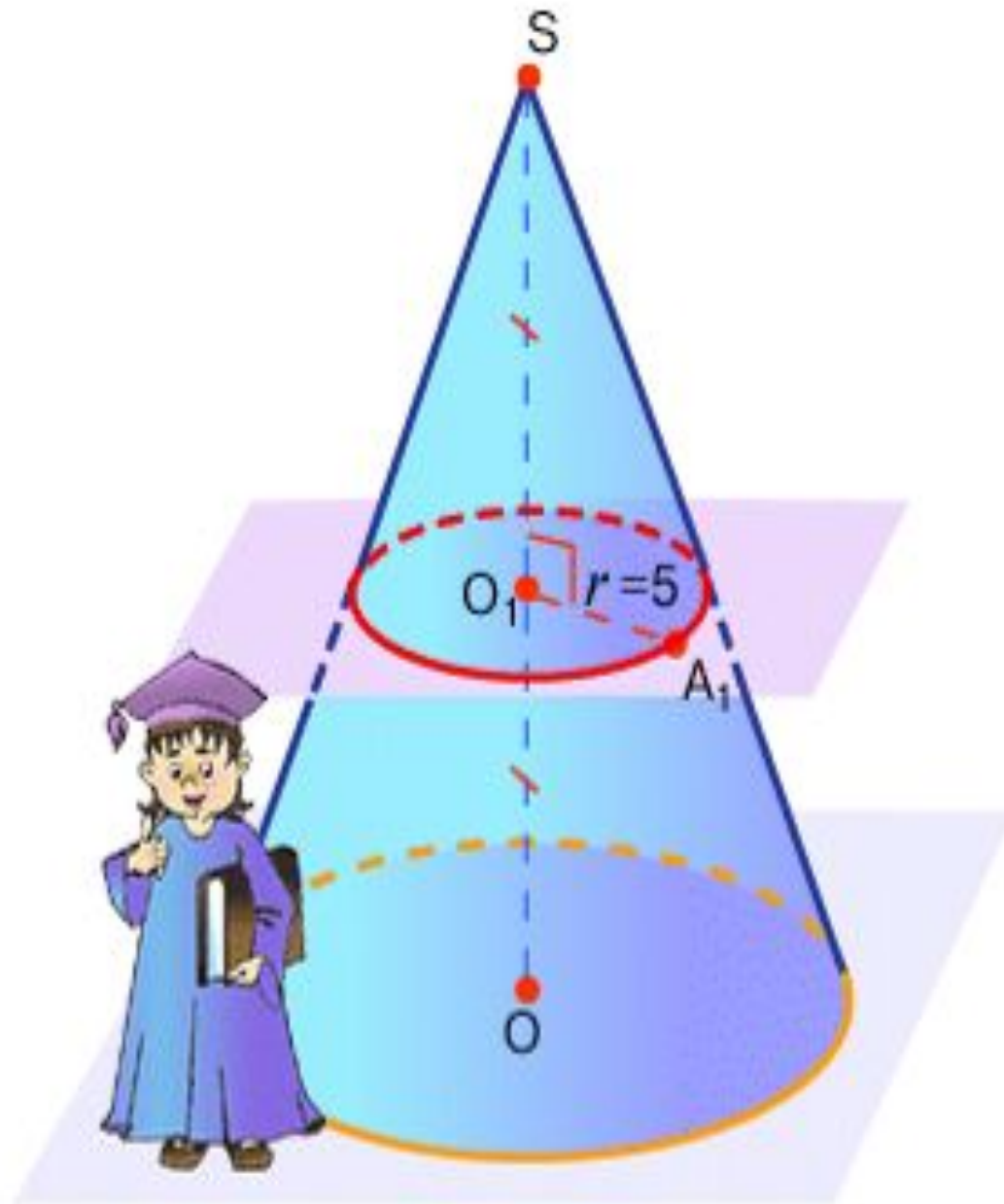


- Любое сечение конуса плоскостью, параллельной основанию, - это *круг*.





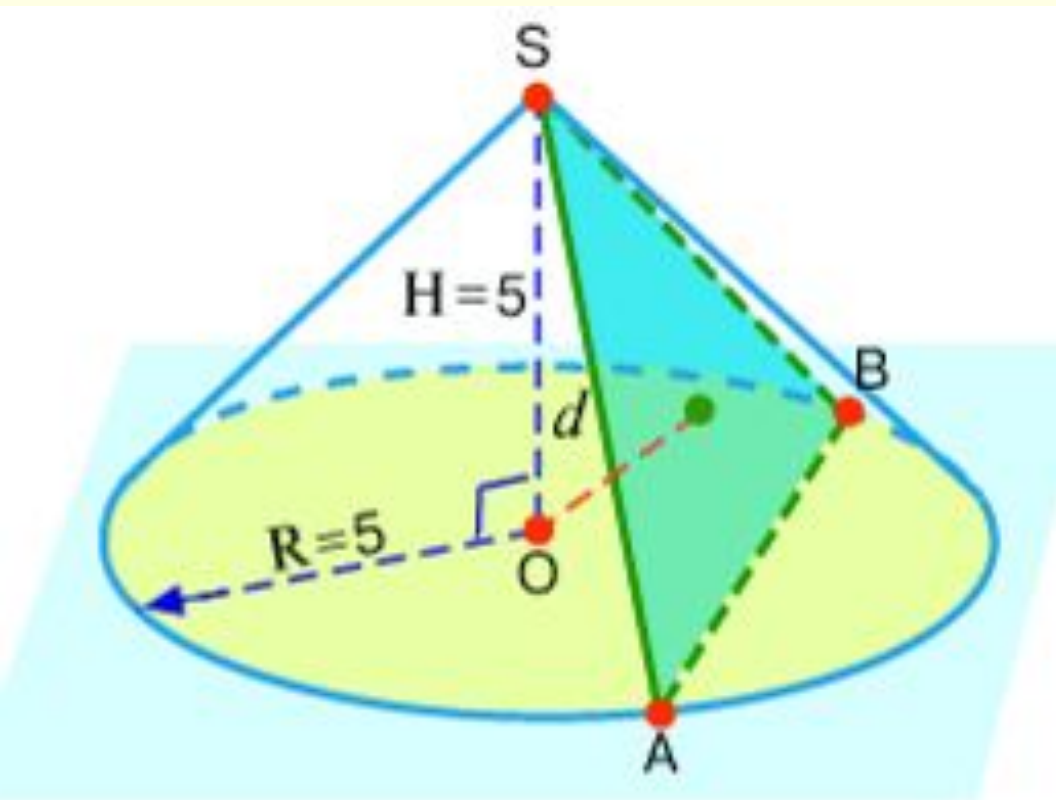
- *Через середину высоты конуса провели плоскость, перпендикулярную оси, и получили круг $R = 5$. Чему равна площадь основания конуса?*



$$S_{\text{осн}} = 100\pi$$

Задача.

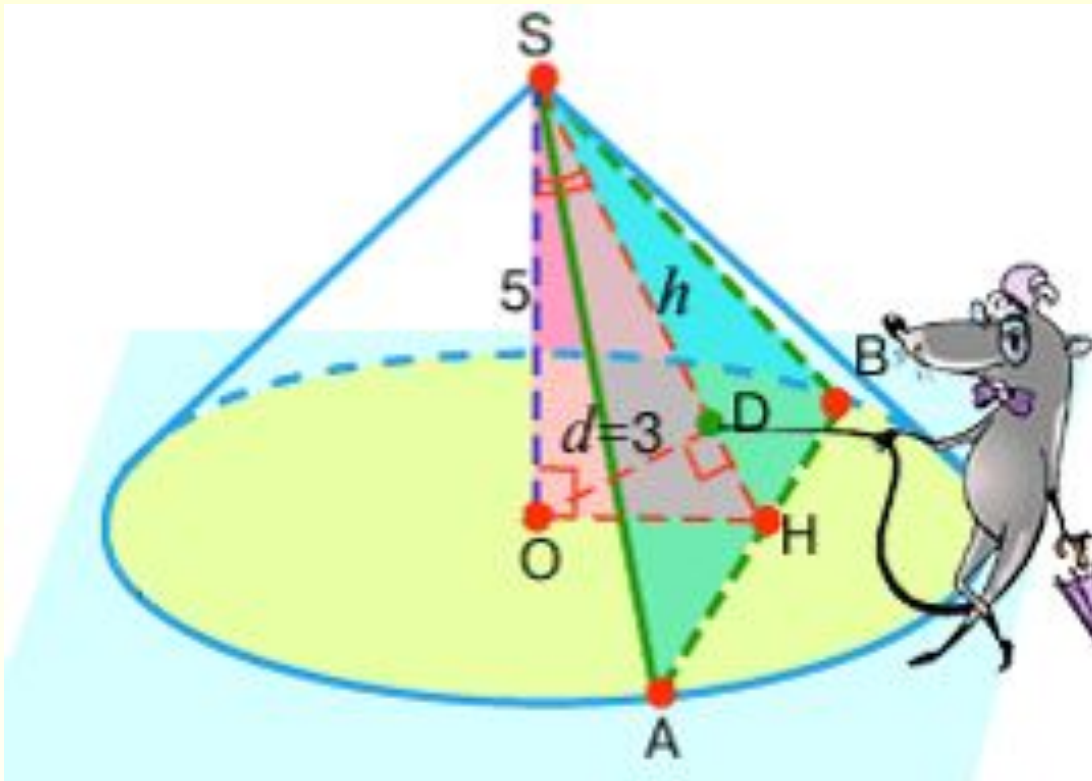
*Дано: $H = R = 5$;
 SAB – сечение;
 $d(O, SAB) = 3$.*



Найти: $S_{\Delta SAB}$



1) В сечении равнобедренный треугольник.
Найдем его высоту.



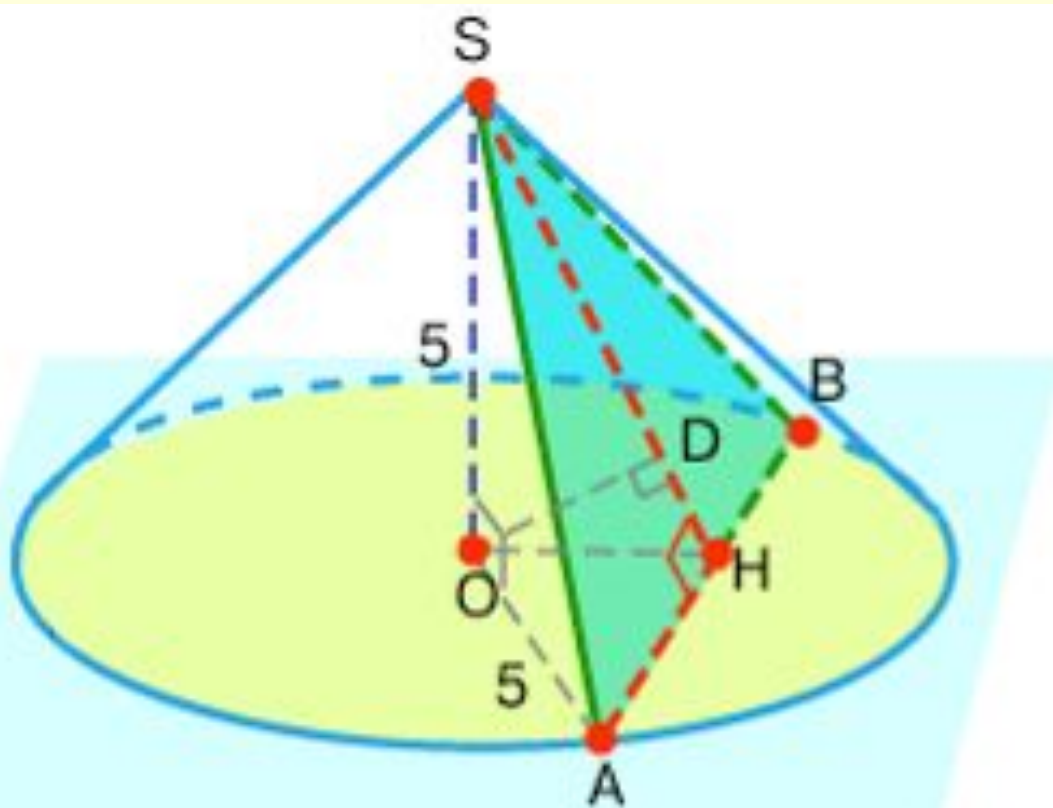
$$\triangle SOH \sim \triangle SDO$$

$$\frac{SD}{SO} = \frac{SO}{SH}$$

$$SH = \frac{SO^2}{SD} = \frac{5 \cdot 5}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = \frac{25}{4}$$



2) *Определим боковые стороны и основание треугольника, являющегося сечением.*



Из $\triangle SOA$:

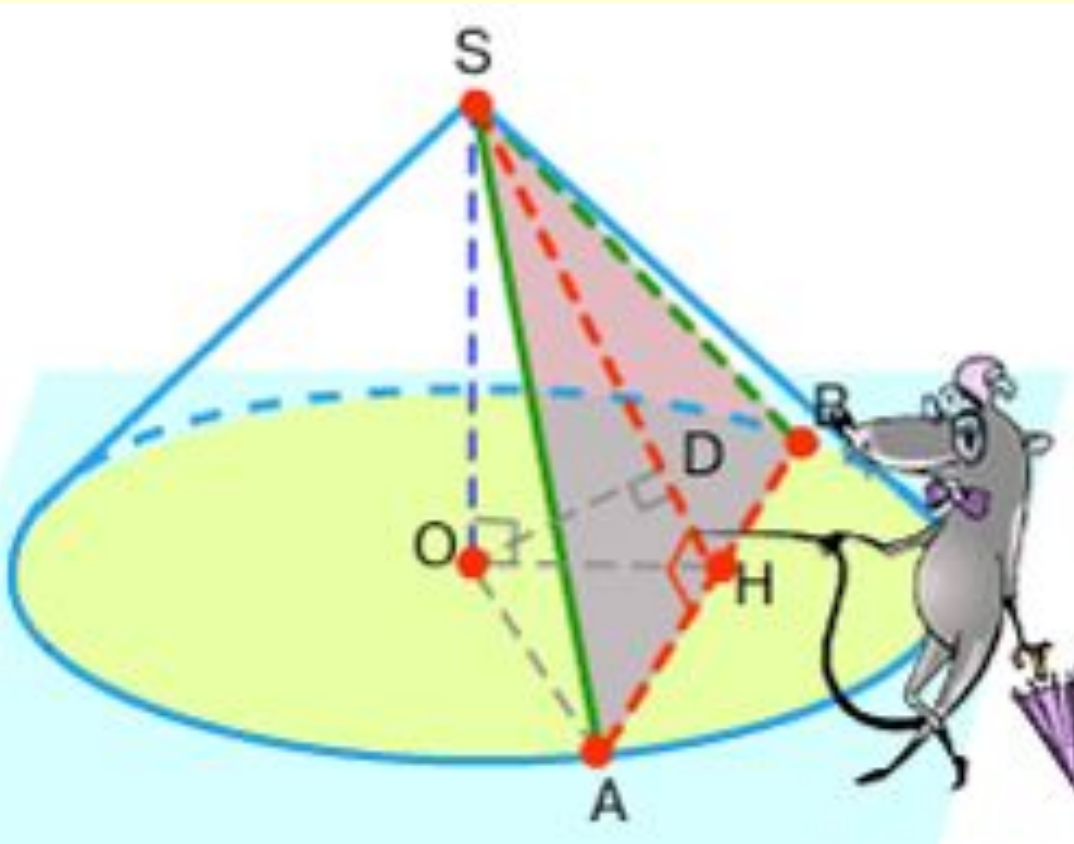
$$SA = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

Из $\triangle SAH$:

$$AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \frac{\sqrt{175}}{4} = \frac{5\sqrt{7}}{4}$$



3) Вычислим площадь треугольника.



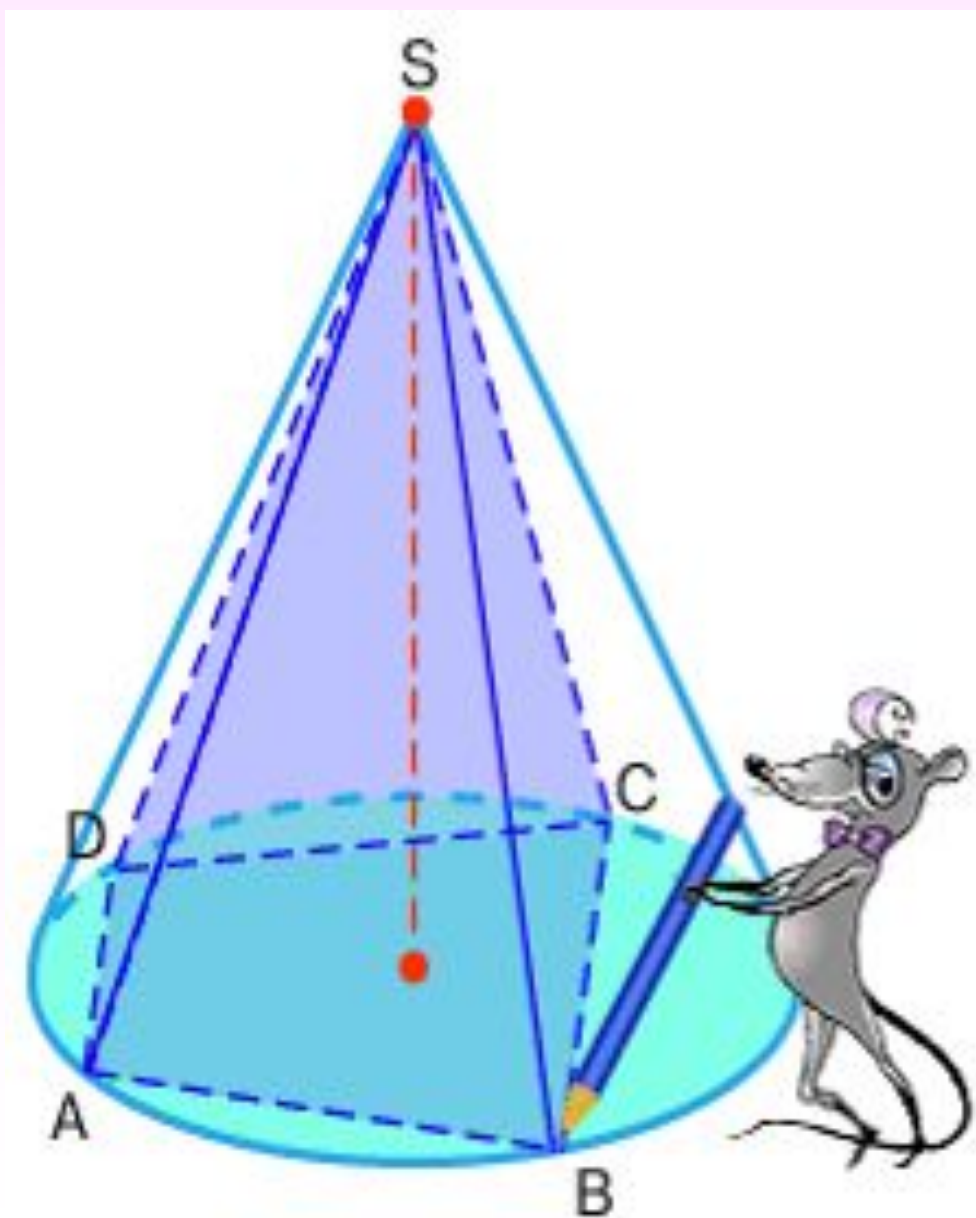
$$SH = \frac{25}{4} \quad AH = \frac{5\sqrt{7}}{4}$$

$$AB = 2 \cdot AH = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

$$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{4} \cdot \frac{5\sqrt{7}}{2} = \frac{125\sqrt{7}}{16}$$

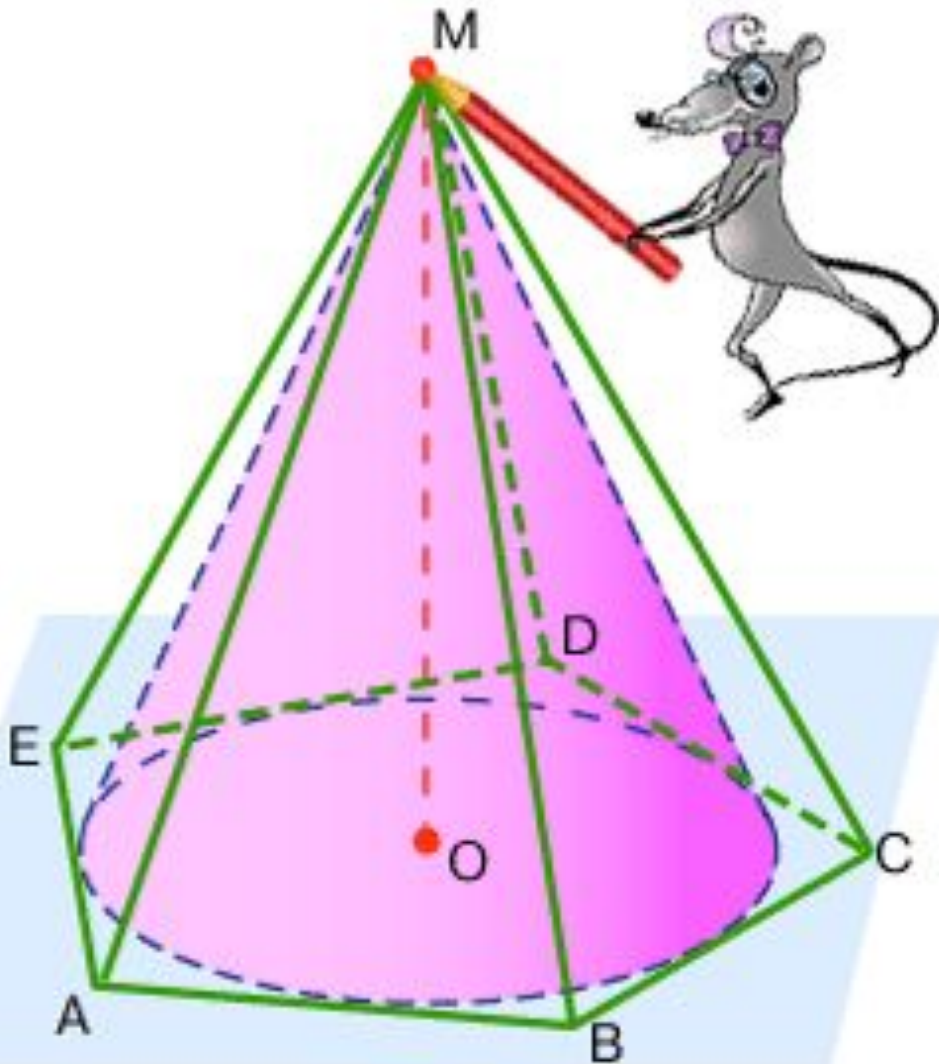


Вписанная и описанная пирамиды.

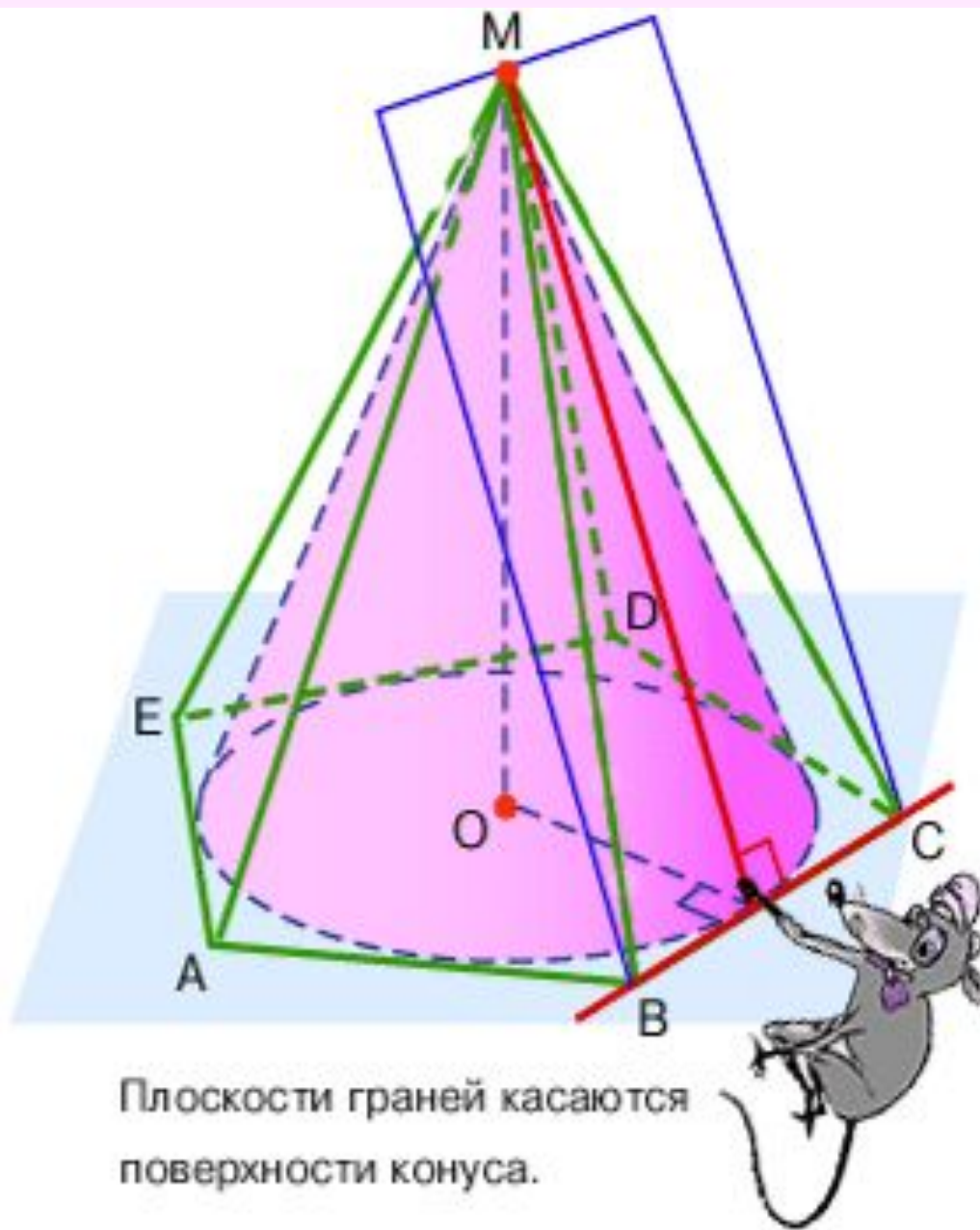


Пирамидой, вписанной в конус, называется такая пирамида, основание которой – многоугольник, вписанный в основание конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.

Описанная пирамида



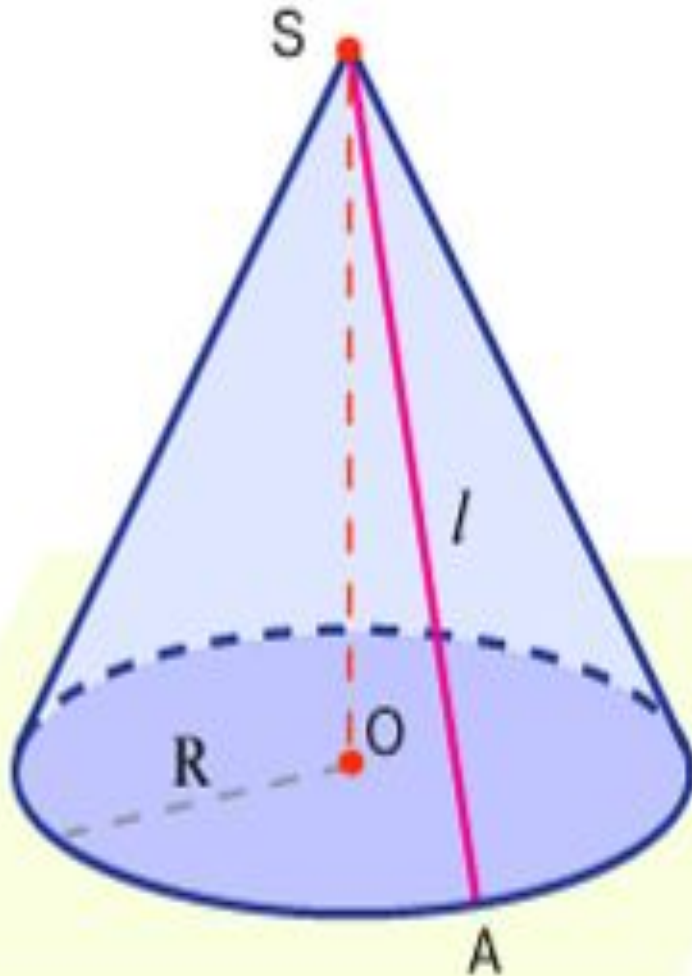
Пирамида называется описанной около конуса, если ее основание – это многоугольник, описанный около основания конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.



*Плоскости боковых
граней описанной
пирамиды проходят
через образующую
конуса и
касательную к
окружности
основания, т.е.
касаются боковой
поверхности конуса.*

Плоскости граней касаются
поверхности конуса.

Теорема. *Площадь боковой поверхности конуса равна половине произведения длины окружности основания на образующую.*



Дано:

R – радиус основания конуса,

l – образующая конуса.

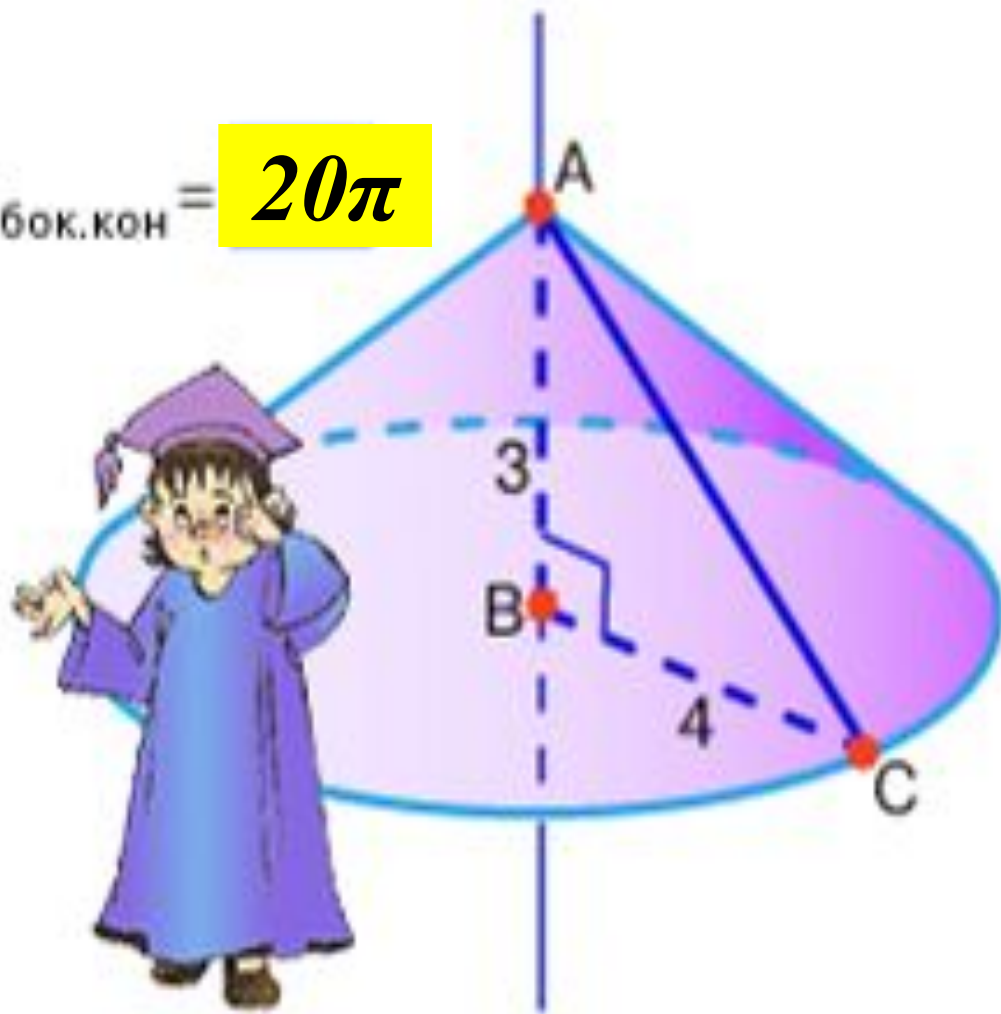
Доказать:

$$S_{\text{бок.кон.}} = \pi Rl$$

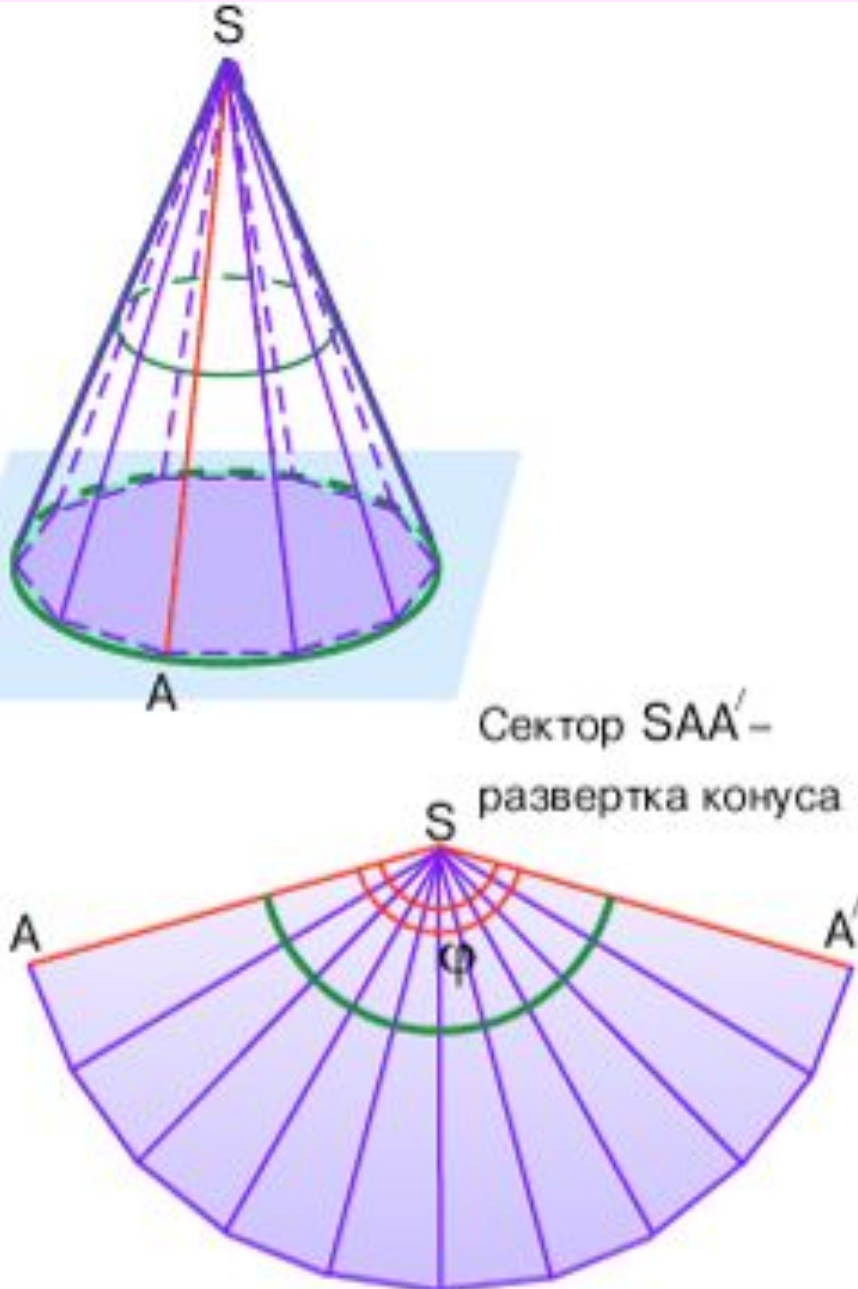
?

- Пусть конус будет получен от вращения прямоугольного треугольника с известными катетами. Найдите боковую поверхность этого конуса.

$$S_{\text{бок.кон}} = 20\pi$$



Развертка конуса.



Развертка конуса – это круговой сектор. Его можно рассматривать как развертку боковой поверхности вписанной правильной пирамиды, у которой число боковых граней бесконечно увеличивается.

- *Зная угол, образованный высотой и образующей конуса, можно вычислить угол сектора, полученного при развертке конуса, и наоборот.*

