

**Задания В4 из Открытого банка  
заданий 2014**

# **Вписанные и описанные окружности**

**Презентация выполнена  
учителем математики  
Дорошенко Н.И.**

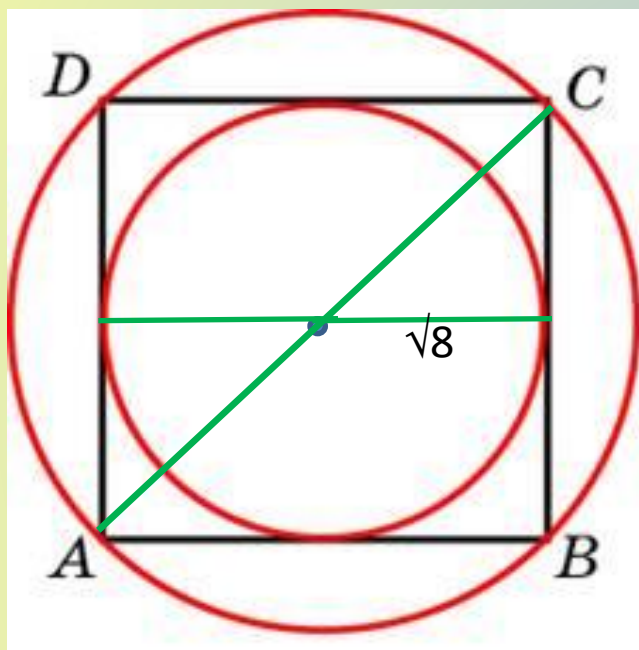
Около окружности, радиус которой равен  $\sqrt{8}$ , описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

## Решени

$$AB = 2\sqrt{8} = a$$

### 1 способ

Т.к.  $R = a / \sqrt{2} \longrightarrow R = \frac{2\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{2 * 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$



### 2

### способ

$R = AC/2$ ,  $AC$  можно найти из  $\triangle ACB$

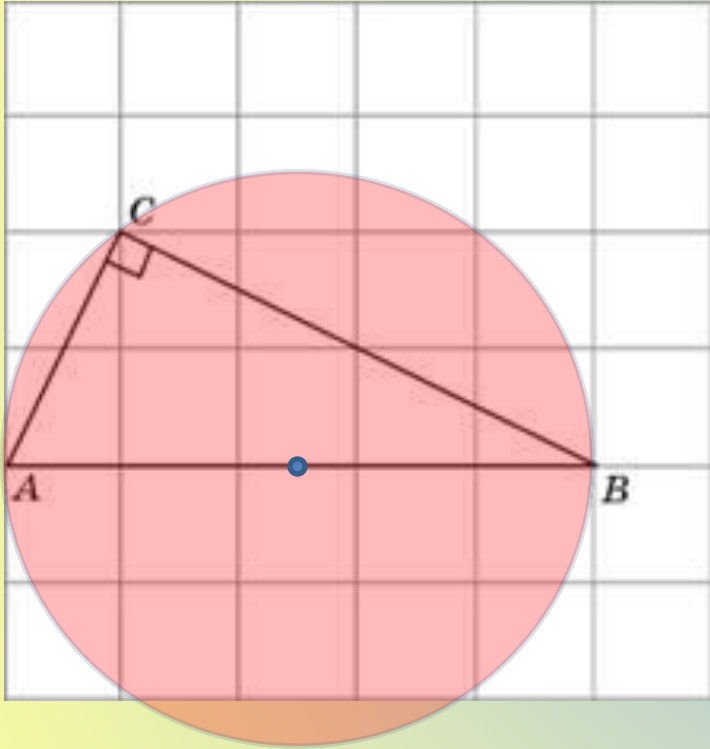
по теореме Пифагора, зная стороны квадрата

Отве

4			
---	--	--	--

Т:

Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника  $ABC$ , если стороны квадратных клеток равны 1.



## Решени

е:

Т.к. центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника лежит на середине гипотенузы, а ее длина равна 5, то  $R = 2,5$

№ 27946

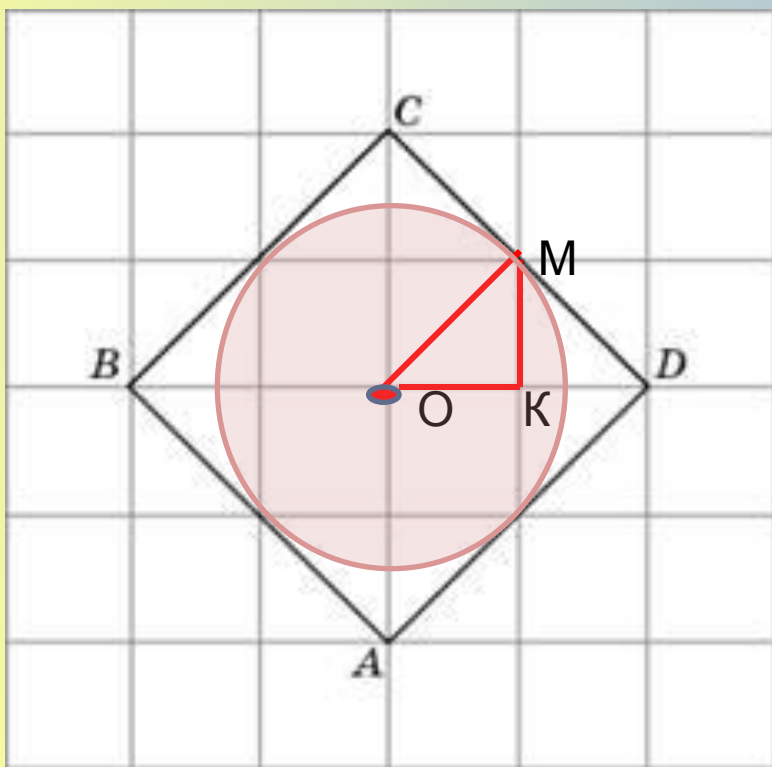
Отве

2	,	5	
---	---	---	--

Т:

Найдите радиус окружности, вписанной в квадрат  $ABCD$ , считая стороны квадратных клеток равными  $\sqrt{2}$ .

## Решени



$r = OM$ , т.к.  $OM$   
перпендикуляр  
к  $CD$

Из  $\triangle OMK$  найдем  
гипотенузу

$OM$  по теореме Пифагора  
 $OM = 2 = r$

Отве

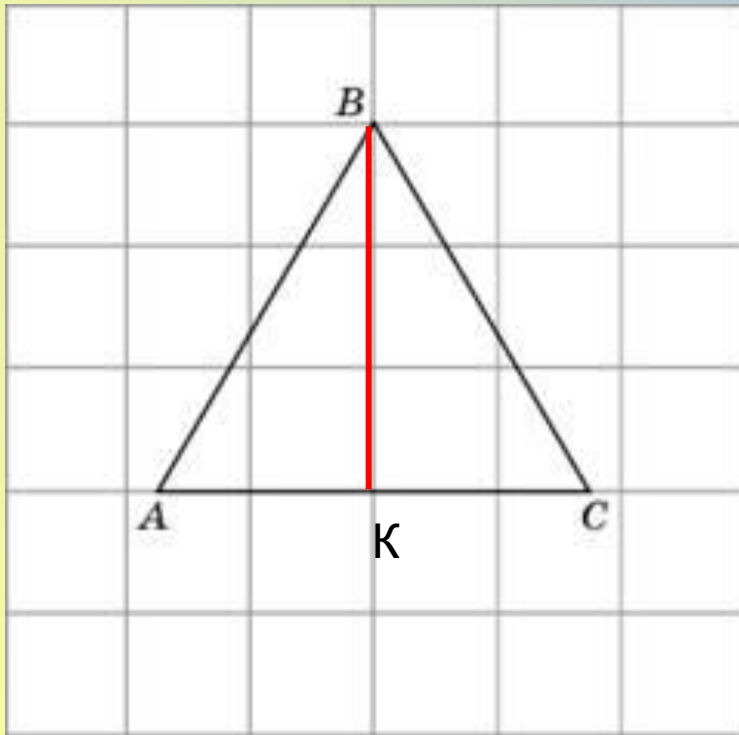
2

№ 27948

Т:

Найдите радиус окружности, описанной около правильного треугольника  $ABC$ , считая стороны квадратных клеток равными 1.

## Решени



Треугольник  $ABC$  равнобедренный.  $BK$  – медиана и высота. Т.к.  $O$  – центр окружности является точкой пересечения

$$R = \frac{2}{3} BK \rightarrow R = 2$$

Отве 

2			
---	--	--	--

№ 27950

Т:

Найдите радиус  $r$  окружности, вписанной в четырехугольник  $ABCD$ .  
В ответе укажите  $r\sqrt{10}$ .

# Решени

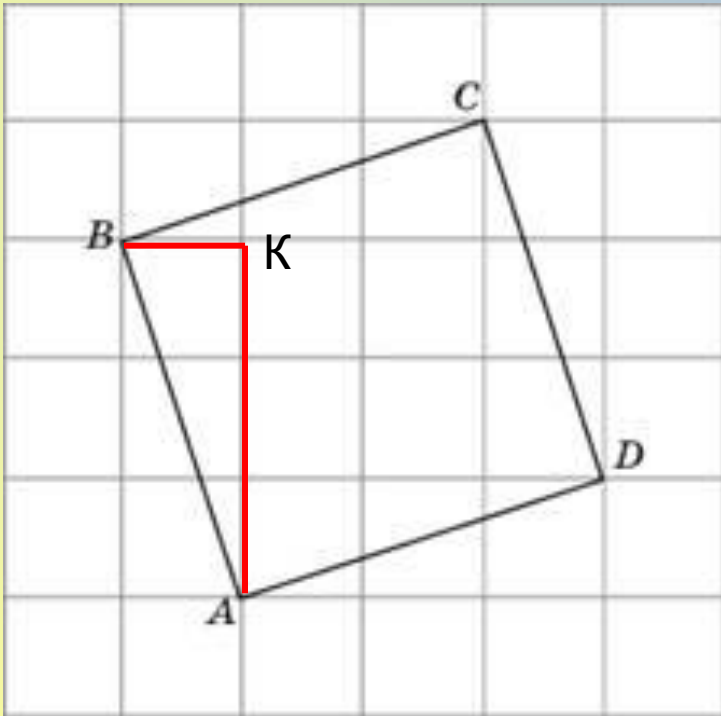
$$r = \frac{1}{2}AB \quad \text{е:}$$

АВ найдем из треугольника  
АВК

по т. Пифагора.

$$AB = \sqrt{10}$$

$$r = 0,5 \sqrt{10}$$



Отве

5			
---	--	--	--

№ 27952

Т:

В четырехугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB=10$ ,  $CD=16$ .  
Найдите  
периметр четырехугольника.

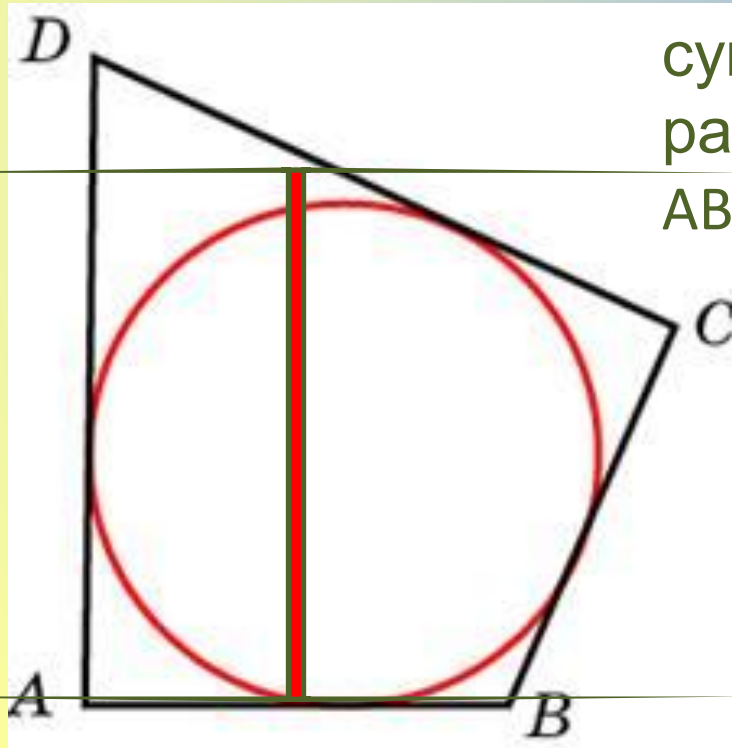
## Решени

е:  
В любом описанном  
четырёхугольнике  
суммы противоположных сторон  
равны.



$$AB+CD= 26$$

$$P = 26*2 = 52$$



Отве

5	2		
---	---	--	--

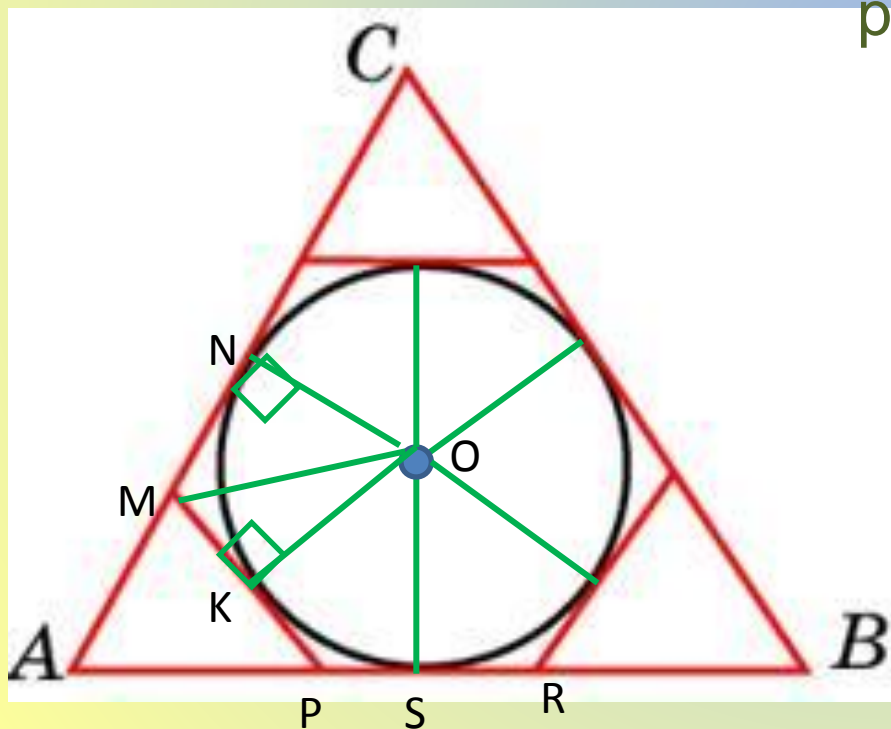
№ 27939

Т:

К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.

## Решени

Т.к.  $OM$  и  $ON$  – радиусы, проведенные в точку касания,  $\rightarrow$  значит треугольники  $MNO$  и  $MKO$  то  $\angle MNO = \angle OKM = 90^\circ$ ,



равны по катету и гипотенузе,

$MK = MN$ , так же  $KP = PS$ , значит  $MP = MN + PS$ .

Аналогично для треугольников с периметрами 10 и 8.

Т.о. периметр данного треугольника равен сумме исходных периметров, т.е.

24 № 27943

Отве

2	4		
---	---	--	--

Т:

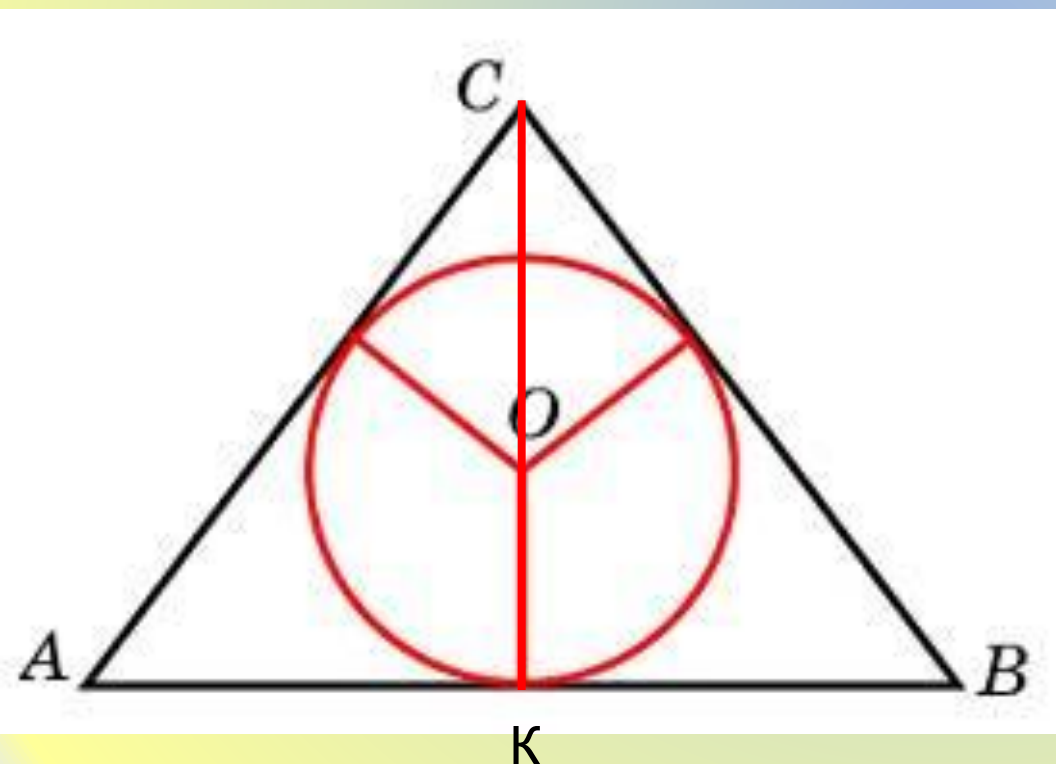


Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.

## Решени

СК – медиана, биссектриса, высота  
треугольника.

$$S = Pr:2$$



Из  $\triangle ACK$  по т.  
Пифагора найдем высоту  
СК.

$$CK = 4,$$

$$S = \frac{1}{2} * AB * CK = 12,$$

$$P = 16,$$

$$r = 2S:P = 24:16 = 1,5$$

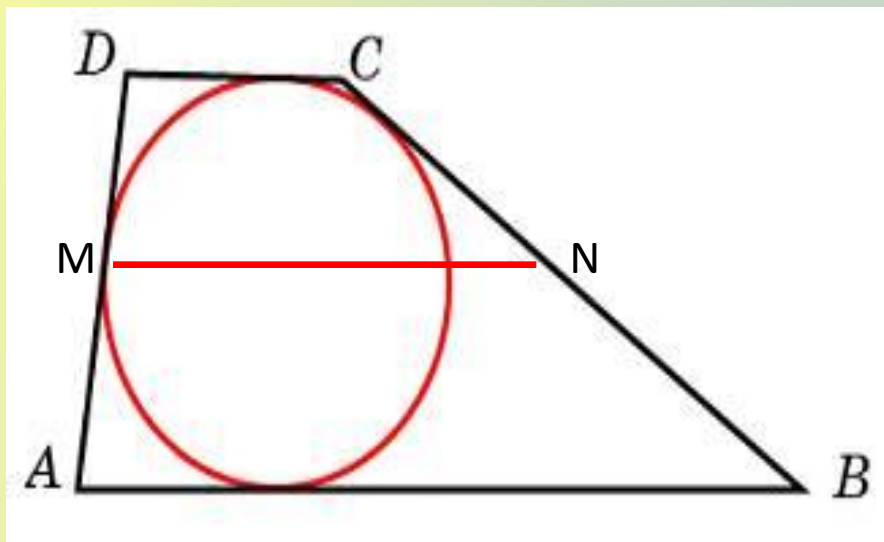
Отве

1	,	5	
---	---	---	--

№ 27934

Т:

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.



## Решени

Пусть  $e$  – средняя линия трапеции,  
 $MN = \frac{1}{2}(DC+AB)$   
 $AD+CB = 8$

В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

$$DC+AB = 8$$

Таким образом  $MN = 4$

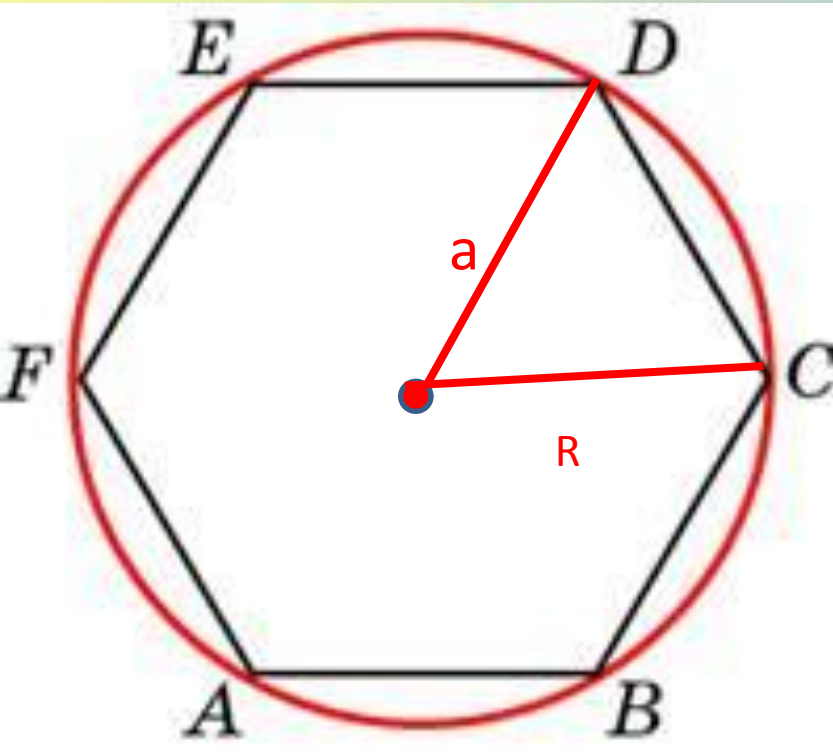
№ 27936

Отве

4			
---	--	--	--

Т:

Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.



Решени

е:

$P = 72$ , значит  $a = 12$ , т.к.  $R = a = 12$



$$D = 2R = 24$$

Отве

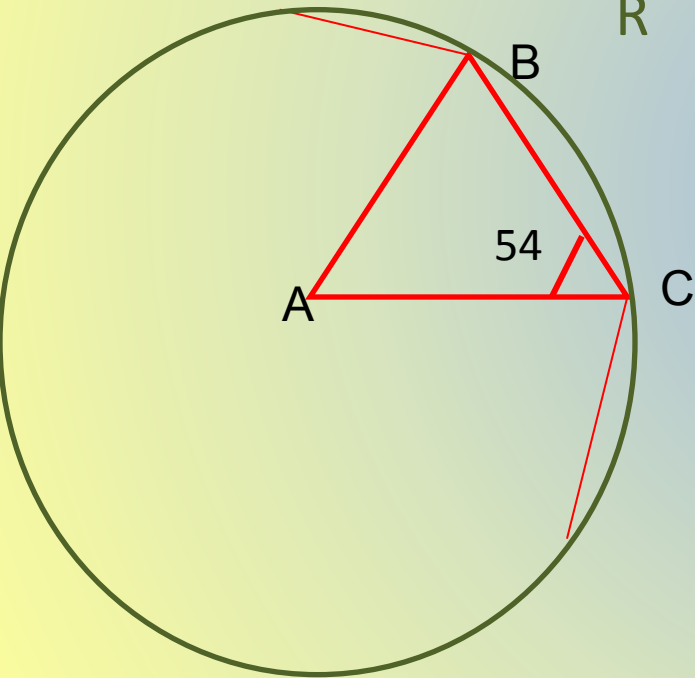
2	4		
---	---	--	--

№ 27929

Т:

Угол между стороной правильного  $n$ -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен  $54^\circ$ . Найдите  $n$ .

## Решени



$$AB = AC = R \longrightarrow \triangle ABC$$

равнобедренный

$$\angle A = 180^\circ - 54^\circ \cdot 2 = 72^\circ$$

$$n = 360^\circ : 72^\circ = 5$$

№ 27930

Отве 

5			
---	--	--	--

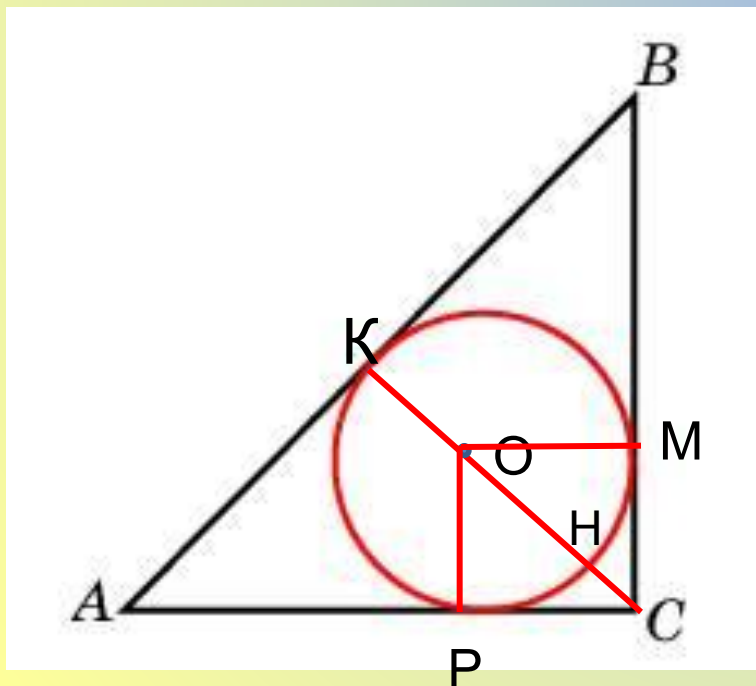
Т:

Радиус окружности, вписанной в равнобедренный прямоугольный треугольник, равен  $\sqrt{2}$ . Найдите гипотенузу  $c$  этого треугольника.

В ответе укажите

СК – медиана биссектриса, высота равнобедренного треугольника ABC.

OK = OP = OM = r = 2  
AC – касательная, СК – секущая



Решение:

→  $CP^2 = CH \cdot CK$ , т.к.  $CH = CK - 4$ , то  
 $2^2 = (CK - 4) \cdot CK$ ,  
 $CK = 2(1 + \sqrt{2})$   
 Т.к. треугольник AKC равнобедренный ( $\angle KAC = \angle ACK = 45^\circ$ ), то  $KC = AK$   
 $AB = 2AK = 4(1 + \sqrt{2})$

Отве

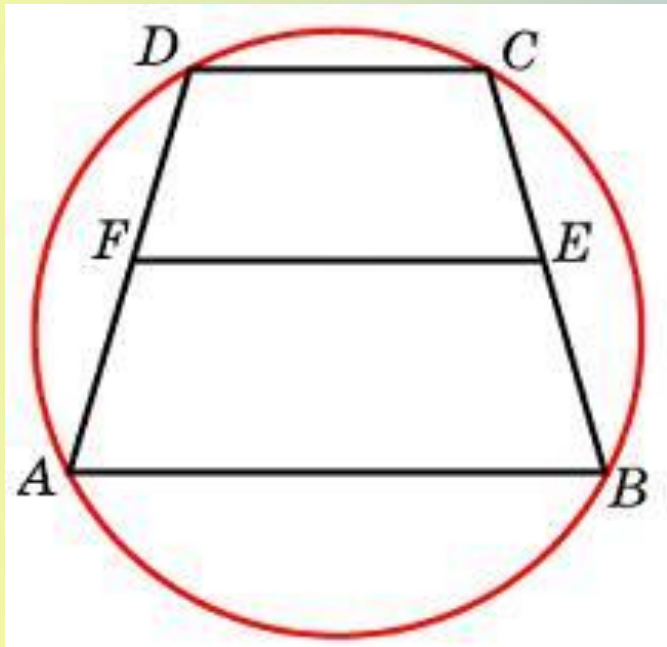
4			
---	--	--	--

Т:

№ 27931

Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.

## Решени



Т.к.  $FE = \frac{DC + AB}{2}$ , то  $DC + AB = 10$

$$AD + CB = P - 10 = 12$$

Т.к. в любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ , то

ABCD – равнобедренная трапеция.

$$AD = 6$$

Отве

6

№ 27924

Т:

Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен  $60^\circ$ , большее основание равно 12.

Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.

Решение:

$$\angle BCN = 30^\circ$$

е:

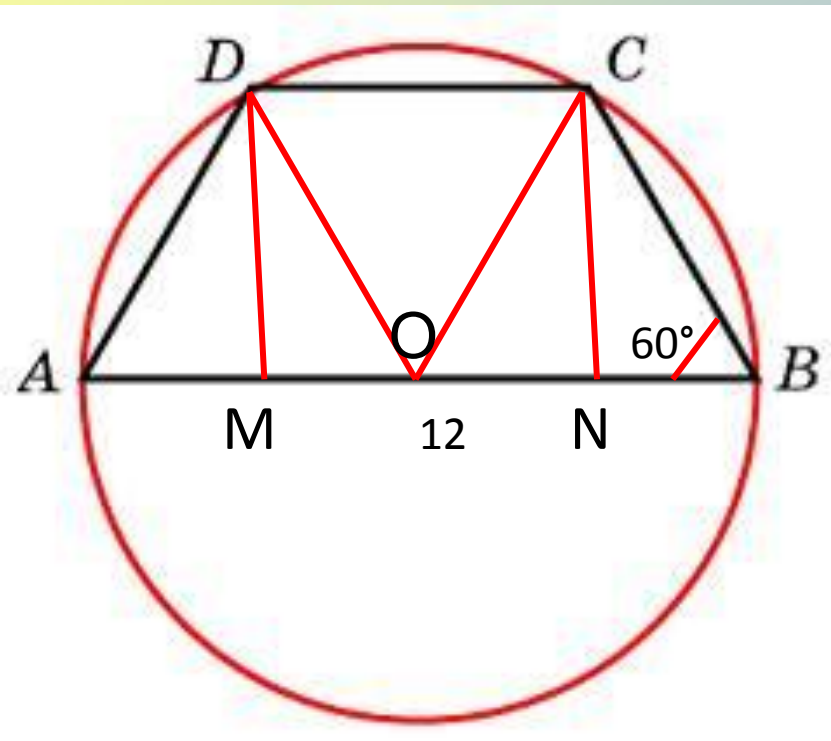
Обозначив  $CB = x$  и, учитывая свойство катета, лежащего напротив угла  $30^\circ$ , составим и решим уравнение:

$$x + 0,5x + 0,5x = 12,$$

$$x = 6.$$

Т.к.  $OM = OD = OC = OB = 6.$  →

$$R = 6$$



Отве

6

№ 27925

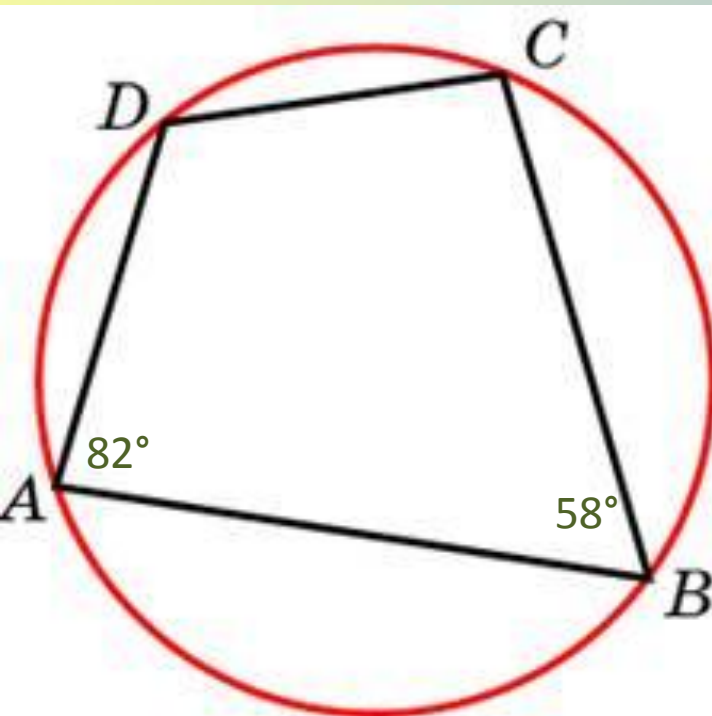
Т:

Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $82^\circ$  и  $58^\circ$ .

Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

Решени

е:



В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ , значит углы  $82^\circ$  и  $58^\circ$  соседние (A и B).

$$\angle B = 58^\circ, \text{ значит } \angle D = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

Отве

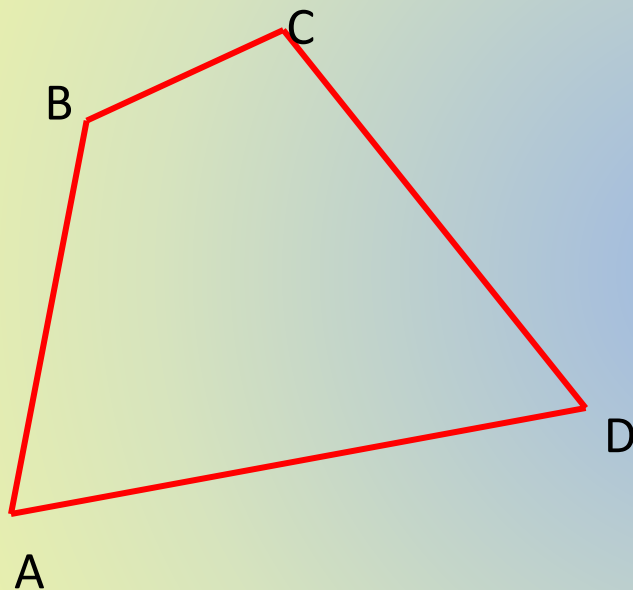
1	2	2	
---	---	---	--

№ 27927

Т:



Углы A ,B и C четырехугольника ABCD относятся как 1:2:3. Найдите угол D ,  
если около данного четырехугольника можно описать окружность.  
Ответ дайте в градусах.



## Решени

В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ , значит  $\angle A + \angle C = 180^\circ$ , таким образом  $\angle A = 180^\circ : (1+3) = 45^\circ$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \\ \angle B = 2 * 45^\circ = & \rightarrow & \angle D = \\ 90^\circ & & 90^\circ \end{array}$$

№ 27928

Отве

9	0		
---	---	--	--

Т:

Одна сторона треугольника равна радиусу описанной окружности.

Найдите угол треугольника, противолежащий этой стороне.

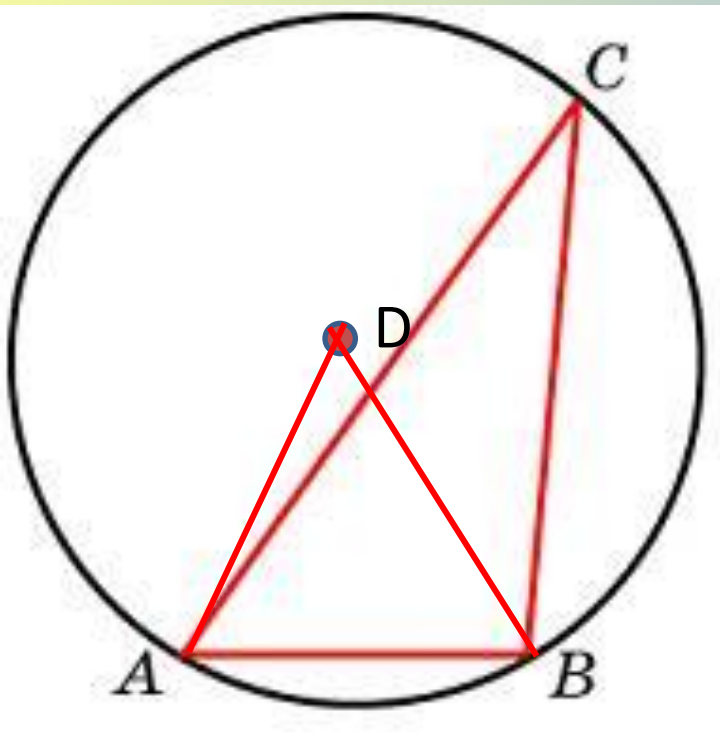
Ответ дайте в градусах.

Решени

е:

По условию задачи треугольник  $ABD$   $\longrightarrow$   $\angle ADB = 60^\circ$   
равносторонний,

Т.к.  $\angle ADB$  – центральный, а  $\angle ACB$  – вписанный, но опирающийся на ту же дугу, то его величина составляет  $30^\circ$



Отве

3	0		
---	---	--	--

№ 27919

Т:

Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 1. Противлежащий ей угол  $C$  равен  $150^\circ$ .

Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

## Решени

$\angle ACB$  – вписанный, значит дуга на которую он

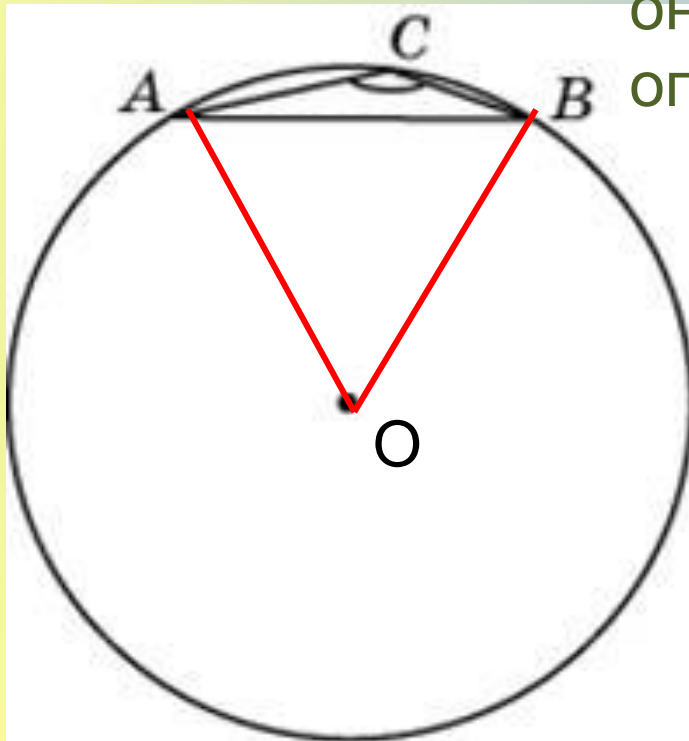
опирается равна  $300^\circ$

Величина дуги  $ACB$ , а значит и

центрального  $\angle AOB = 60^\circ$ , а т.к.

$AO = OB = R$ , то треугольник  $AOB$

равносторонний,



Отве

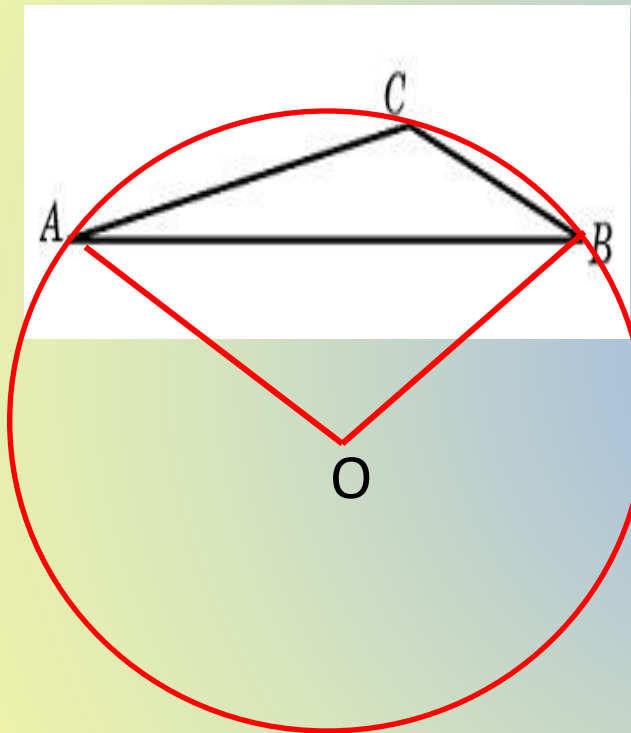
1

№ 27921

Т:

Сторона  $AB$  тупоугольного треугольника  $ABC$  равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

Решени



Т.к.  $AO = OB = AB$ , то треугольник  $AOB$

равносторонний, значит  $\angle AOB = 60^\circ$

Величина дуги  $ACB$  равна  $60^\circ$ ,

величина оставшейся дуги  $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ ,

Вписанный  $\angle C$  равен половине дуги,

на которую он опирается, т.е.  $\angle C = 150^\circ$

Отве

1	5	0	
---	---	---	--

№ 27922

Т:

Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся

(в последовательном порядке) как 1:2:3 . Найдите большую сторону

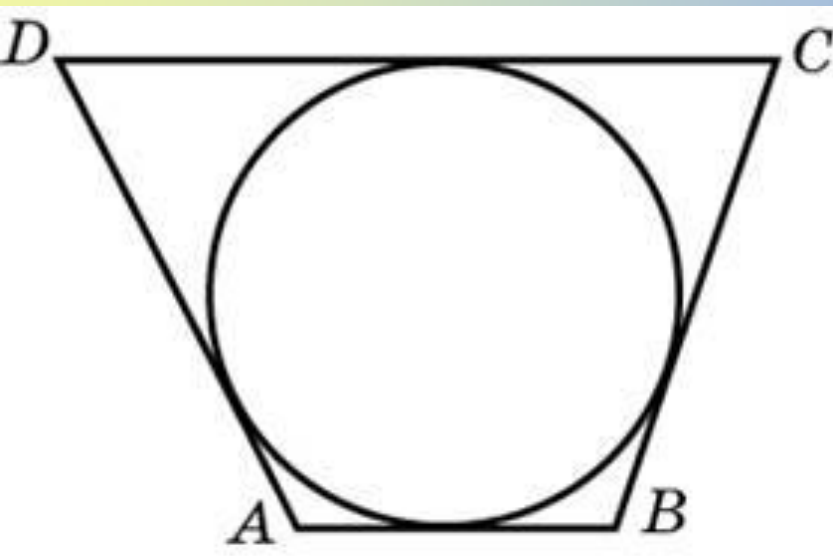
этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 32.

Решени

е:

В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны, значит  $AD+CB = DC+AB$ , т.е.

$$x+3x = 32-4x \rightarrow x = 4 \rightarrow DC = 32 - AB - AD - BC = 32 - 4 - 8 - 12 = 8$$



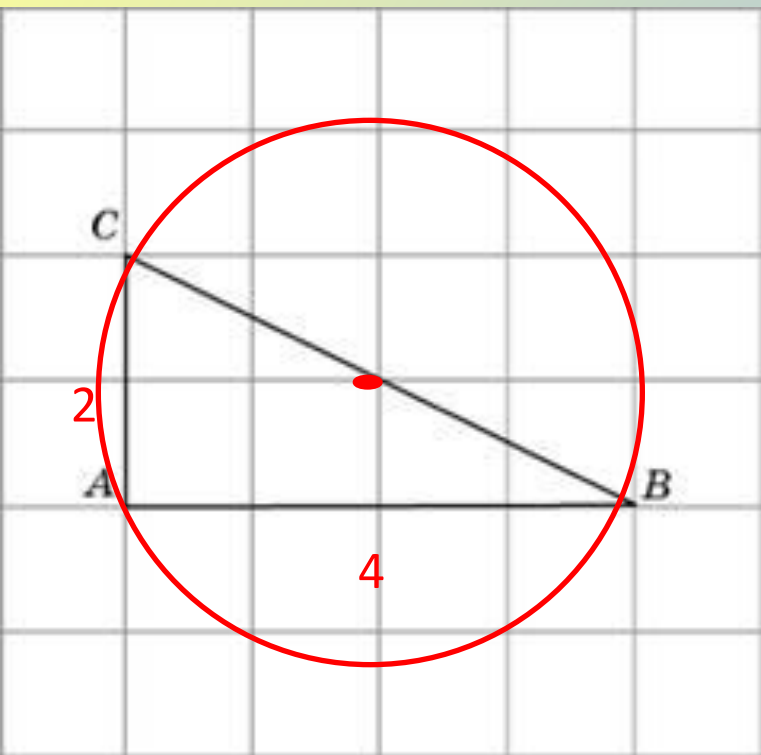
Отве

8			
---	--	--	--

Т:

Найдите радиус  $R$  окружности, описанной около  
треугольника  $ABC$ ,  
если стороны квадратных клеток равны 1. В ответе укажите  
 $R\sqrt{5}$ .

## Решени



е:  
 $CB = \sqrt{20}$  (используя т.Пифагора).  
Центр окружности, описанной  
около  
прямоугольного треугольника,  
лежит в середине гипотенузы,  
значит  
 $R = CB:2$ ,  
 $R = 2\sqrt{5}/2 = \sqrt{5}$

Отве

5			
---	--	--	--

№ 27949

Т: