

# Движения

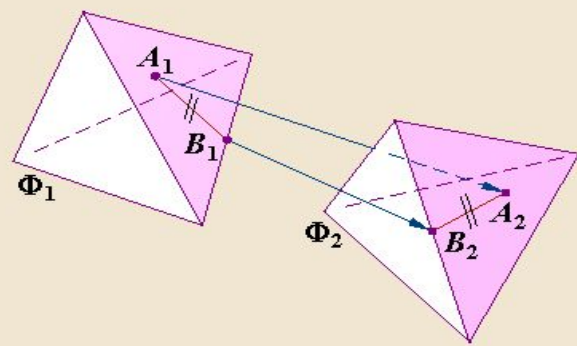
Тема: Виды преобразований фигур в пространстве

УЧЕБНИК

- Определения
  - Преобразование фигуры
  - Движение
    - Центральная симметрия
    - Осевая симметрия
    - Зеркальная симметрия
    - Поворот вокруг оси
    - Параллельный перенос
    - Подобие
    - Гомотетия (центральное подобие)
- Теоремы
- Формулы
  - Вычисление координат точек при движении
    - Центральная симметрия
    - Осевая симметрия
    - Зеркальная симметрия

Определение:

Преобразование одной фигуры в другую называется **движением**, если расстояние между любыми двумя точками первой фигуры равно расстоянию между соответствующими им точками второй фигуры.



$$\left. \begin{array}{l} A_1 \rightarrow A_2 \\ B_1 \rightarrow B_2 \end{array} \right\} \Rightarrow A_2 B_2 = A_1 B_1$$

# Как вы думаете, какое геометрическое понятие можно охарактеризовать этими словами?

- ✦ Соразмерность
- ✦ Пропорциональность
- ✦ Закономерность
- ✦ Упорядоченность
- ✦ Структурность
- ✦ Неизменность
- ✦ Стабильность
- ✦ Порядок
- ✦ Красота
- ✦ Гармония

# Симметрия

“Симметрия является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство”

Герман Вейль

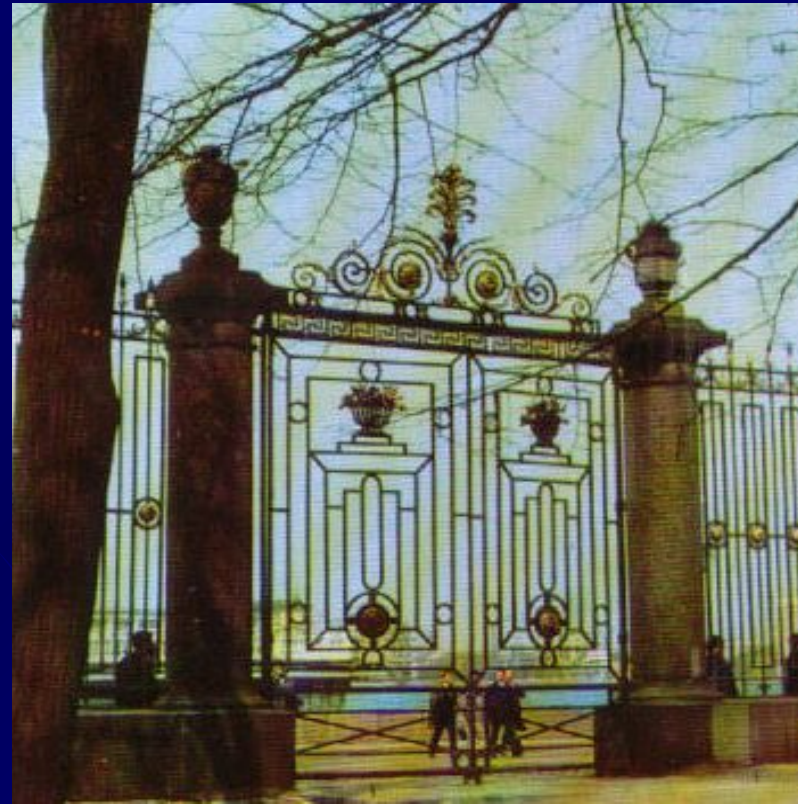
# СИММЕТРИЯ

*“Симметрия (от греческого *symmetria* - «соразмерность») - понятие, означающее сохраняемость, повторяемость, «инвариантность» каких-либо особенностей структуры изучаемого объекта при проведении с ним определенных преобразований».*



# СИММЕТРИЯ

Симметрию можно обнаружить почти везде, если знать, как ее искать. Многие народы с древнейших времен владели представлением о симметрии в широком смысле – как об уравниваемости и гармонии. Творчество людей во всех своих проявлениях тяготеет к симметрии. Посредством симметрии человек всегда пытался, по словам немецкого математика Германа Вейля, «постичь и создать порядок, красоту и совершенство».

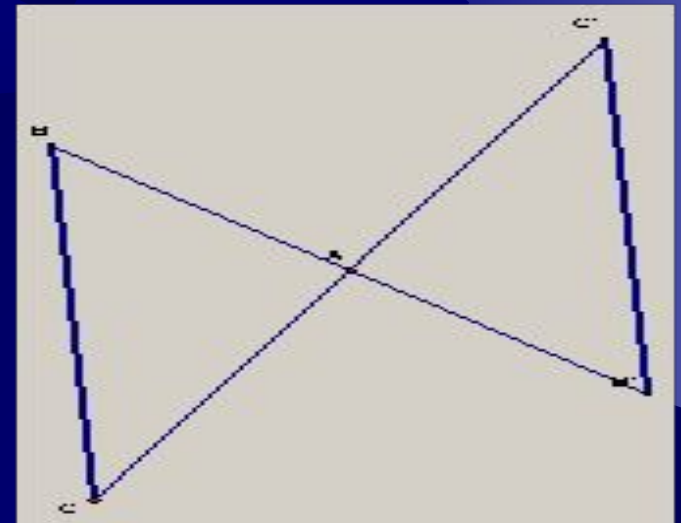


# Виды движения

- ☀ Центральная симметрия
- ☀ Осевая симметрия
- ☀ Зеркальная симметрия
- ☀ Поворотная симметрия
- ☀ Параллельный перенос

# Центральная симметрия

Центральной симметрией называют отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку относительно данного центра  $O$



### Определения

Преобразование фигуры  
Движение

### Центральная симметрия

точки  
фигуры

### Осевая симметрия

### Зеркальная симметрия

Поворот вокруг оси  
Параллельный перенос  
Подобие  
Гомотетия (центральное подобие)

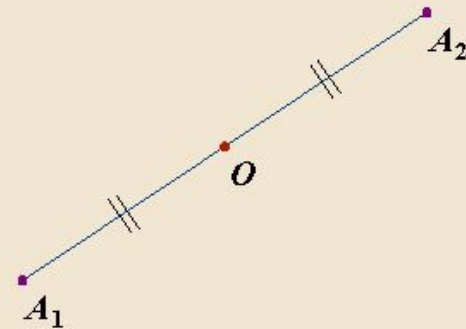
### Теоремы

### Формулы

### Задачи

Определение:

Две точки называются **симметричными относительно** данной точки (центра симметрии) или **центрально симметричными**, если данная точка является серединой соединяющего их отрезка.



$$A_1 \rightarrow A_2 \Rightarrow \begin{cases} O \in A_1 A_2 \\ A_1 O = A_2 O \end{cases}$$



Определения

Преобразование фигуры  
Движение

Центральная симметрия

точки  
фигуры

Осевая симметрия

Зеркальная симметрия

Поворот вокруг оси  
Параллельный перенос  
Подобие  
Гомотетия (центральное подобие)

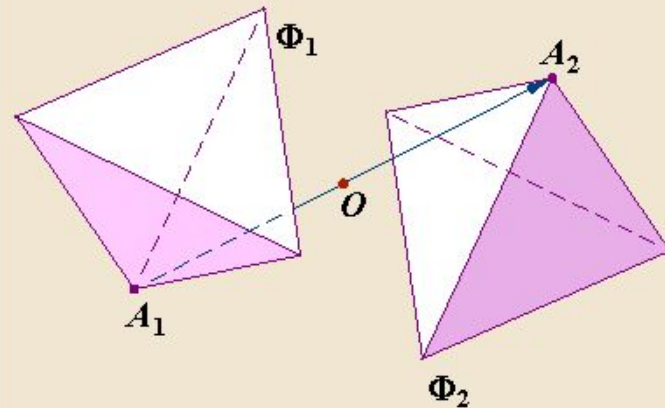
Теоремы

Формулы

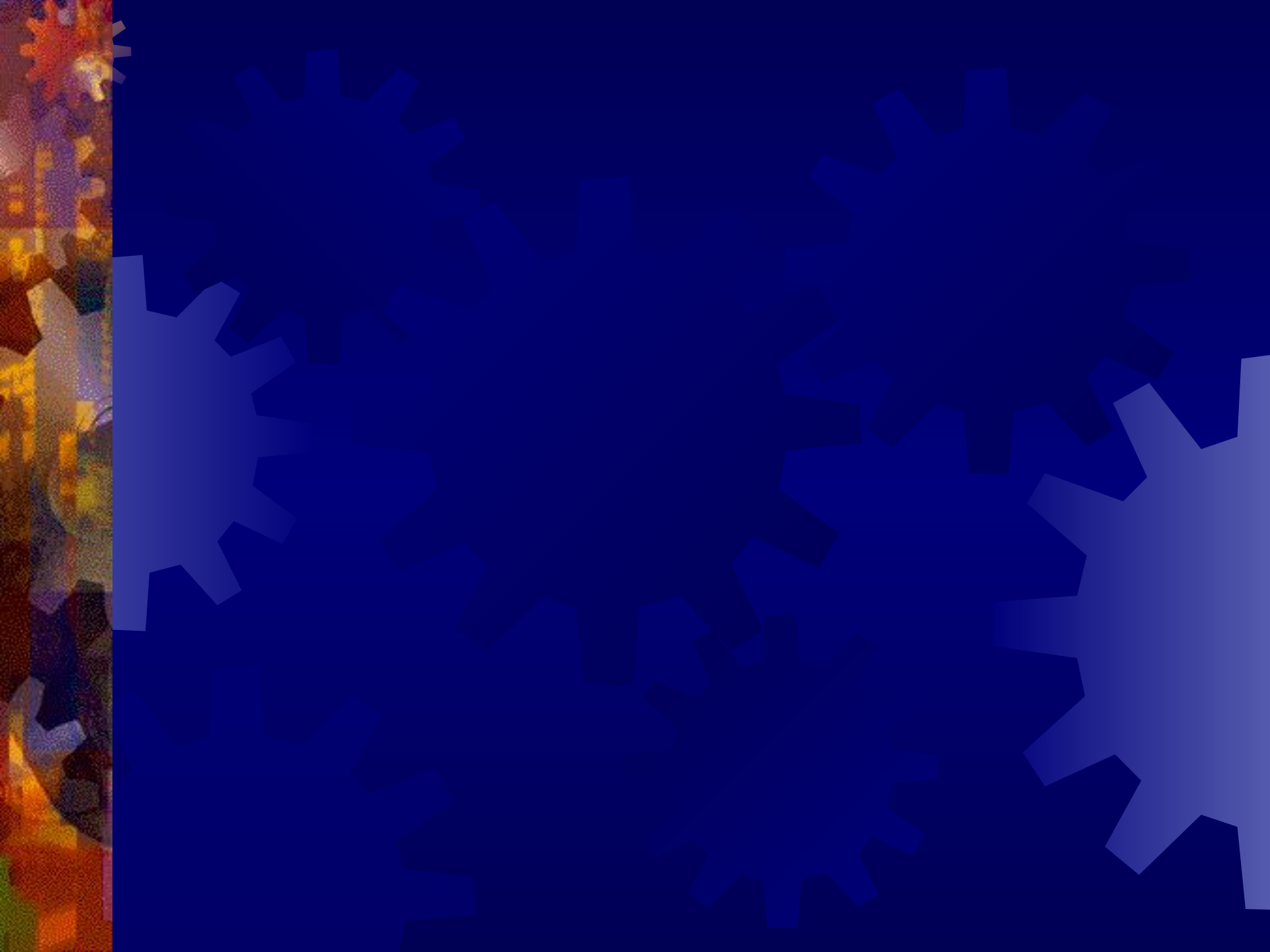
Задачи

Определение:

Преобразование фигуры называется **центральной симметрией** с центром в данной точке, если каждой точке этой фигуры ставится в соответствие точка, симметричная ей относительно данного центра.



$$A_1 \rightarrow A_2 \Rightarrow \begin{cases} O \in A_1 A_2 \\ A_1 O = A_2 O \end{cases}$$



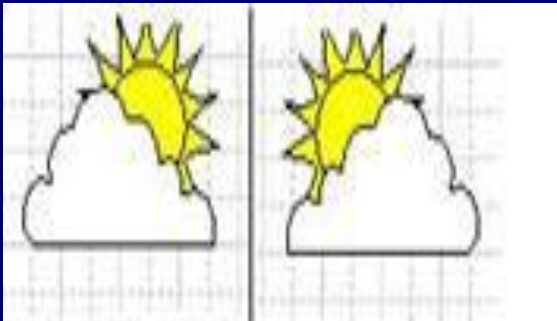
# Симметрия относительно точки – лучевая симметрия



Присмотритесь внимательно и вы увидите, что лепестки каждого тела расходятся во все стороны, как лучи от источника света. В математике - это симметрия относительно точки (центральная симметрия), в биологии – лучевая симметрия.

# Осевая симметрия

Осевой симметрией называют отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку относительно оси  $a$





Определения

Преобразование фигуры  
Движение

Центральная симметрия

Осевая симметрия

точки  
фигуры

Зеркальная симметрия

Поворот вокруг оси  
Параллельный перенос  
Подобие  
Гомотетия (центральное подобие)

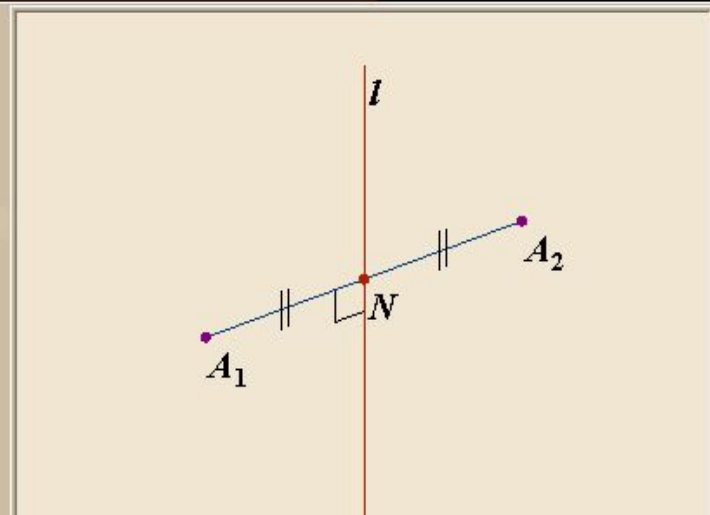
Теоремы

Формулы

Задачи

Определение:

Две точки называются **симметричными относительно данной прямой (оси симметрии)**, если эта прямая является **серединным перпендикуляром** соединяющего их отрезка.



$$A_1 \rightarrow A_2 \Rightarrow \begin{cases} N = A_1 A_2 \cap l \\ A_1 N = A_2 N \\ l \perp A_1 A_2 \end{cases}$$

### Определения

Преобразование фигуры

Движение

### Центральная симметрия

### Осевая симметрия

точки

фигуры

### Зеркальная симметрия

Поворот вокруг оси

Параллельный перенос

Подобие

Гомотетия (центральное подобие)

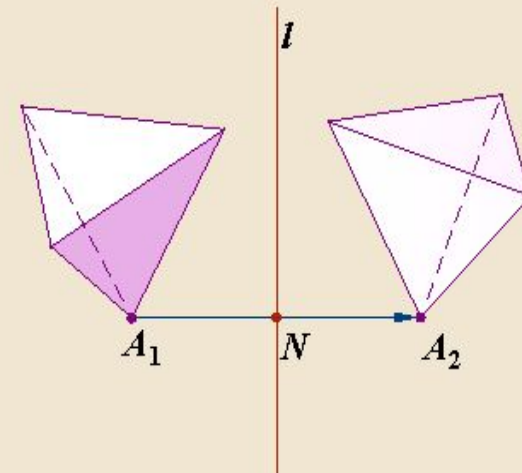
### Теоремы

### Формулы

### Задачи

Определение:

Преобразование фигуры называется **осевой симметрией** с данной осью, если каждой точке этой фигуры ставится в соответствие точка, симметричная ей относительно данной оси.



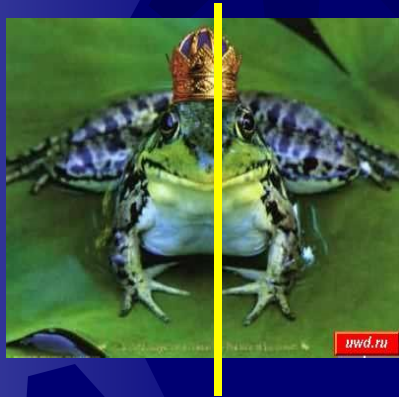
$$A_1 \rightarrow A_2 \Rightarrow \begin{cases} N = A_1 A_2 \cap l \\ A_1 N = A_2 N \\ l \perp A_1 A_2 \end{cases}$$

# Осевая симметрия





# Симметрия относительно прямой – двусторонняя симметрия



- ✦ Присмотритесь внимательно и вы увидите, что правая сторона – есть зеркальное отображение левой. В математике – это симметрия относительно прямой (осевая симметрия), в биологии – двусторонняя симметрия.



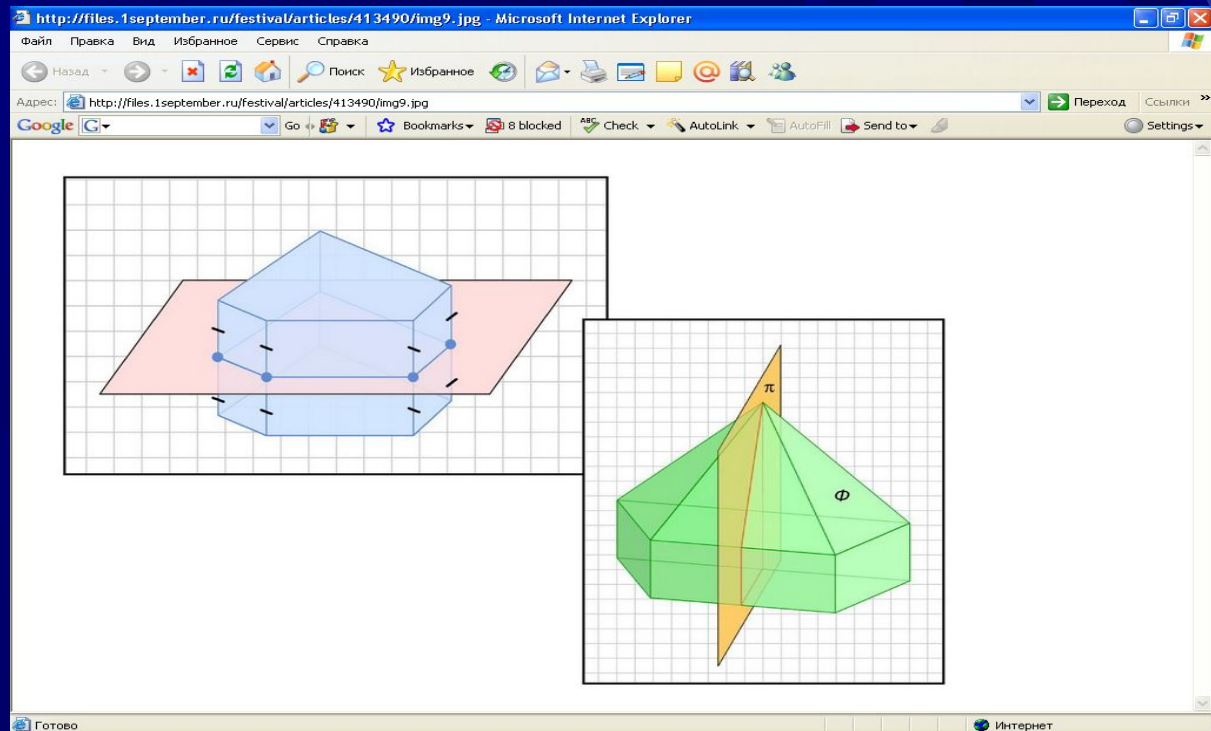
# Однажды в Америке...



**... обмерили 72 студента-добровольца. Данные подтвердили интуитивно предполагаемый факт: юноши с правильными лицами - те, у кого отклонения от симметрии не превышали 1 - 2 процентов, были найдены более привлекательными в целом, тогда как менее симметричные студенты - с отклонениями в 5 - 7 процентов - были признаны менее привлекательными, "некрасивыми" в обычном смысле.**

# Зеркальная симметрия

Фигура называется симметричной относительно плоскости, если преобразование симметрии переводит фигуру в себя. При этом плоскость называется плоскостью симметрии этой фигуры.



Определения

Преобразование фигуры

Движение

Центральная симметрия

Осевая симметрия

Зеркальная симметрия

точки

фигуры

Поворот вокруг оси

Параллельный перенос

Подобие

Гомотетия (центральное подобие)

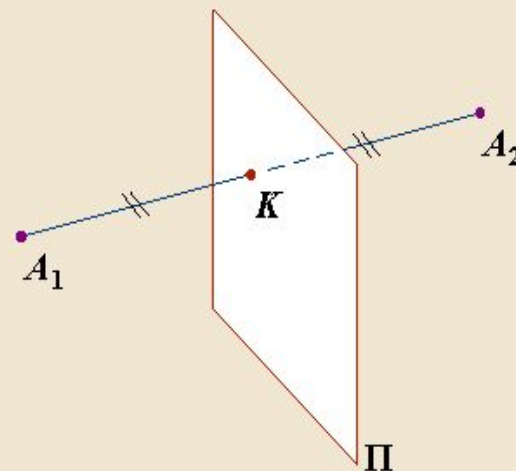
Теоремы

Формулы

Задачи

Определение:

Две точки называются **симметричными относительно данной плоскости (плоскости симметрии)**, если соединяющий их отрезок перпендикулярен этой плоскости и делится ею пополам.



$$A_1 \rightarrow A_2 \Rightarrow \begin{cases} K = A_1 A_2 \cap \Pi \\ A_1 K = A_2 K \\ \Pi \perp A_1 A_2 \end{cases}$$



Определения

Преобразование фигуры

Движение

Центральная симметрия

Осевая симметрия

Зеркальная симметрия

точки

фигуры

Поворот вокруг оси

Параллельный перенос

Подобие

Гомотетия (центральное подобие)

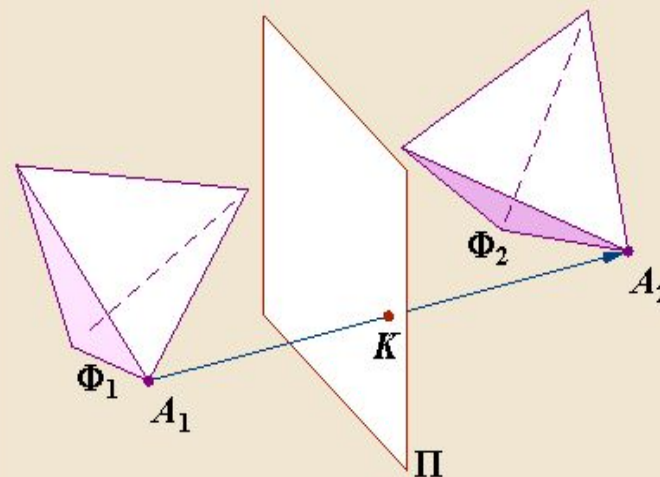
Теоремы

Формулы

Задачи

Определение:

Преобразование фигуры называется **зеркальной симметрией** относительно данной плоскости, если каждой точке этой фигуры ставится в соответствие точка, симметричная ей относительно данной плоскости.

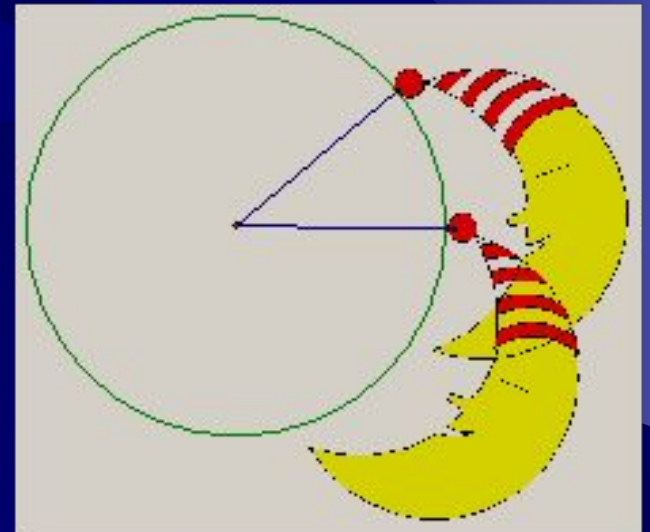
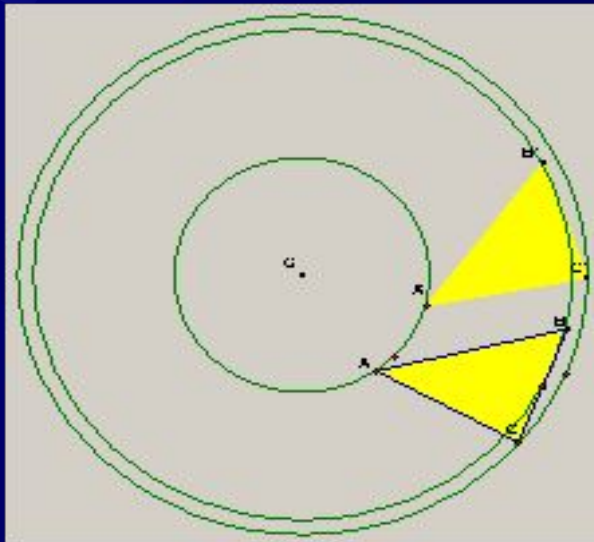


$$A_1 \rightarrow A_2 \Rightarrow \begin{cases} K = A_1 A_2 \cap \Pi \\ A_1 K = A_2 K \\ \Pi \perp A_1 A_2 \end{cases}$$



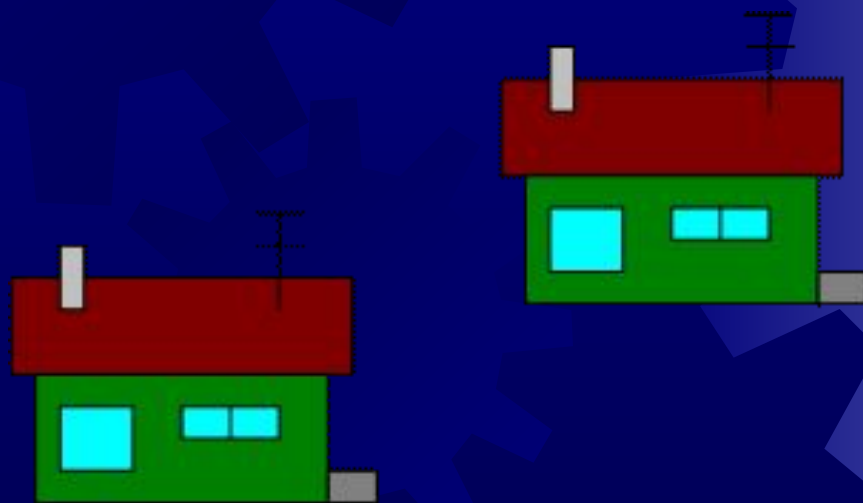
# Поворотная симметрия

- ✦ Если  $n$ -число граней фигуры и  $n$ —натуральное число больше 1-го, то говорят, что тело симметрично относительно некоторой оси, если при повороте на угол  $360^\circ/n$  вокруг этой оси, оно переходит само в себя.
- ✦ При этом ось вращения называется осью поворотной симметрии порядка  $n$ .



# Параллельный перенос

Параллельным переносом на вектор  $p$  называют отображение пространства на себя, при котором любая точка  $A$  переходит в такую точку  $B$ , что  $AB = p$



Определения

Преобразование фигуры

Движение

Центральная симметрия

Осевая симметрия

Зеркальная симметрия

Поворот вокруг оси

Параллельный перенос

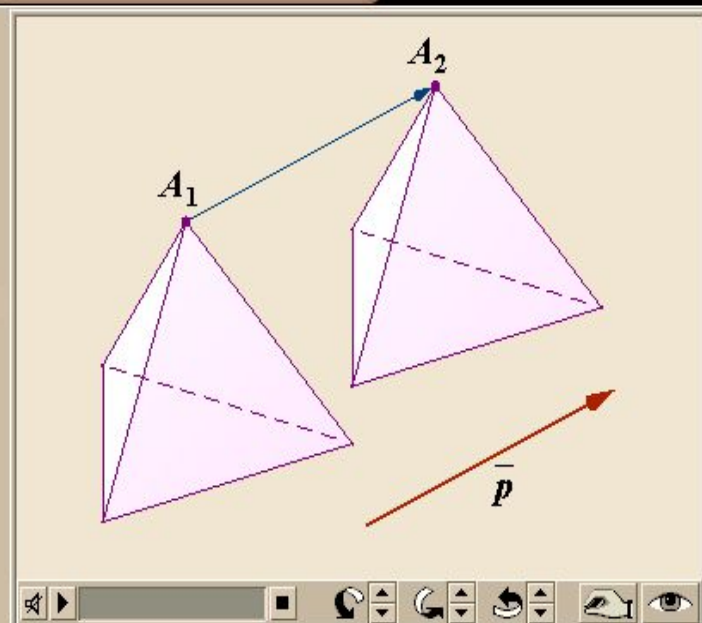
Подобие

Гомотетия (центральное подобие)

Теоремы

Формулы

Задачи



Определение:

Преобразование фигуры называется **параллельным переносом**, если каждой точке этой фигуры ставится в соответствие такая точка, что соединяющий их вектор равен заданному **вектору переноса**.

$$A_1 \rightarrow A_2 \Rightarrow \overline{A_1 A_2} = \vec{p}$$

# Задача 1

- ✦ Назовите буквы алфавита, имеющих одну ось симметрии.

*(Ответ: А В Д Е З К М П С Т Ш Э Ю)*

- ✦ Назовите буквы алфавита, имеющих две оси симметрии (вертикальную и горизонтальную).

*(Ответ: Н О Ф Х)*



## Задача 2

- ✦ Выберите слова, имеющие ось симметрии (вертикальную или горизонтальную).

КОКОС, НОС, СОК, ВОЗ, ЗОВ, ФОН,  
КОК, ПОП, ВЕНОК, СЕНО, НОЖ,  
ЭХО, ВОСК, ПОТОП, ВЕКО, ВЕК,  
МАДАМ, КОН, КОКС, ДОХОД.

# Решение

<b>Горизонтальная ось симметрии</b>	<b>Вертикальная ось симметрии</b>
<b>Кокос, нос, сок, воз, зов, фон, кок, венок, сено, нож, эхо, воск, веко, кон, кокс.</b>	<b>поп потоп мадам доход</b>

# Симметрия в литературе

- ✦ Слова "топот", "казак", "шалаш" называют палиндромами.
- ✦ Палиндромическими могут быть фразы, стихотворения, рассказы. Например.
  - "Я иду с мечом судия" (Т. Державин),
  - "А роза упала на лапу Азора" (А. Фет);
  - "Аргентина манит негра" (Булгаков).

# Симметрия в литературе

- ✦ Симметрией обладают так называемые фигурные стихи, текст которых имеет очертание какого-либо предмета-звезды, креста, треугольника, пирамиды...

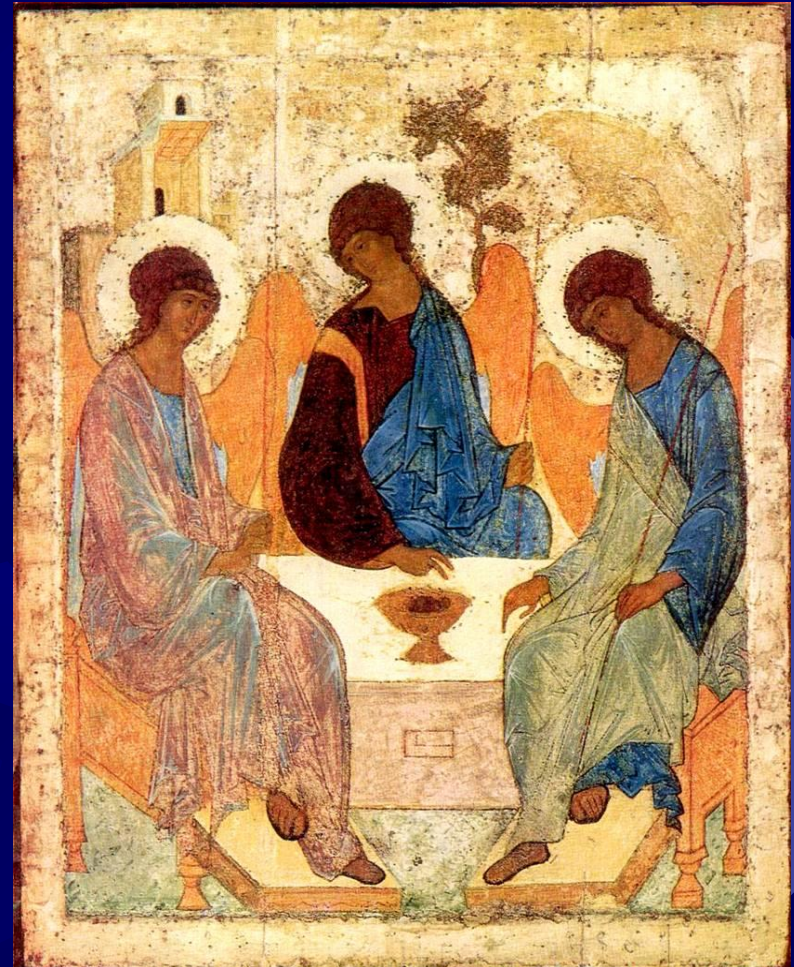
**О, где же те мечты? Где радости, печали,  
Светившие нам столько долгих лет?  
От их огней в туманной дали  
Чуть виден слабый свет  
те пропали,  
Их нет".**

(А. Апухтин).



# А. Рублев «Троица»

- ☀ Симметрична композиция картины А.Рублева "Троица". Симметричное расположение трех ангелов повышает выразительность произведения искусства. Художник в картине "Троица" хотел показать уравновешенность и покой, которые несут эти три ангела



# Леонардо да Винчи является «Мадонна Литта»

Фигуры мадонны и ребенка вписываются в правильный треугольник, который вследствие своей симметричности особенно ясно воспринимается глазом зрителя. Благодаря этому мать и ребенок сразу же оказываются в центре внимания, как бы выдвигаются на передний план. Голова мадонны совершенно точно, но в то же время естественно помещается между двумя симметричными окнами на заднем плане картины.

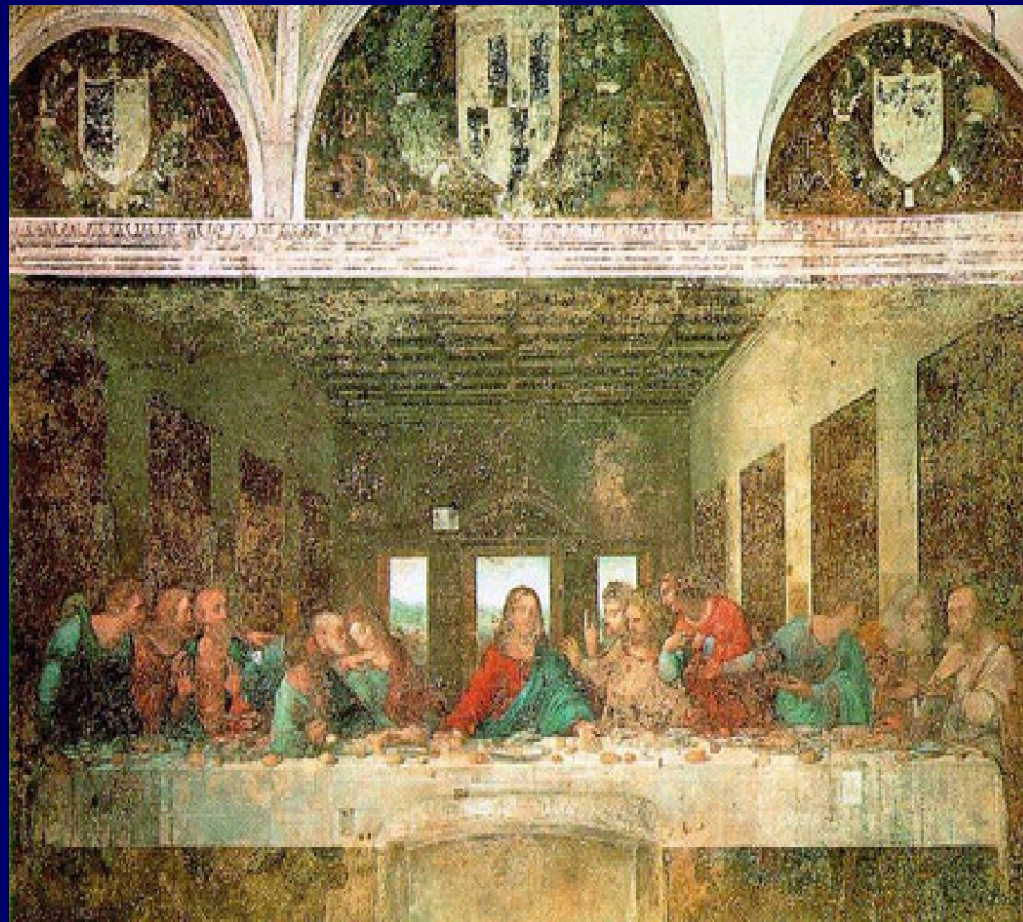
Внутренняя симметрия картины хорошо ощущается.





О какой симметрии можно говорить, глядя на эту картину?

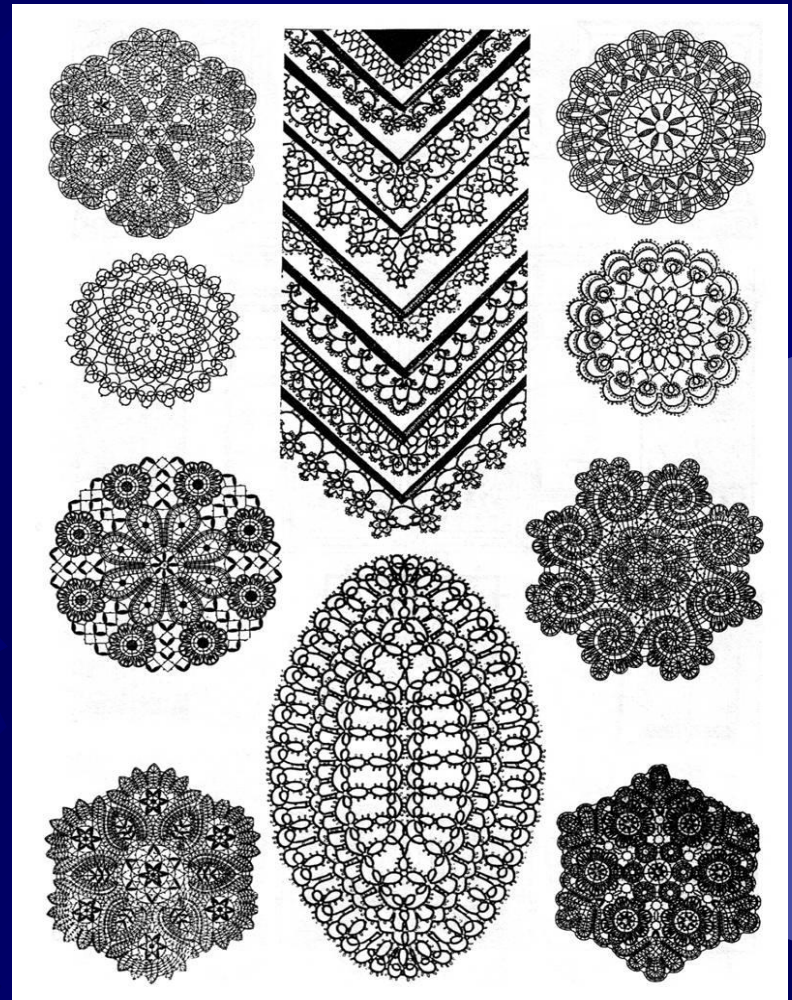
Кто является ее автором?





# Симметрия в творчестве

- ✦ Орнамент (от лат. Ornamentum – украшения) – узор, состоящий из повторяющихся, ритмически упорядоченных элементов. Орнамент предназначен для украшения различных предметов (посуды, мебели, текстильных изделий, оружия) и архитектурных сооружений.
- ✦ Орнамент включает в себя листья и цветы растений, фантастических птиц и животных, фигуры людей и просто геометрические узоры. Весь рисунок подчинен строгим законам симметрии.



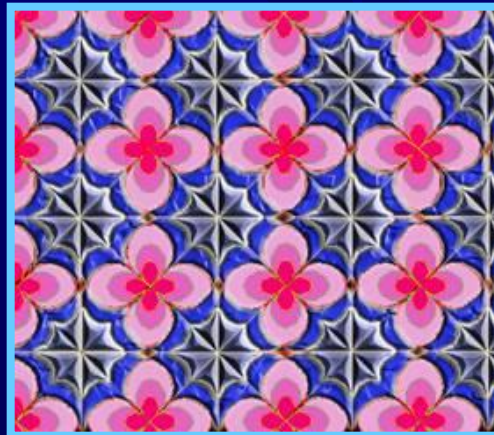
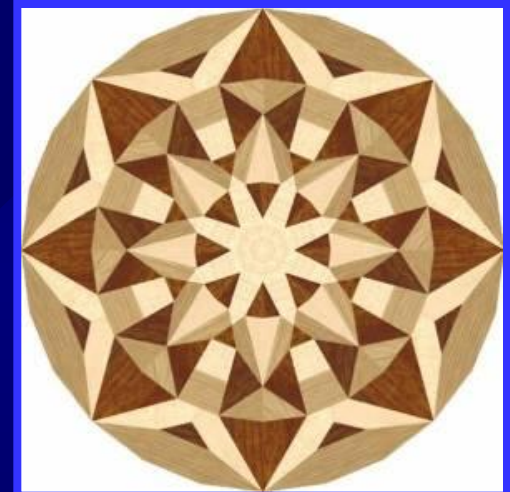


# Виды орнамента

Ленточный

Сетчатый

Розетчатый



# Симметрия в технике





# Симметрия в архитектуре



**Определить есть ли симметрия на картинках. Если есть, то какая?**





# Вывод:

Симметрия, проявляясь в самых различных объектах материального мира, несомненно, отражает наиболее общие, наиболее фундаментальные его свойства. Поэтому исследование симметрии разнообразных природных объектов и сопоставление его результатов является удобным и надежным инструментом познания основных закономерностей существования материи.



**Спасибо за внимание**