

ВОЗМОЖНОСТИ ПРОГРАММ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ В ПРОВЕДЕНИИ УЧЕБНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОЕКТА ПО МАТЕМАТИКЕ



Кандидат педагогических наук, доцент кафедры
общих математических и естественнонаучных
дисциплин и методик их преподавания
Кашицына Юлия Николаевна
kaschitsyna2010@yandex.ru

СТРУКТУРА ВИДЕОЛЕКЦИИ

- 1 Актуальность применения информационных технологий в проведении учебного исследования и проекта
- 2 Обзор программ динамической геометрии: GeoGebra и Живая математика
- 3 Примеры решения исследовательских задач по математике с помощью программ GeoGebra и Живая математика



СОВРЕМЕННАЯ КАРТИНА НАУЧНОГО ПОЗНАНИЯ РЕБЕНКА



ЗАДАЧИ УЧИТЕЛЯ



Выявлять и создавать условия для развития исследовательских способностей



Создавать условия для поддержания и развития поисковой активности школьников



Создавать условия для овладения учащимися навыками исследовательского поведения

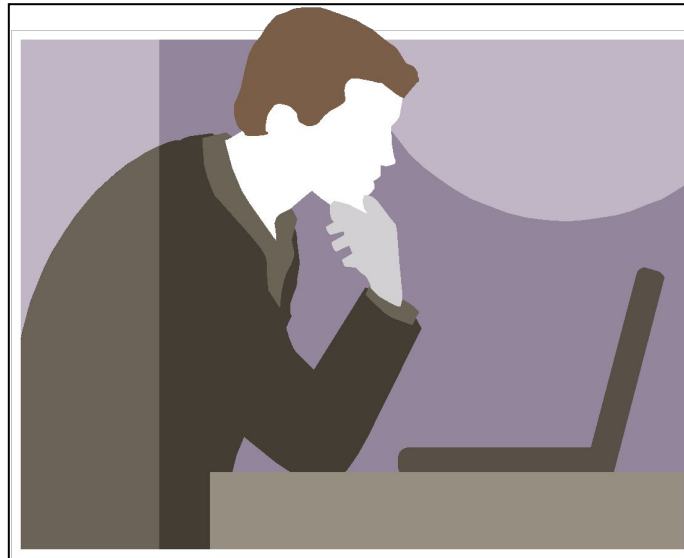
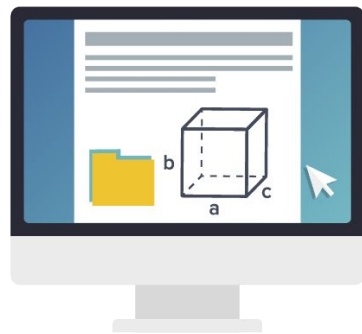


Создавать условия для развития исследовательского типа мышления



Способствовать становлению исследовательской позиции личности

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЗАДАЧА



ОБЗОР ПРОГРАММ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ



Живая математика



GeoGebra



1С Математический конструктор



ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ С ИКТ ТЕХНОЛОГИЯМИ



Программы интерактивной динамической среды для поведения компьютерного эксперимента



Живая математика



GeoGebra



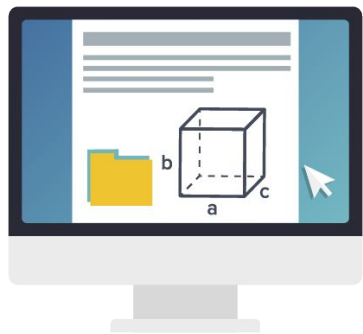
1С Математический конструктор



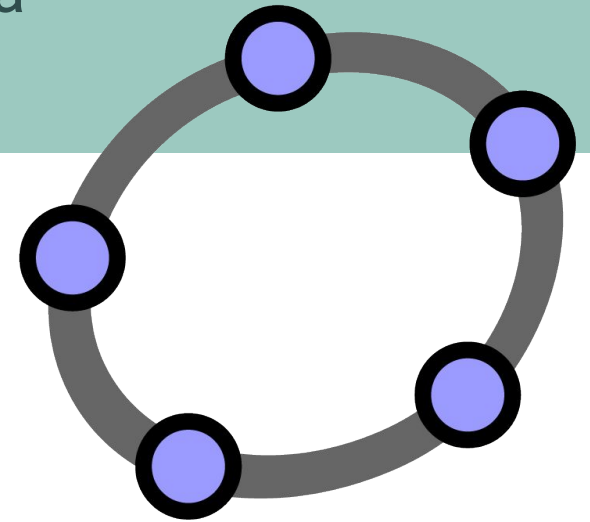
ЗАДАЧИ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ.

ЗАДАЧА 1: СВОЙСТВО БИСЕКТРИС ВЕРТИКАЛЬНЫХ УГЛОВ

Докажите, что биссектрисы вертикальных углов лежат на одной прямой.



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra

The screenshot displays the GeoGebra application window. The title bar reads "GeoGebra". The menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Настройки", "Инструменты", "Окно", and "Справка". The toolbar contains various geometric tools such as "Point", "Line", "Circle", "Angle", and "Text".

The left sidebar, titled "Панель объектов", lists the following objects:

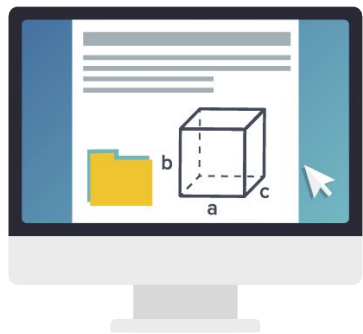
- Прямая (Line):
 - a: $-3.9x + 8.42y = 13.81$
 - b: $3.88x + 12.5y = 49.6$
 - c: $0.07x - 1y = -2.83$
 - d: $-0.07x + 1y = 2.83$
- Точка (Point):
 - A = (-1.34, 1.02)
 - B = (7.08, 4.92)
 - C = (-2.68, 4.8)
 - D = (9.82, 0.92)
 - E = (3.01, 3.03)
 - F = (3.01, 3.03)
 - G = (-1.41, 2.74)
 - H = (9.62, 3.47)
- Угол (Angle):
 - $\alpha = 21.05^\circ$
 - $\beta = 137.9^\circ$
 - $\gamma = 21.05^\circ$
 - $\delta = 180^\circ$

The main workspace, labeled "Полотно", shows a geometric construction with several intersecting lines. Points A, B, C, D, E, G, and H are marked. Angles α , β , and γ are indicated at point E. The angle β is highlighted with a green arc.

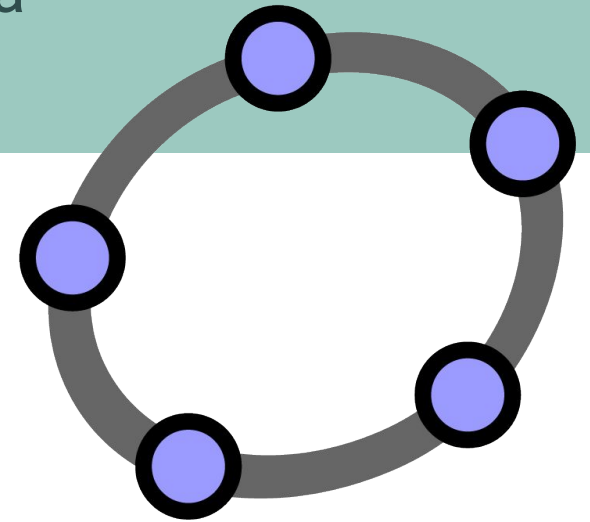
The bottom status bar shows "Ввод:" followed by a text input field. The Windows taskbar at the very bottom displays the system tray with the date "05.11.2018" and time "13:12".

ЗАДАЧИ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ. ЗАДАЧА 2: ТЕОРЕМА ВАРИНЬОНЕ

Средины сторон произвольного четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra



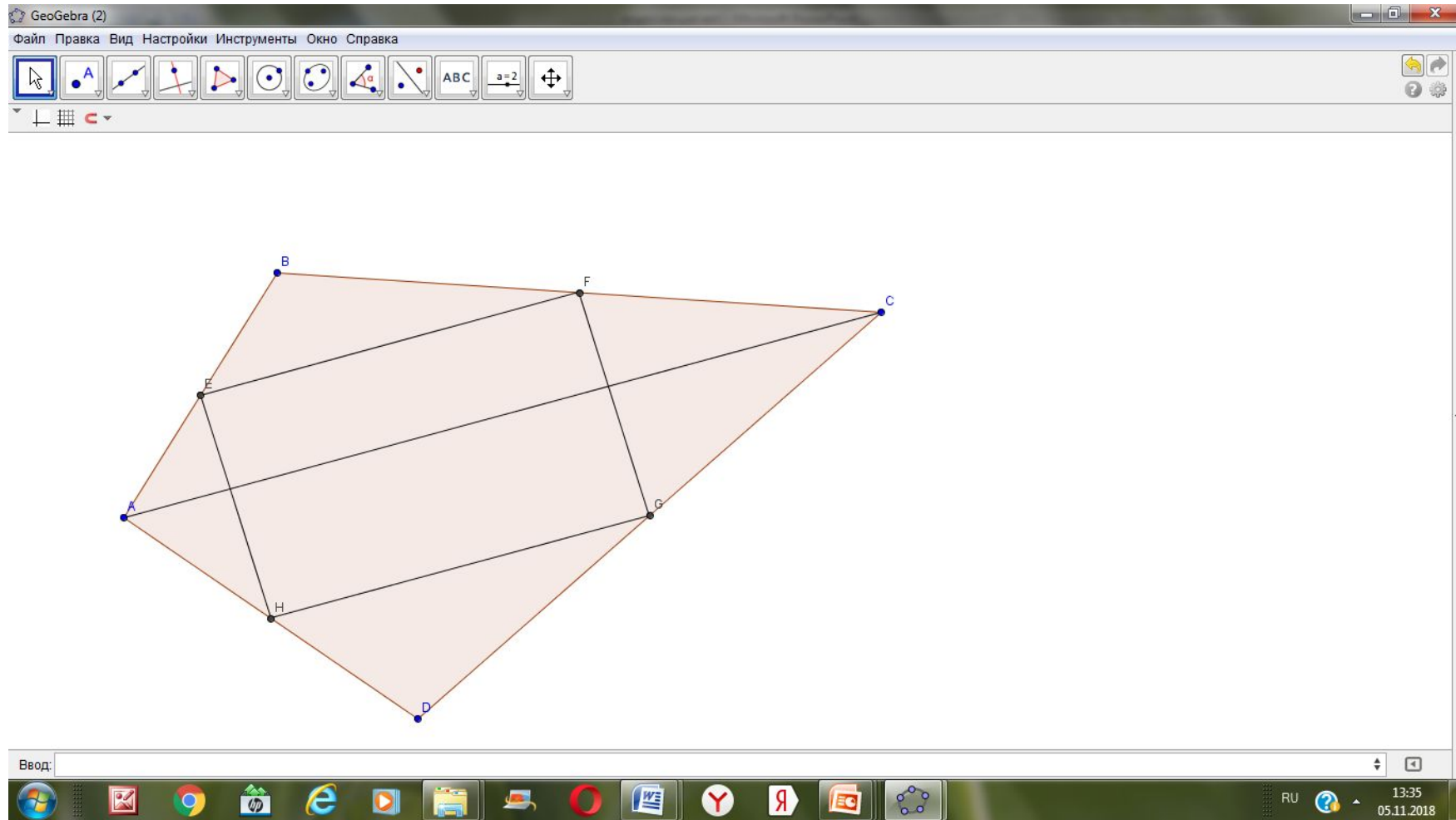
ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra

The screenshot displays the GeoGebra (2) application window. The interface includes a menu bar (Файл, Правка, Вид, Настройки, Инструменты, Окно, Справка), a toolbar with various geometric tools, and a workspace (Полотно) showing a construction. On the left, the 'Панель объектов' (Object Panel) lists the following items:

- Отрезок (Segment):
 - $a = 5.43$
 - $b = 11.36$
 - $c = 11.58$
 - $d = 6.69$
 - $e = 7.37$
 - $f = 4.39$
 - $g = 7.37$
 - $h = 4.39$
- Точка (Point):
 - $A = (-2.14, -0.92)$
 - $B = (0.74, 3.68)$
 - $C = (12.08, 2.94)$
 - $D = (3.38, -4.7)$
 - $E = (-0.7, 1.38)$
 - $F = (6.41, 3.31)$
 - $G = (7.73, -0.88)$
 - $H = (0.62, -2.81)$
- Угол (Angle):
 - $\alpha = 87.7^\circ$
 - $\beta = 92.3^\circ$
 - $\gamma = 180^\circ$
- Четырёхугольник (Quadrilateral):
 - многоугольник1 = 64.68

The workspace shows a quadrilateral with vertices A, B, C, D . Internal lines connect vertices E and F to A and B respectively, and G and H to C and D respectively. The length of segments EF and GH is labeled as 7.37. Angles $\alpha = 87.7^\circ$ and $\beta = 92.3^\circ$ are indicated at vertices E and F respectively. The bottom status bar shows the input field 'Ввод:' and the system tray with the date 05.11.2018 and time 13:30.

ЛОГИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



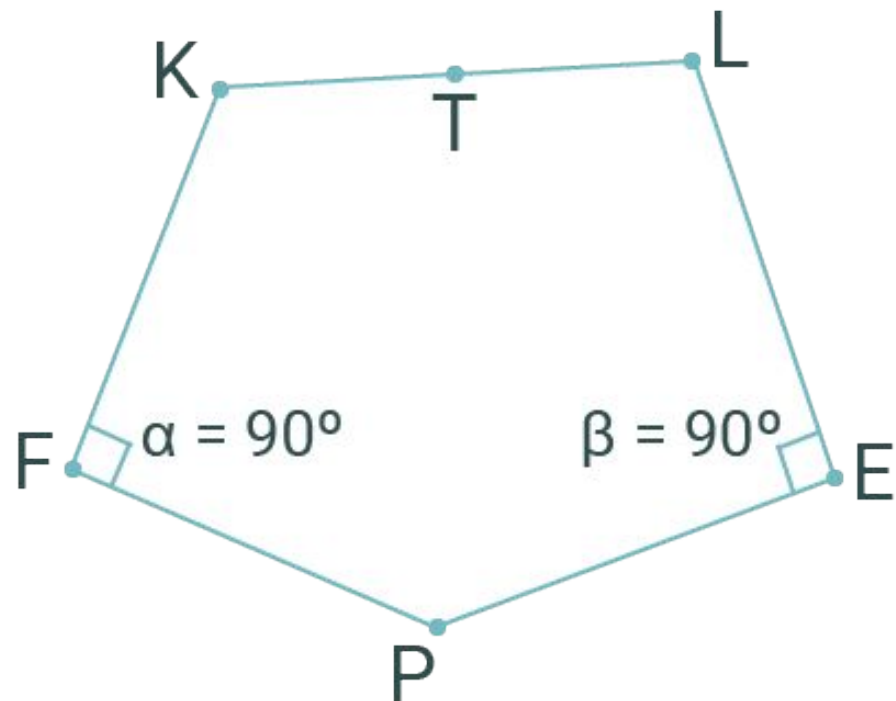
ЗАДАЧА О ПИРАТСКОМ КЛАДЕ



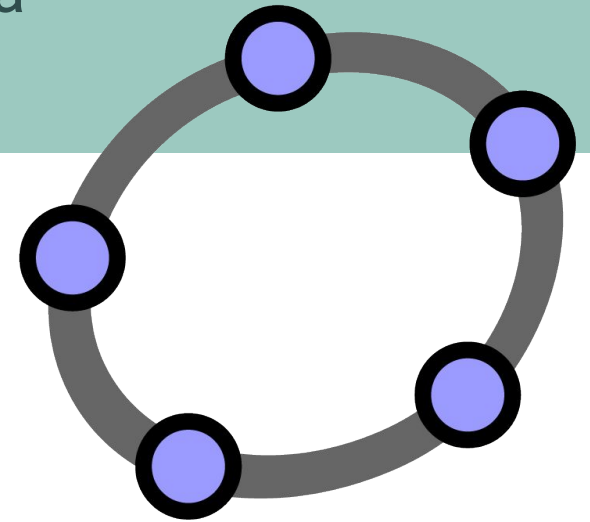
В 1785 году на маленьком острове в Карибском море пираты закопали клад. Для того чтобы впоследствии найти клад, они в качестве ориентиров заметили две высокие горы и одинокую пальму. Затем записка с описанием поиска клада попала к исследователям. Текст записки гласил: «От пальмы идите к Соколиной горе и считайте шаги. Затем поверните под прямым углом направо, сделайте такое же количество шагов и воткните в землю палку. Вернитесь к пальме и идите к Орлиной горе, считая шаги. Поверните под прямым углом налево и сделайте такое же количество шагов. Воткните в землю другую палку. В этом случае клад будет точно посередине между двумя палками». Исследователи нашли обе горы, пальмы на месте уже не было. Но это их не остановило. Как они смогли найти клад?

ЗАДАЧА О ПИРАТСКОМ КЛАДЕ

Даны два равнобедренных прямоугольных треугольника KFP и LEP , имеющих единственную общую точку P (пальма). Точка T – середина отрезка KL . Исследуйте Гипотеза 1, зависит ли положение точки T (клада) от положения точки P (пальмы)?



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra

The screenshot displays the GeoGebra application window. The title bar reads "GeoGebra". The menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Настройки", "Инструменты", "Окно", and "Справка". The toolbar contains various geometric construction tools, including a selection tool, a point tool, a line tool, a circle tool, a polygon tool, a text tool, and a calculator tool. The "Панель объектов" (Object Panel) on the left lists the following objects:

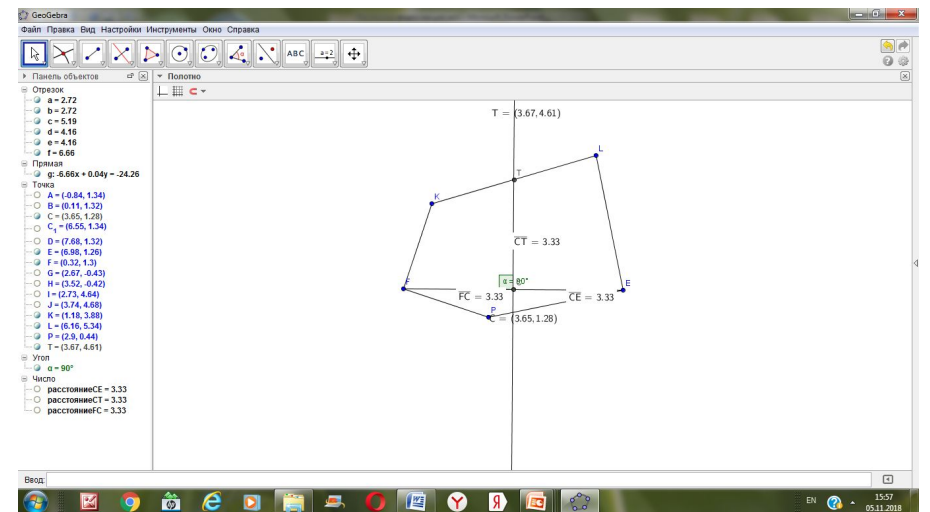
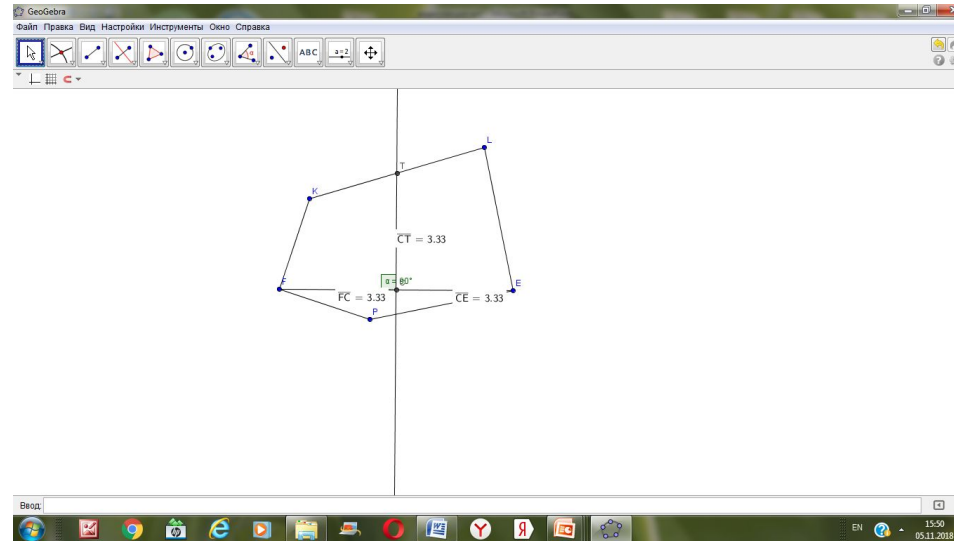
- Отрезок (Segment):
 - a = 2.72
 - b = 2.72
 - c = 4.2
 - d = 3.45
 - e = 3.45
- Точка (Point):
 - A = (-0.84, 1.34)
 - B = (0.11, 1.32)
 - C = (6.55, 1.34)
 - D = (7.68, 1.32)
 - E = (6.22, 1.36)
 - F = (0.32, 1.3)
 - G = (2.67, -0.43)
 - H = (3.52, -0.42)
 - I = (2.73, 4.64)
 - J = (3.74, 4.68)
 - K = (1.18, 3.88)
 - L = (5.3, 4.68)
 - P = (2.9, 0.44)
 - T = (3.24, 4.28)

The main workspace, labeled "Полотно", shows a geometric construction. It features a pentagon with vertices F, K, L, E, and P. Point T is located on the segment KL. Several small images are placed around the construction: a mountain landscape near F, a treasure chest near T, a palm tree near P, and another mountain landscape near E. The bottom of the window shows a Windows taskbar with various application icons and a system tray displaying the time 15:41 and date 05.11.2018.

КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

The screenshot displays the GeoGebra interface with a geometric construction. The main workspace shows a vertical line with a point T on it. A horizontal line segment FC is drawn to the left of the vertical line, and another horizontal segment CE is drawn to the right. A point C is located at the intersection of these two segments. A right angle is marked at C with the label $\alpha = 90^\circ$. A point P is located below the horizontal line, and a point F is to the left of C . A point K is connected to F and T . A point L is connected to T and E . The length of segment CT is labeled as $CT = 3.33$. The length of segment FC is labeled as $FC = 3.33$. The length of segment CE is labeled as $CE = 3.33$. The top toolbar contains various geometric tools, and the bottom status bar shows the time as 15:50 on 05.11.2018.

КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ



КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

GeoGebra

Файл Правка Вид Настройки Инструменты Окно Справка

Панель объектов

Полотно

Отрезок

- $a = 2.72$
- $a_1 = 2.72$
- $a_2 = 4.97$
- $b = 2.72$
- $b_1 = 2.72$
- $b_2 = 4.16$
- $c = 5.19$
- $d = 4.16$
- $d_1 = 4.16$
- $d_2 = 4.08$
- $e = 4.16$
- $e_1 = 4.08$
- $e_2 = 0.84$
- $f = 6.66$
- $f_1 = 2.59$
- $f_2 = 0.84$
- $k_1 = 0.84$
- $k_2 = 2.59$
- $l = 0.84$
- $l_1 = 5.19$
- $p = 2.59$
- $p_1 = 4.08$

Прямая

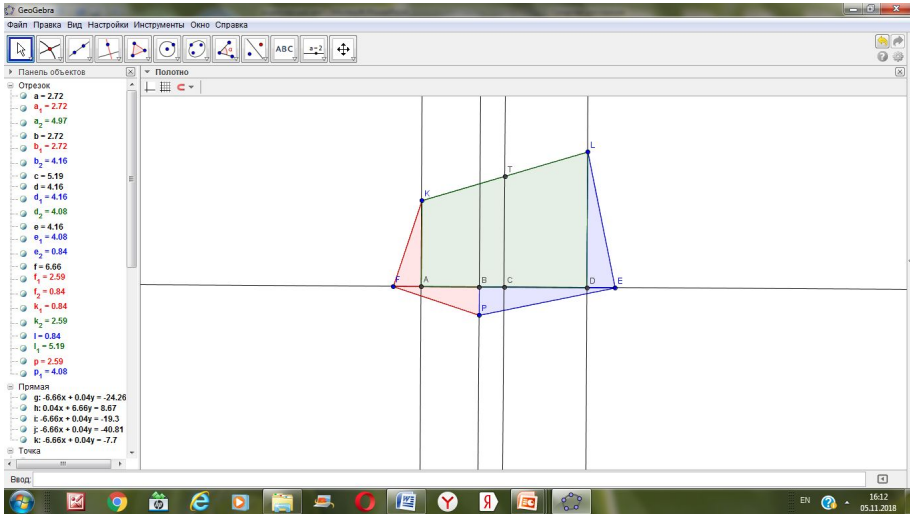
- $g: -6.66x + 0.04y = -24.26$
- $h: 0.04x + 6.66y = 8.67$
- $i: -6.66x + 0.04y = -19.3$
- $j: -6.66x + 0.04y = -40.81$
- $k: -6.66x + 0.04y = -7.7$

Точка

Ввод:

EN 16:12 05.11.2018

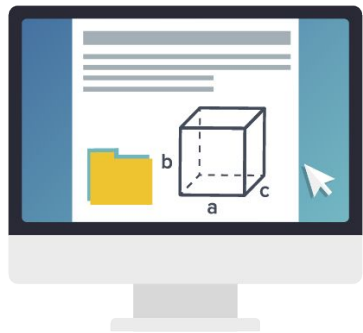
ЭТАП ПОСЛЕКОМПЬЮТЕРНОГО РЕШЕНИЯ. ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ГИПОТЕЗЫ 2



Так как KA , TC и LD перпендикулярны FE , то KA параллельно LD , поэтому $KADL$ – трапеция. Так как TC перпендикулярна FE и $KT = TL$ (по условию), следовательно, TC – средняя линия трапеции, поэтому $TC = \frac{KA+LD}{2}$.

Треугольники FKA и PFB – прямоугольные с равными гипотенузами, поскольку $FK = FP$ по построению. Так как KA перпендикулярна FB и KF перпендикулярна FP , получаем, что угол AKF равен углу PFB , следовательно, треугольник FKA равен треугольнику PFB и $KA = FB$. Аналогично можно доказать, что треугольник ELD равен треугольнику PEB и $LD = EB$.

$$\text{Далее, } TC = \frac{KA+LD}{2} = \frac{FB+EB}{2} = \frac{EF}{2}.$$

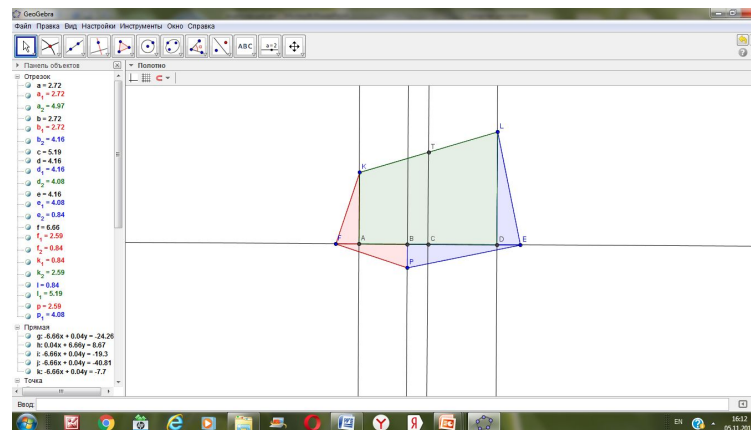


ЭТАП ПОСЛЕКОМПЬЮТЕРНОГО РЕШЕНИЯ. ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ГИПОТЕЗЫ 2

Поскольку расстояние FE постоянно, длина отрезка TC также постоянна. Кроме того, поскольку TC – средняя линия трапеции $KADL$, то $AC = CD$. Из равенства треугольников, доказанного выше, следует, что $PB = AF = ED$.

Следовательно, $FC = CE$, то есть C – середина отрезка FE .

Таким образом, точка T лежит на серединном перпендикуляре отрезка FE на расстоянии половины длины FE от этого отрезка.



ЭТАП ПОСЛЕКОМПЬЮТЕРНОГО РЕШЕНИЯ. ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ГИПОТЕЗЫ 2

После того как доказательство гипотезы завершено учащимся необходимо предложить проверить его на универсальность: взаимное положение точек E и F , изменению определений точек которые были получены поворотом точки P .



РЕФЛЕКСИВНЫЙ АНАЛИЗ. ЦЕЛИ КОМПЬЮТЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА



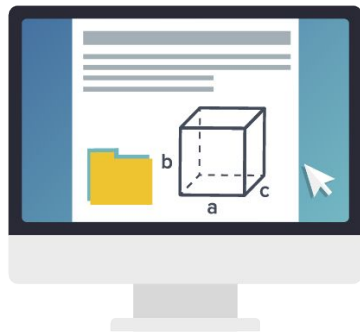
Проверка гипотез



Поиск гипотез

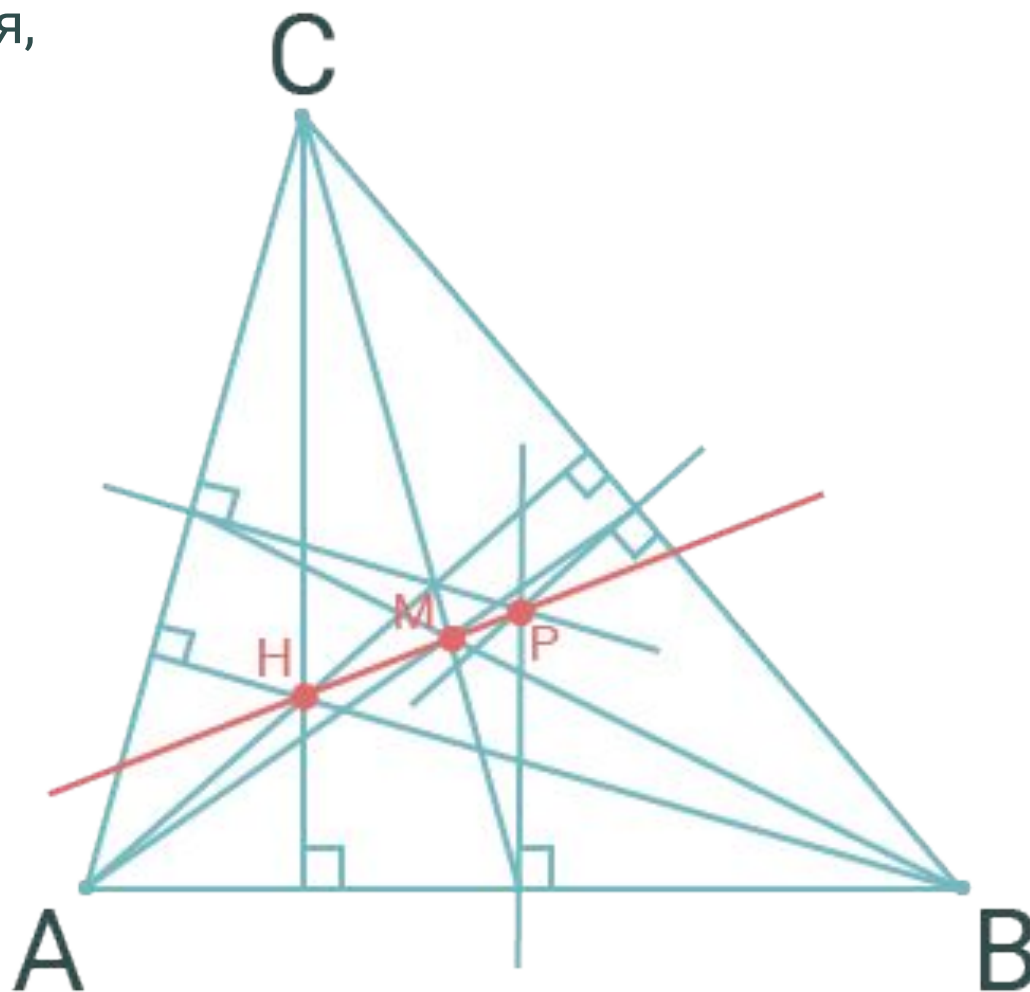


Исследование результата решения задачи



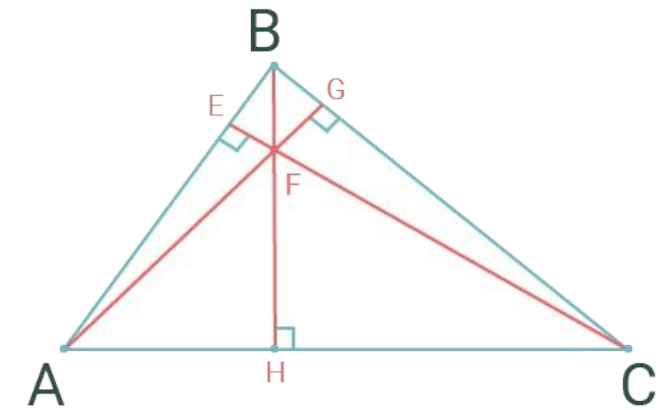
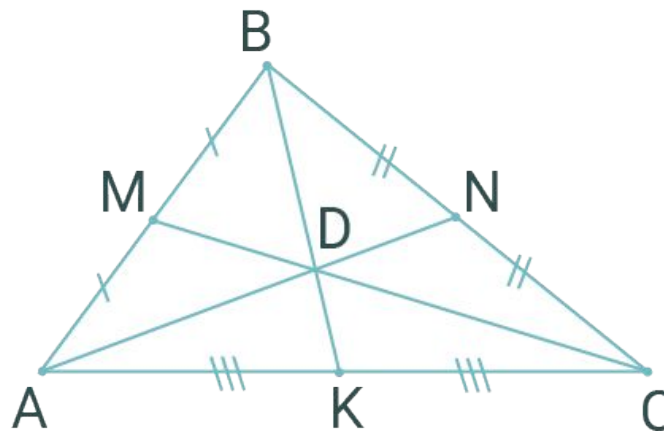
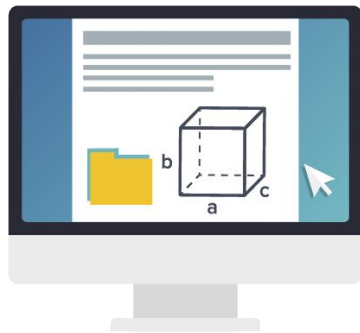
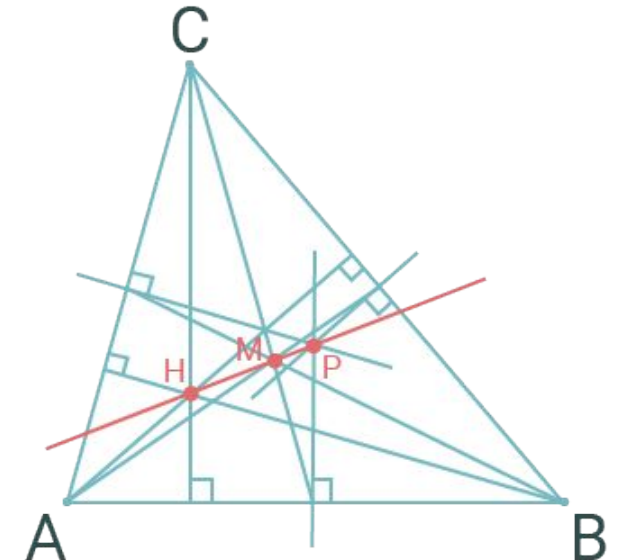
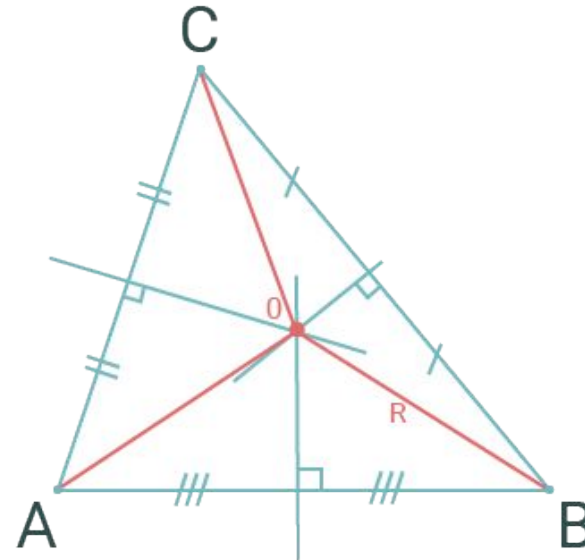
ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ ТРЕУГОЛЬНИКА. ПРЯМАЯ ЭЙЛЕРА

Прямая Эйлера может быть определена как прямая, проходящая через центр описанной окружности и ортоцентр треугольника.



ТЕОРЕМА

Центр окружности, описанной около треугольника, центроид треугольника, а так же ортоцентр лежат на одной прямой.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭЙЛЕРА В УМК ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА

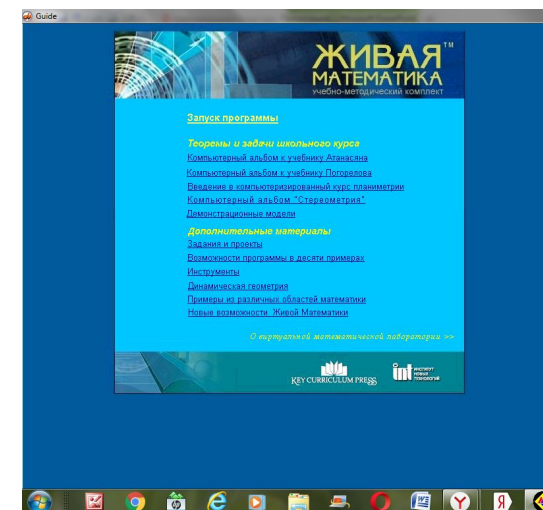
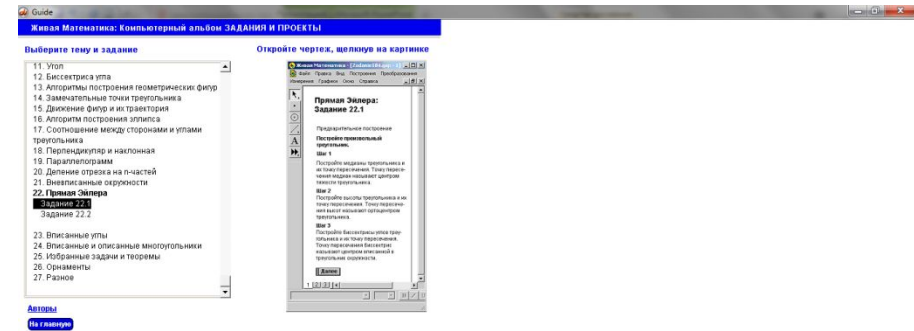
Дополнительные материалы:



Задания и проекты



Прямая Эйлера

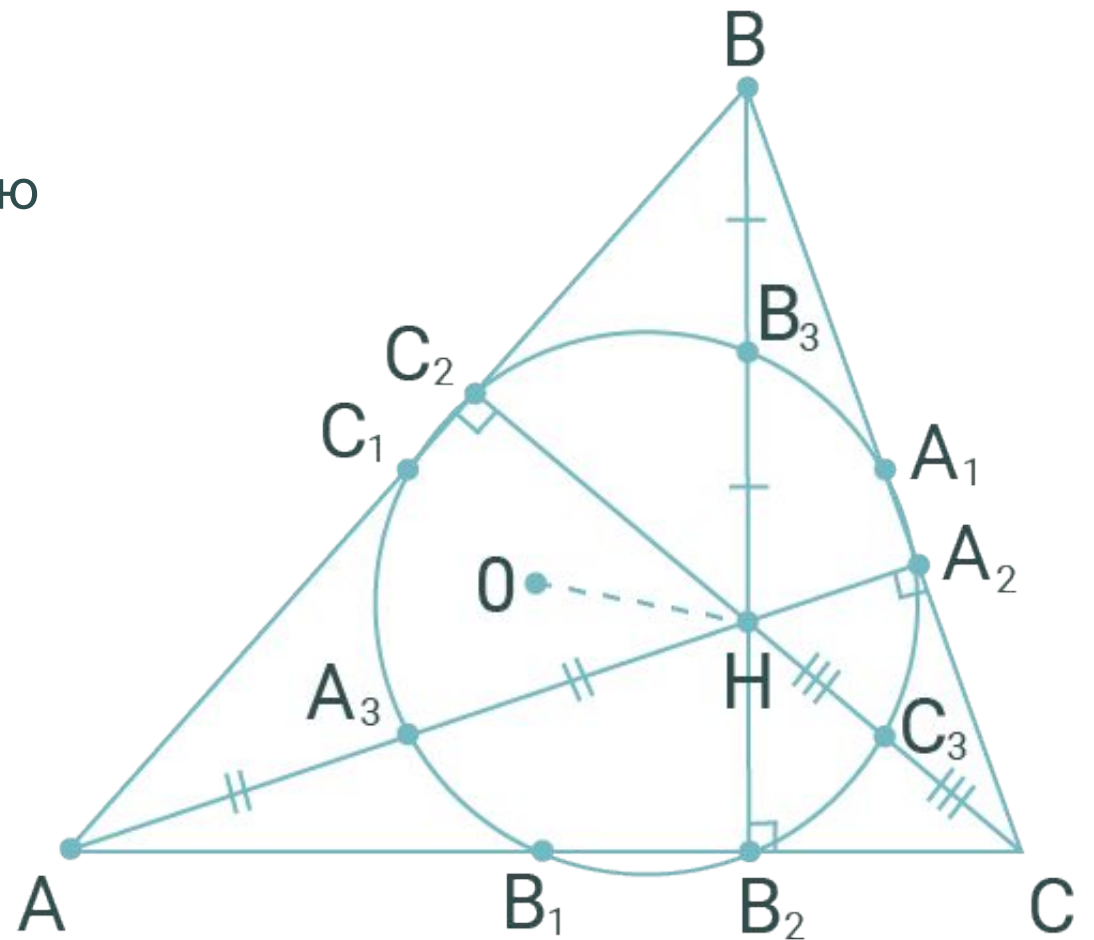


ЗАПУСК ПРОГРАММЫ
УМК ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА



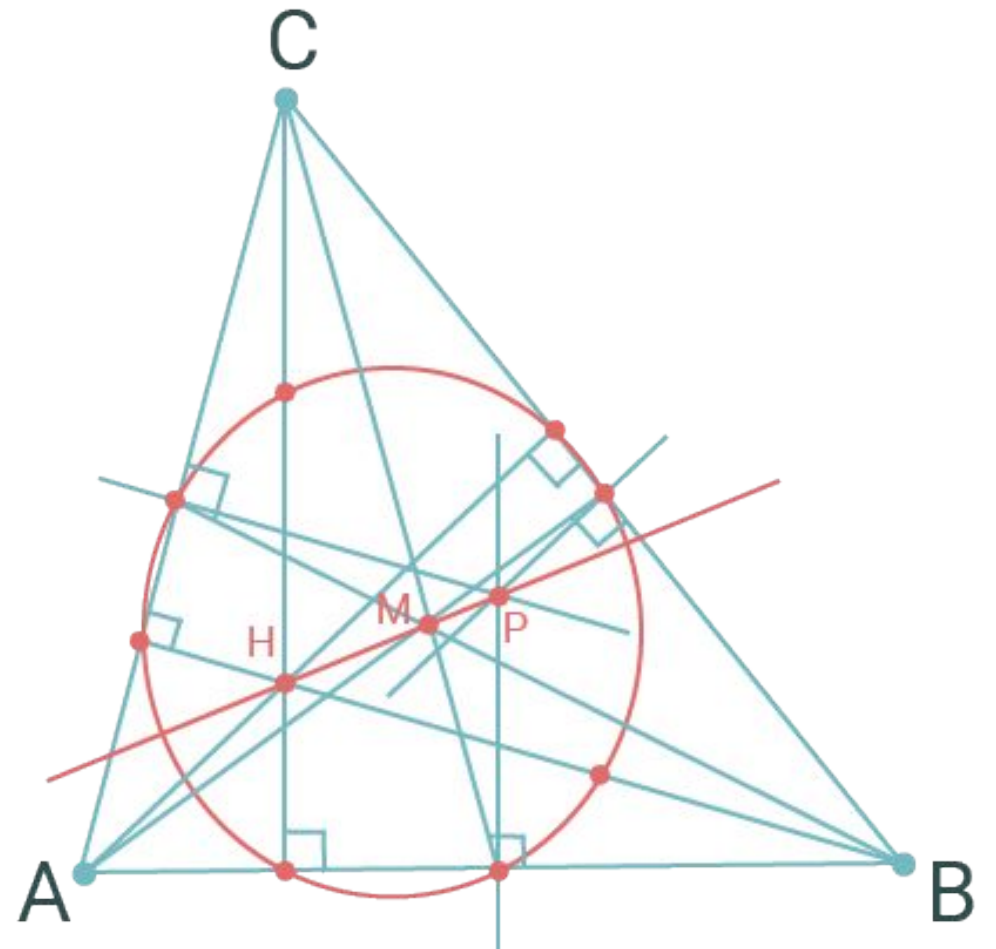
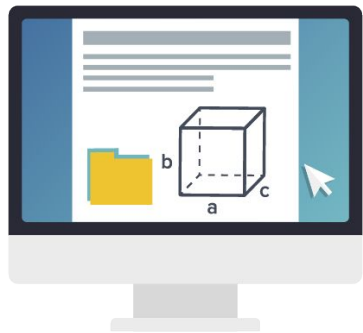
ПРОДОЛЖЕНИЕ ИСЛЕДОВАНИЯ. ОКРУЖНОСТЬ ЭЙЛЕРА. ОКРУЖНОСТЬ 9 ТОЧЕК

Окружность девяти точек — это окружность проходящая через середины всех трёх сторон треугольника. Она также называется окружностью Эйлера, окружностью Фейербаха, окружностью шести точек.



ПРОДОЛЖЕНИЕ ИСЛЕДОВАНИЯ. ОКРУЖНОСТЬ ЭЙЛЕРА. ОКРУЖНОСТЬ 9 ТОЧЕК

В двадцатых годах XIX века французские математики Понселе, Брианшон и другие установили независимо друг от друга следующую теорему: основания медиан, основания высот и середины отрезков высот, соединяющих ортоцентр с вершинами треугольника, лежат на одной и той же окружности.





СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Васильева М.В. Использование информационных технологий при обучении математике: учебно-метод.пособие, АСОУ, 2015Г.-132С.



Сергеева Т.Ф Основы динамической геометрии монография, АСОУ, 2016-152С.

Создавать условия для поддержания и развития поисковой активности школьников.

Кашицына Ю.Н. Возможности программы «Живая математика» в процессе решения задач по геометрии на доказательство, статья в сборнике конференции МПГУ, 2018.

Кружок «Экспериментальная математика» с учащимися 7-9 классов.
<http://itprojects.narfu.ru/kruzhok-exp-mat/>



БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!



Контакты:
e-mail: kaschitsyna2010@yandex.ru.