Презентация – пособие «Преобразование графиков функций »

Часть I

Учителя Новопокровской ош
Глухова Виктора Владимировича

Новопокровка 2014 – 2015 уч. год

Рассмотрим преобразования графика функции

$y = f(x)$ в график функции $y = k f(x + m) + n$.

Осознаем роль коэффициента k и слагаемых

m и n в данной формуле.

График функции y = f (x) является базовым. Повторим для начала все основные графики функций, которые мы изучали в 9 классе

Прямая пропорциональность   **y = k x**

Например, **y = 2x** **,** (прямая, проходящая через начало координат.)

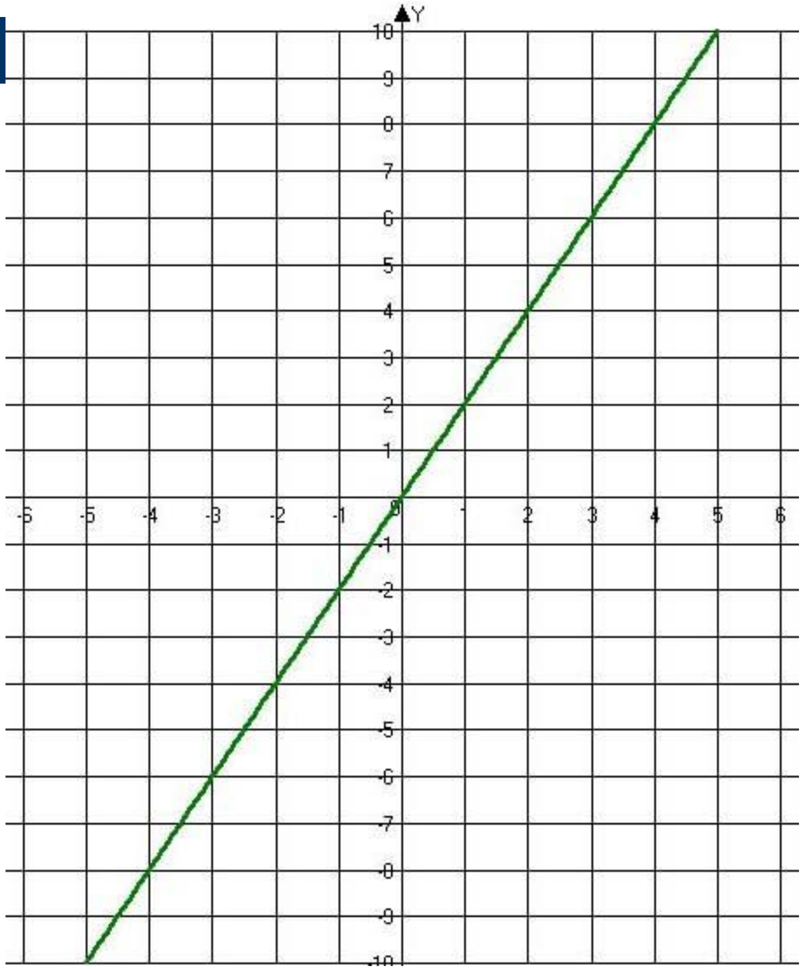


График линейной функции *y = k x + b*

Например, y = 3x – 2   (прямая, не проходящая через начало координат.)

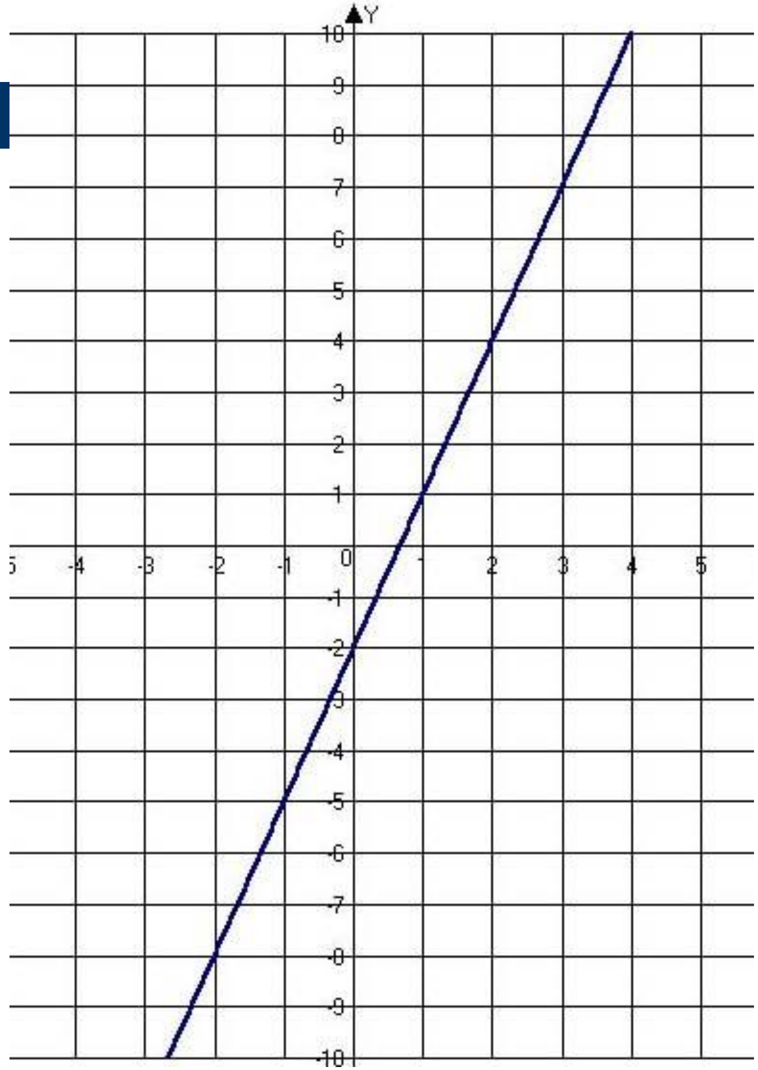


График обратной пропорциональности, функции $y = \frac{4}{x}$

гипербола , не пересекающая оси координат .

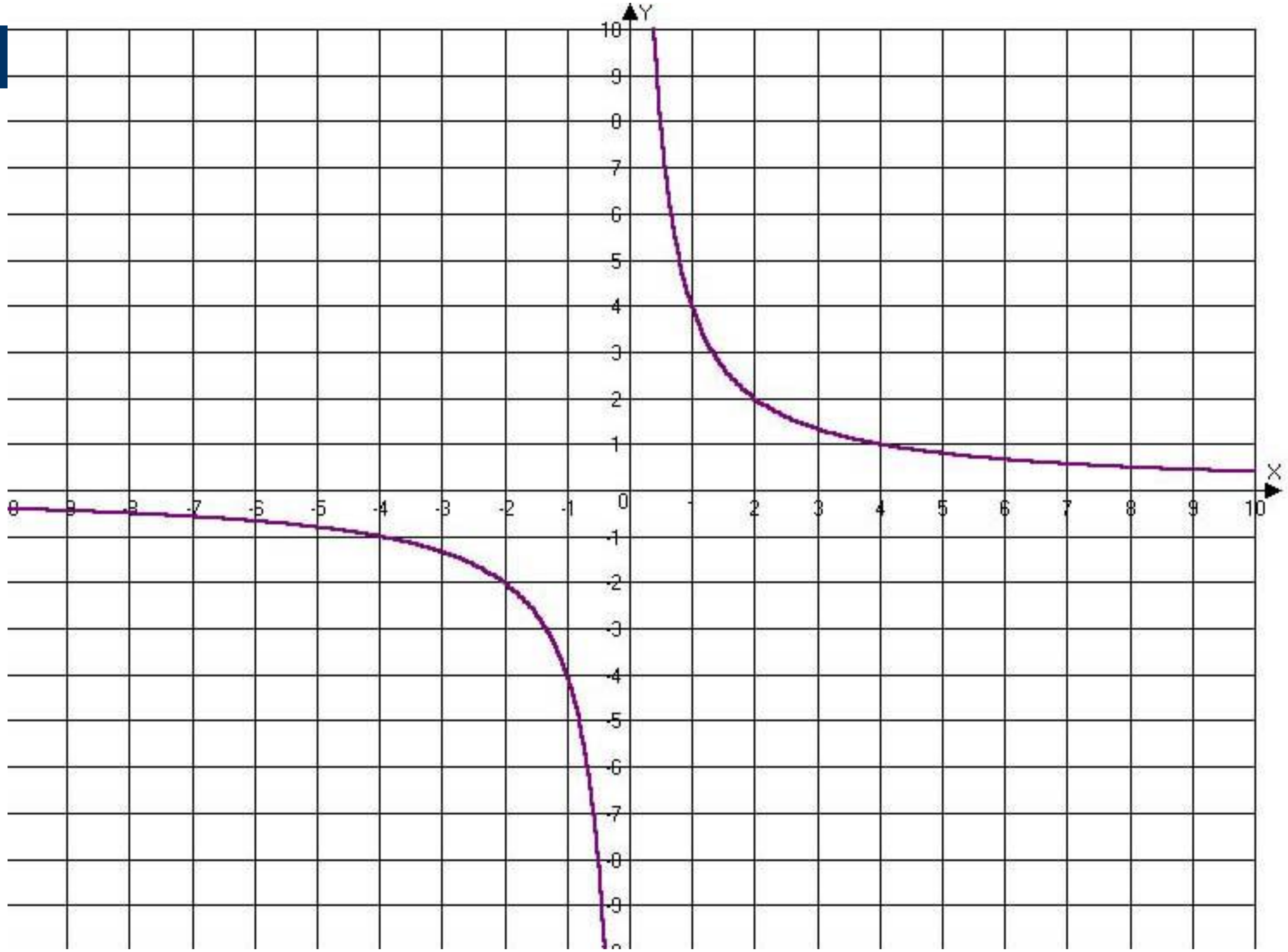


График квадратичной функции *$y = x^2$*

Парабола, проходящая через начало координат и точки (1;1) и (-1;1).

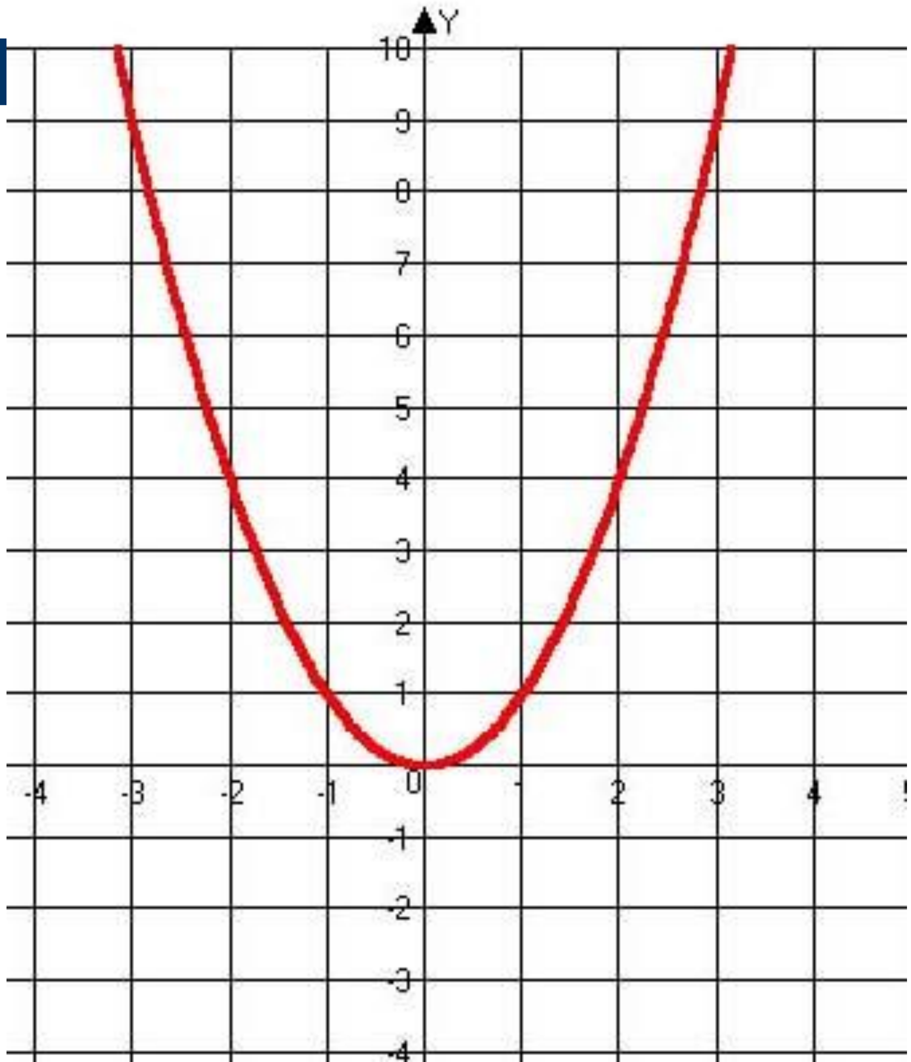


График кубической функции $y = x^3$

Кубическая парабола, проходящая через начало координат и точки (1;1) и (-1;-1).

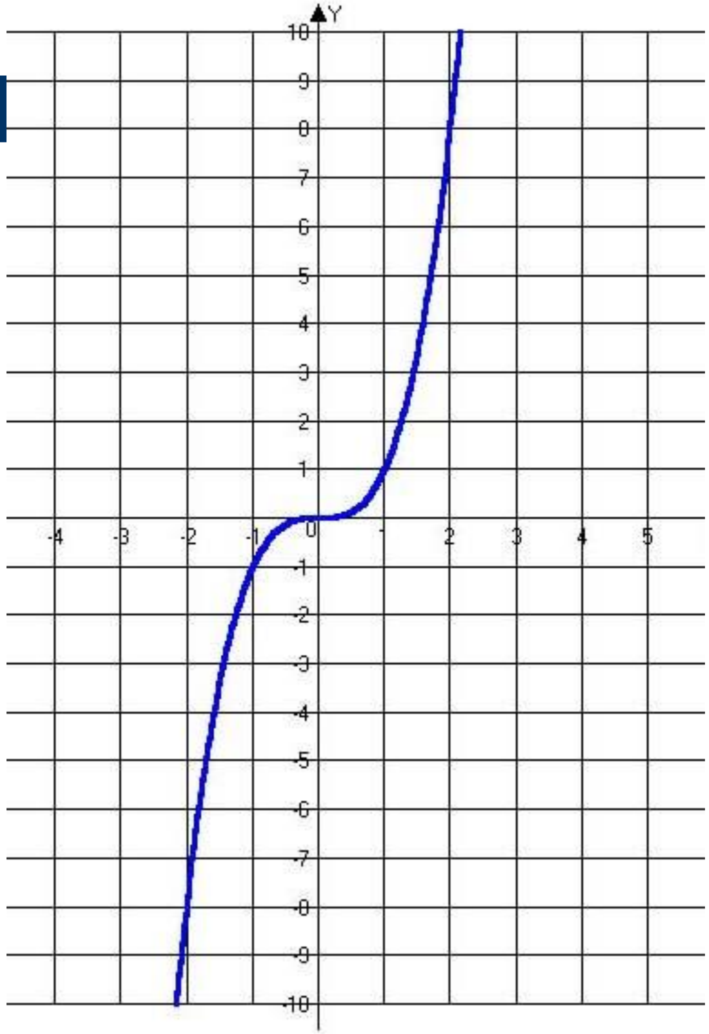
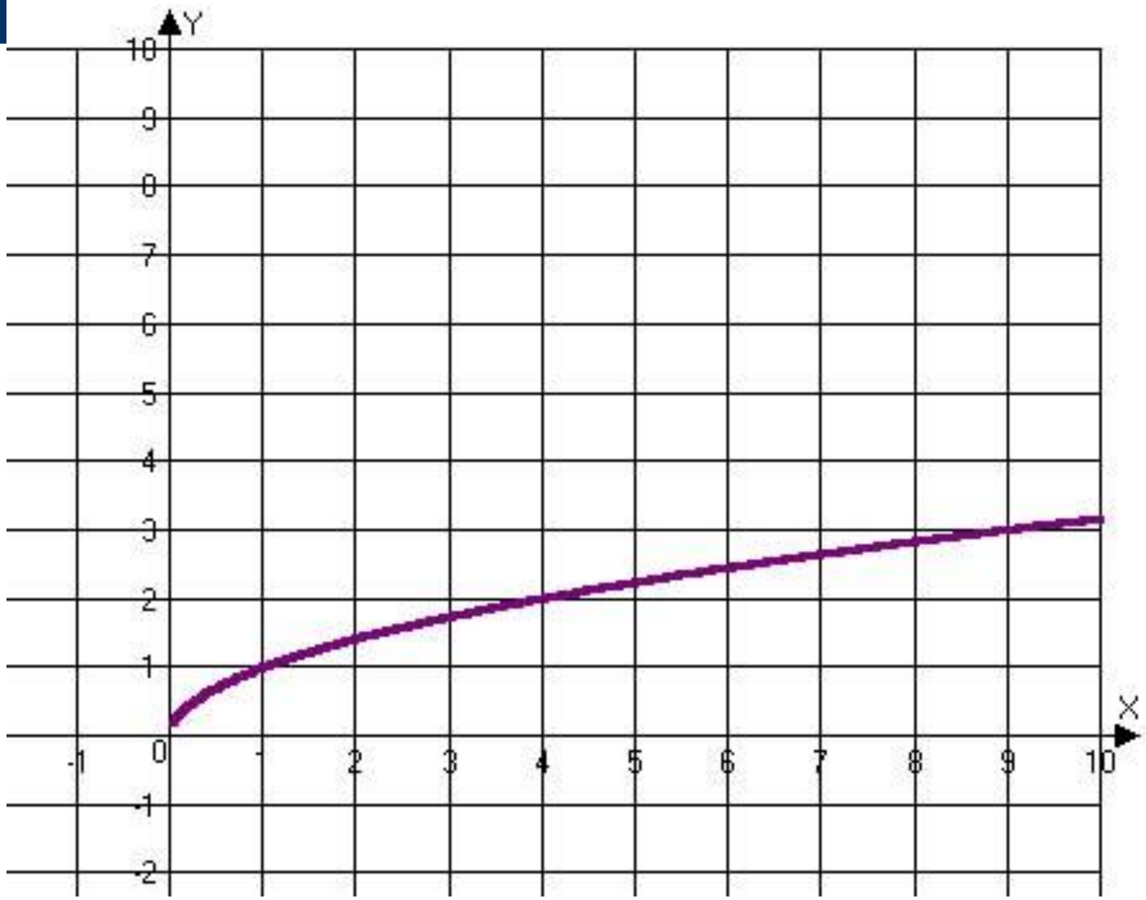


График функции y = $\sqrt{x}$

Парабола, существующая только для x ≥ 0 , проходящая через начало координат и точки (1; 1) и (4 ; 2).

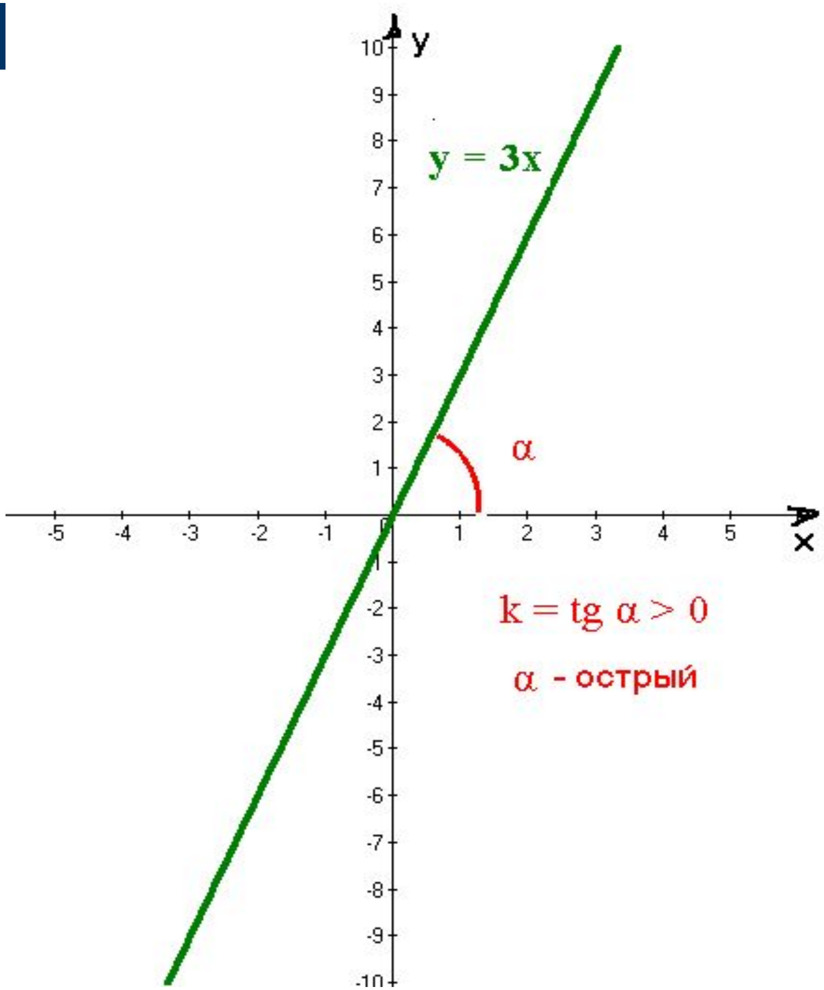


Теперь повторим материал 8 класса по уравнению прямой $y = k \cdot x + b$

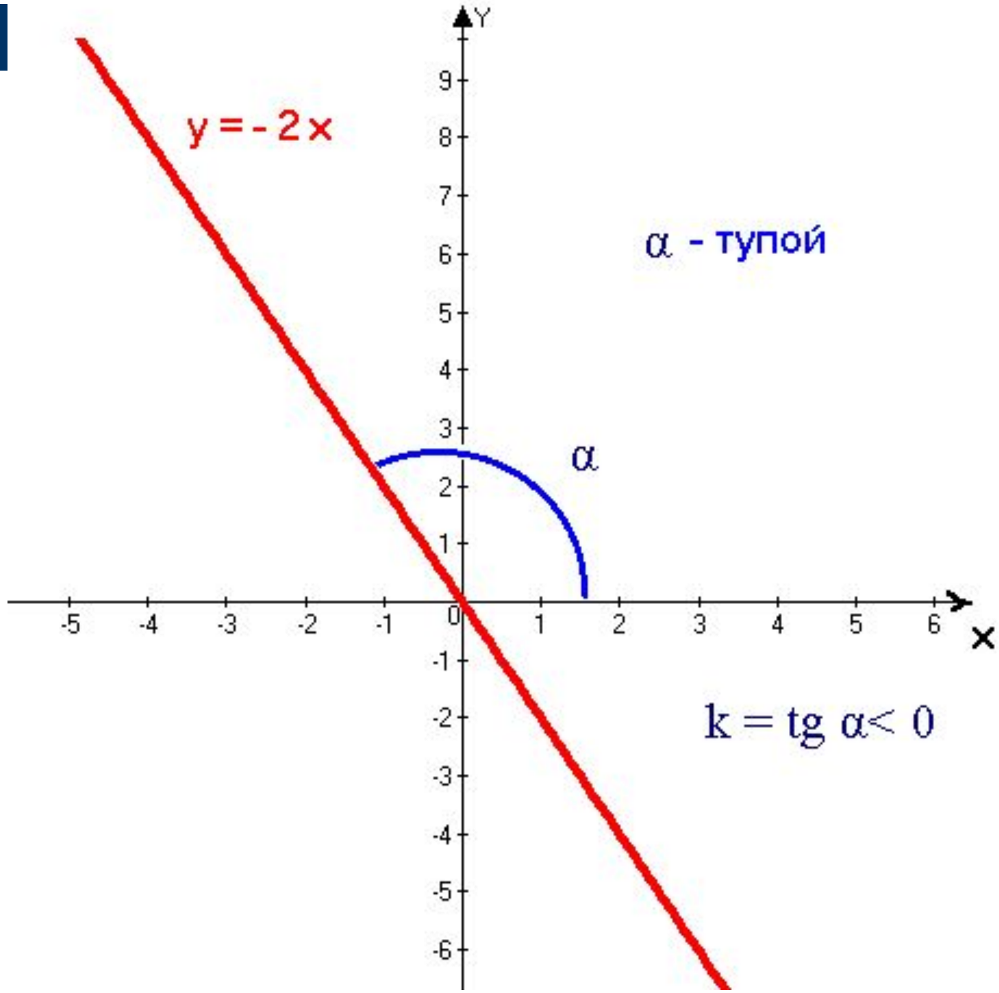
- Как проходит прямая в зависимости от коэффициента k ?
- Каково положение прямой в зависимости от свободного члена b ?

Рассмотрим на конкретных примерах.

1. *Если в уравнении $y = k x$ коэффициент $k > 0$, то прямая проходит в I и III четвертях. Угол между прямой и положительным направлением оси абсцисс – острый ($k = tg\ \alpha > 0$)*



Если в уравнении y = k x коэффициент k < 0 , то прямая проходит в II и IV четвертях. Угол между прямой и положительным направлением оси абсцисс – тупой . ***(k = tg α < 0)***

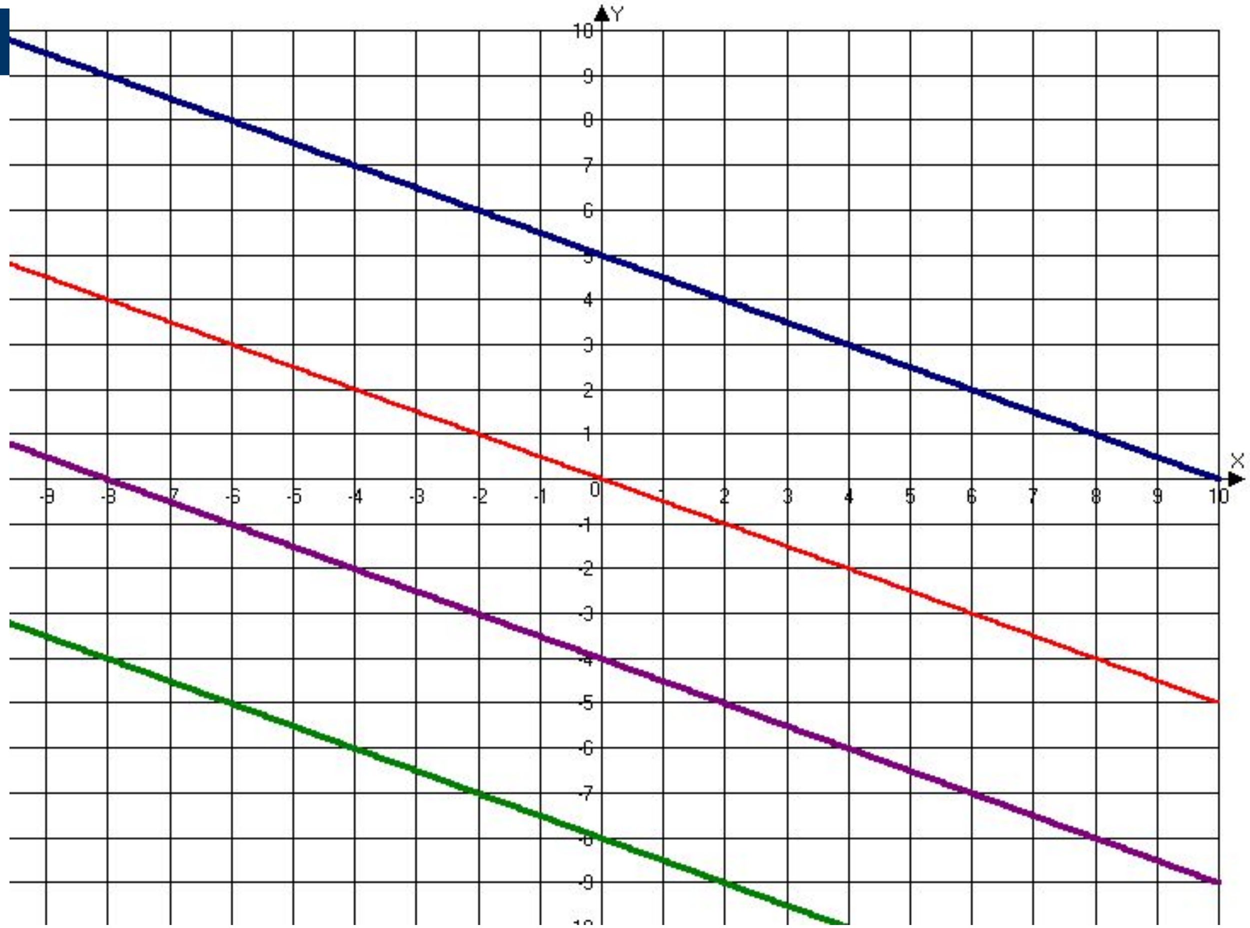


Если в уравнении *y = k x + b* *b > 0* **, то прямая** *y = k x* **сдвигается параллельно** вверх **на** b **единиц, если** *b <0* **то прямая** *y = k x* **сдвигается** вниз параллельно **на** b **единиц.**

В одной системе координат построим графики (по цвету формулы)

а) y = -0,5x **б) y = - 0,5x + 5**

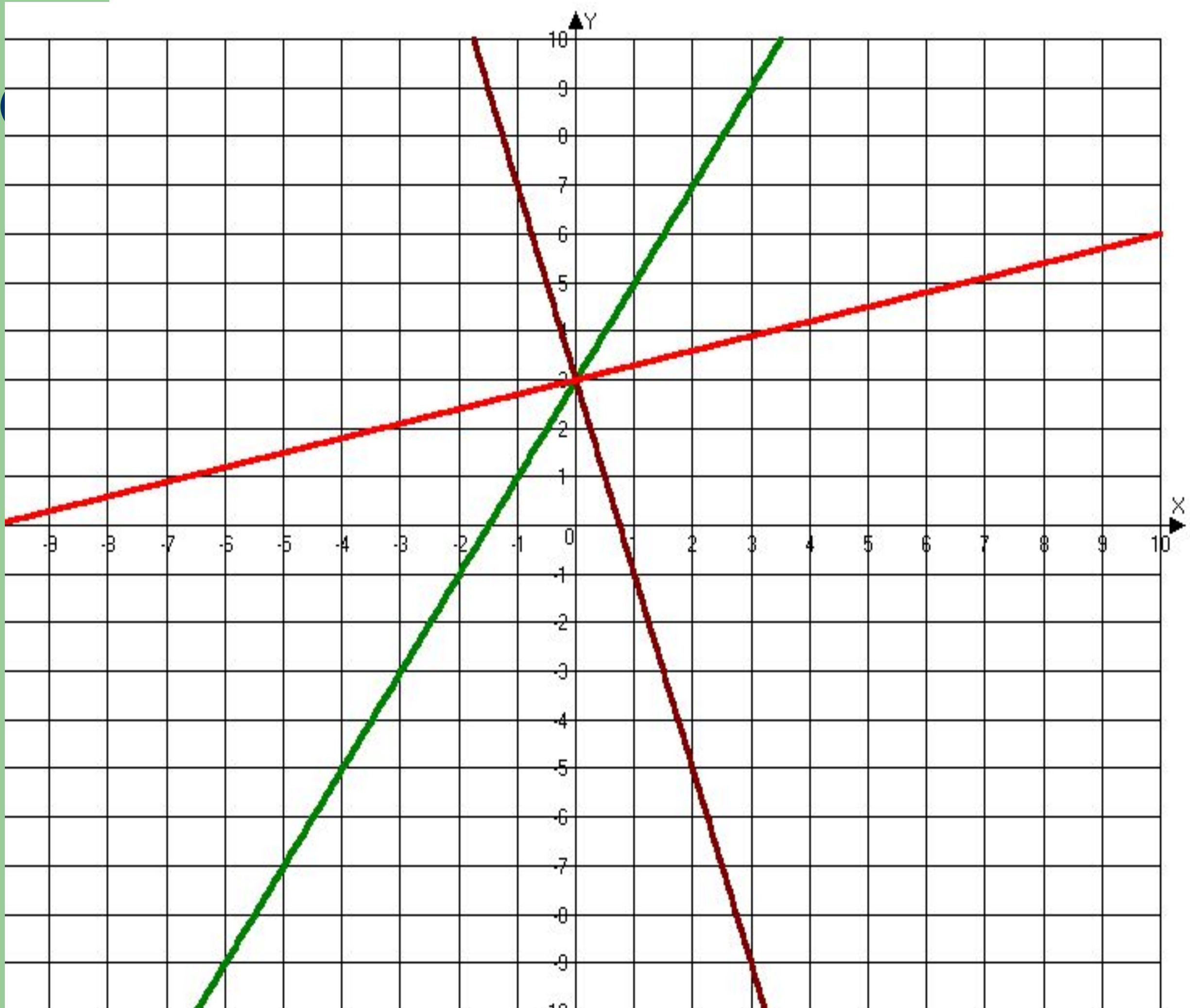
в) y = -0,5x – 4 **г) y = -0,5x – 8**



Рассмотрим, какова роль свободного члена *b* **в формуле прямой** *y = kx + b*

построим графики в одной системе координат

а) у = 0,3х + 3 ; **б) у = 2х + 3 ;** **в) у = - 4х + 3**



Все эти графики пересекают ось ординат в точке (0 ; 3)

Мы всё ближе к осознанию преобразования графика функции $y = f(x)$ в график функции $y = k f(x + m) + n$

- **Рассмотрим поэтапно преобразования:**
- ***а) $f(x)$ и $f(x) + n$***
- ***б) $f(x)$ и $f(x + m)$***
- ***в) $f(x)$ и $k f(x)$***
- ***г) $f(x)$ и $k f(x + m) + n$***

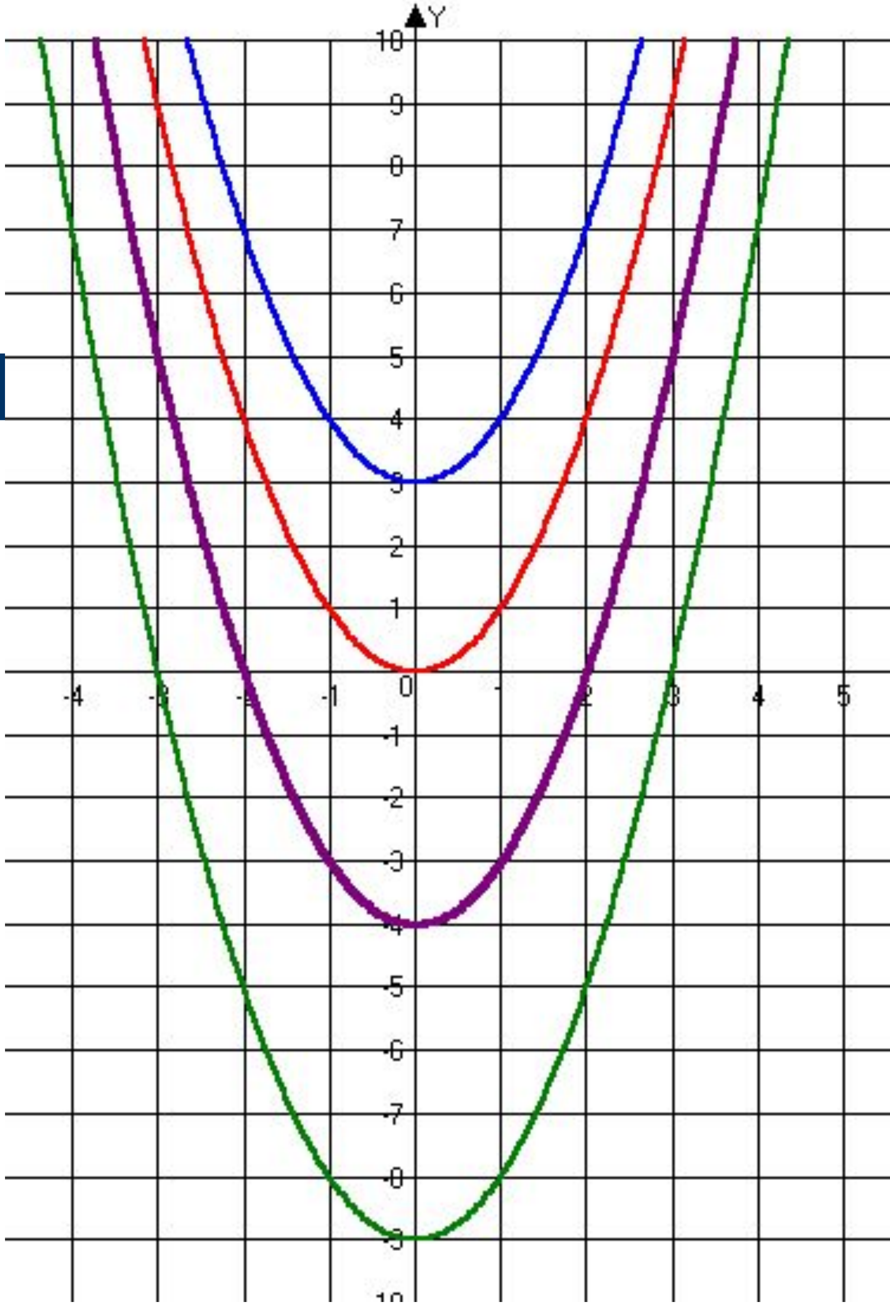
Первое преобразование $y = f(x)$ в $y = f(x) + n$

Построим в одной системе координат графики следующих функций

а) $y = x^2$; б) $y = x^2 + 3$;

в) $y = x^2 - 4$;

г) $y = x^2 - 9$



Вывод: ***если*** $n > 0$ ***, то парабола*** $y = x^2$ ***сдвигается параллельным переносом вверх на n единиц,***

если $n < 0$***, то парабола*** $y = x^2$ ***сдвигается вниз на n единиц.***

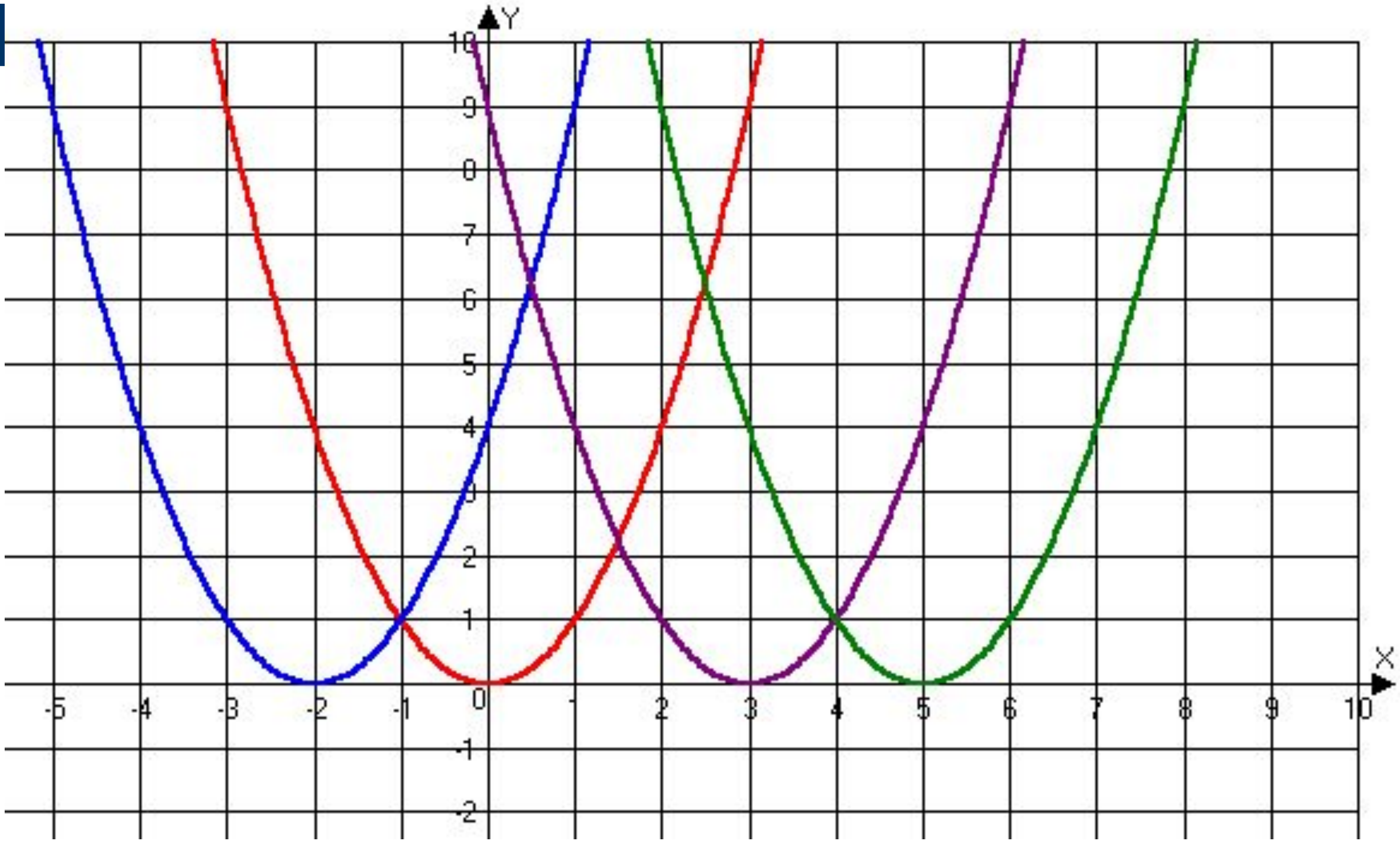
Рассмотрим преобразование, которое мы не могли наблюдать с графиками прямых. Общий вид преобразования $y = f(x)$ и $y = f(x + m)$. Теперь число прибавляется не к функции, как в предыдущем примере, а к аргументу.

- *Что же мы ожидаем увидеть?*
- *Что если* $m > 0$ *, то парабола* $y = x^2$ *сдвигается параллельным переносом вдоль оси абсцисс* ***влево*** *на* m *единиц, если* $m < 0$ *то парабола* $y = x^2$ *сдвигается параллельным переносом вдоль оси абсцисс* ***вправо*** *на* m *единиц.*
- *То есть если* m *положительное число, то сдвиг происходит вдоль оси абсцисс , но в отрицательном направлении и , наоборот,*
  если m *отрицательное число, то сдвиг происходит вдоль оси абсцисс , но в положительном направлении*

Для того, чтобы увидеть параллельный перенос – сдвиг вдоль оси абсцисс нам достаточно построить в одной системе координат графики следующих функций

1. $y = x^2$; **2. $y = (x + 2)^2$;**

3. $y = (x - 3)^2$; **4. $y = (x - 5)^2$**

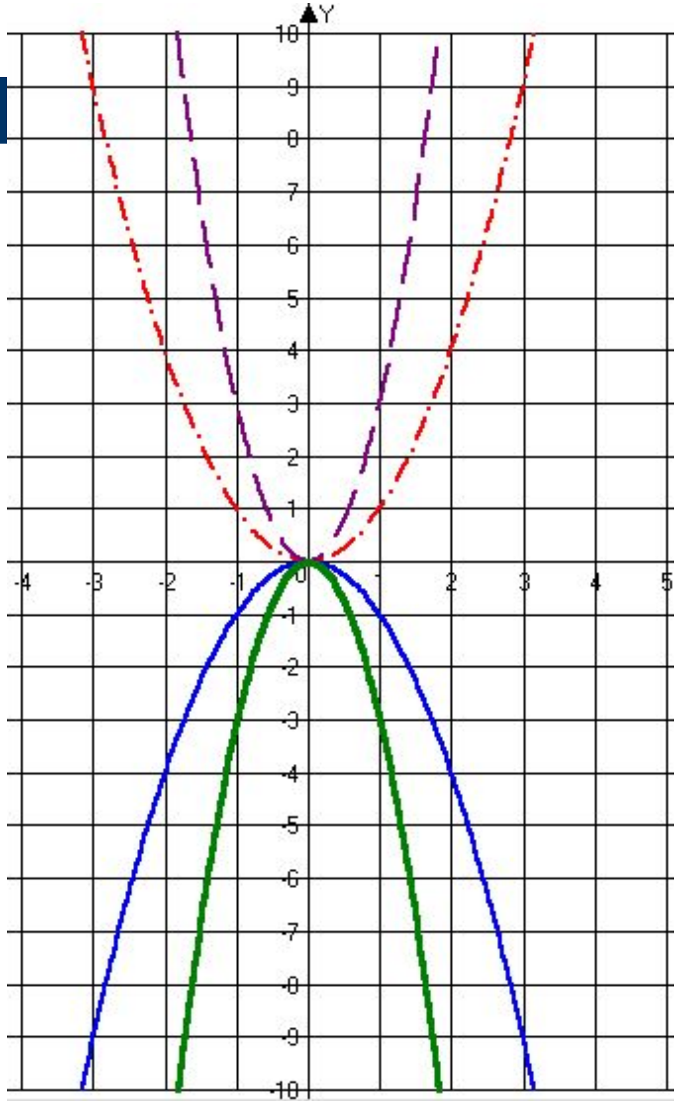


Теперь рассмотрим преобразование $y = f(x)$ и $y = kf(x)$.

- Оценим роль коэффициента k. Оценивать будем по двум моментам.
- а) k - положительный или отрицательный коэффициент.
- б) k - больше или меньше единицы.

Рассмотрим преобразование, когда $y = f(x)$ переходит в $y = k f(x)$,

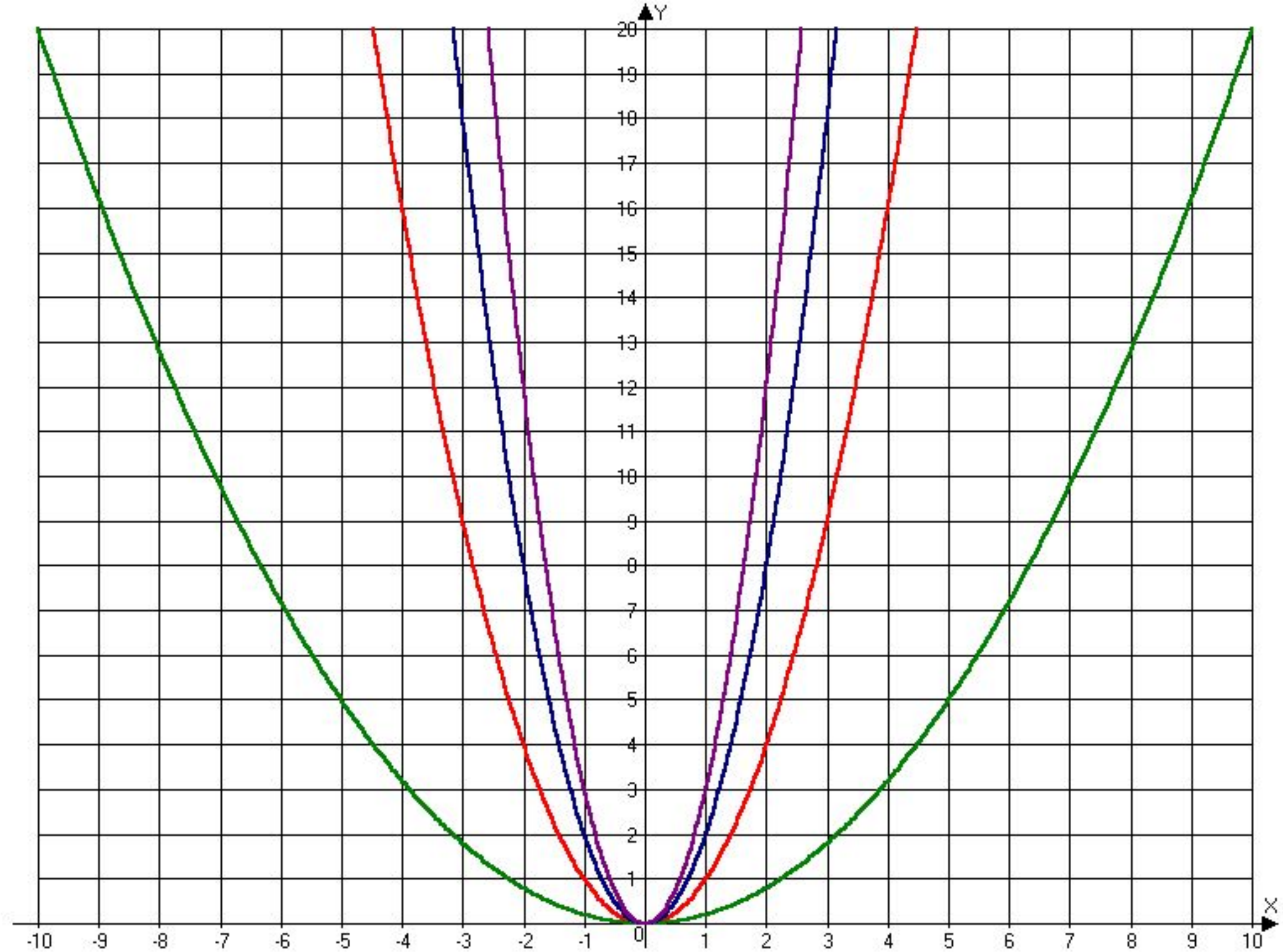
*где **k - отрицательный коэффициент.*** **Наблюдаем симметричное отображение относительно оси абсцисс графика $y = x^2$ в график $y = - x^2$, а $y = 3x^2$ в график $y = - 3x^2$**



Рассмотрим преобразование, когда $y = f(x)$ переходит в $y = k\,f(x)$,

где ***k - положительный коэффициент.*** ***Наблюдаем, что, график функции $y = k\,x^2$ получается из графика $y = x^2$ с помощью сжатия его в k раз к оси ординат (Оу), если $k > 1$, или с помощью растяженя в k раз к оси ординат (Оу) , если $0 < k < 1$. Строим графики :***

$y = x^2$; $y = 2\,x^2$; $y = 3x^2$; $y = 0{,}2\,x^2$



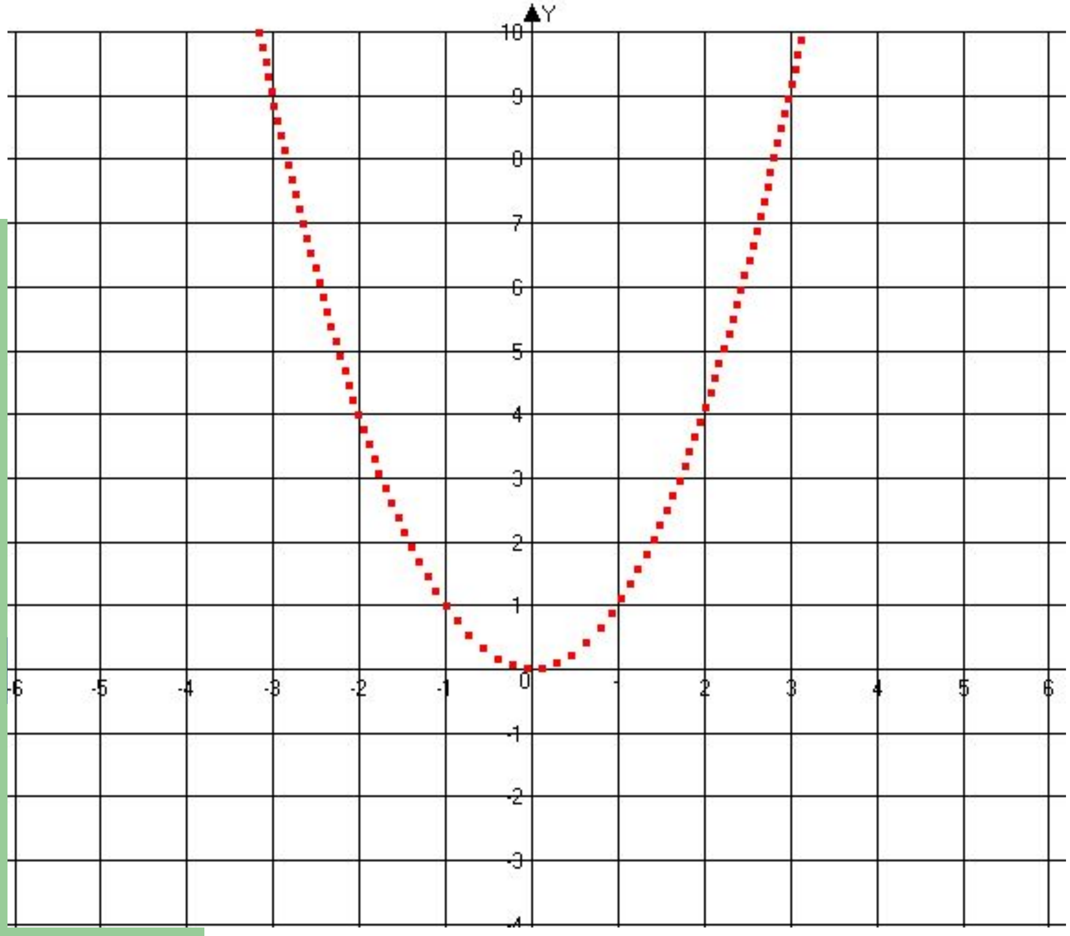
Для обобщения преобразование

*$y = f(x)$ **в** $y = k f(x + m) + n$*

рассмотрим для наглядности построение простого графика функции

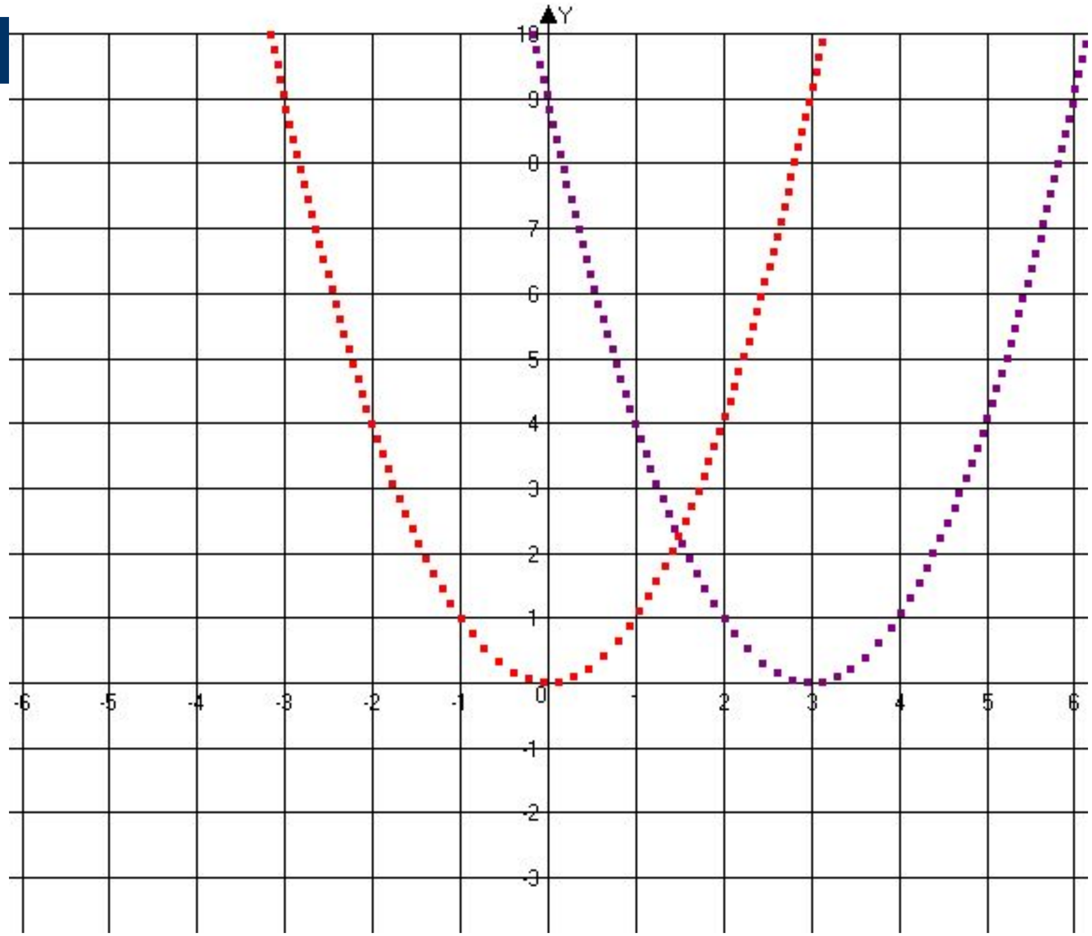
$y = (x - 3)^2 - 1$

1) Строим базовый график $y = x^2$



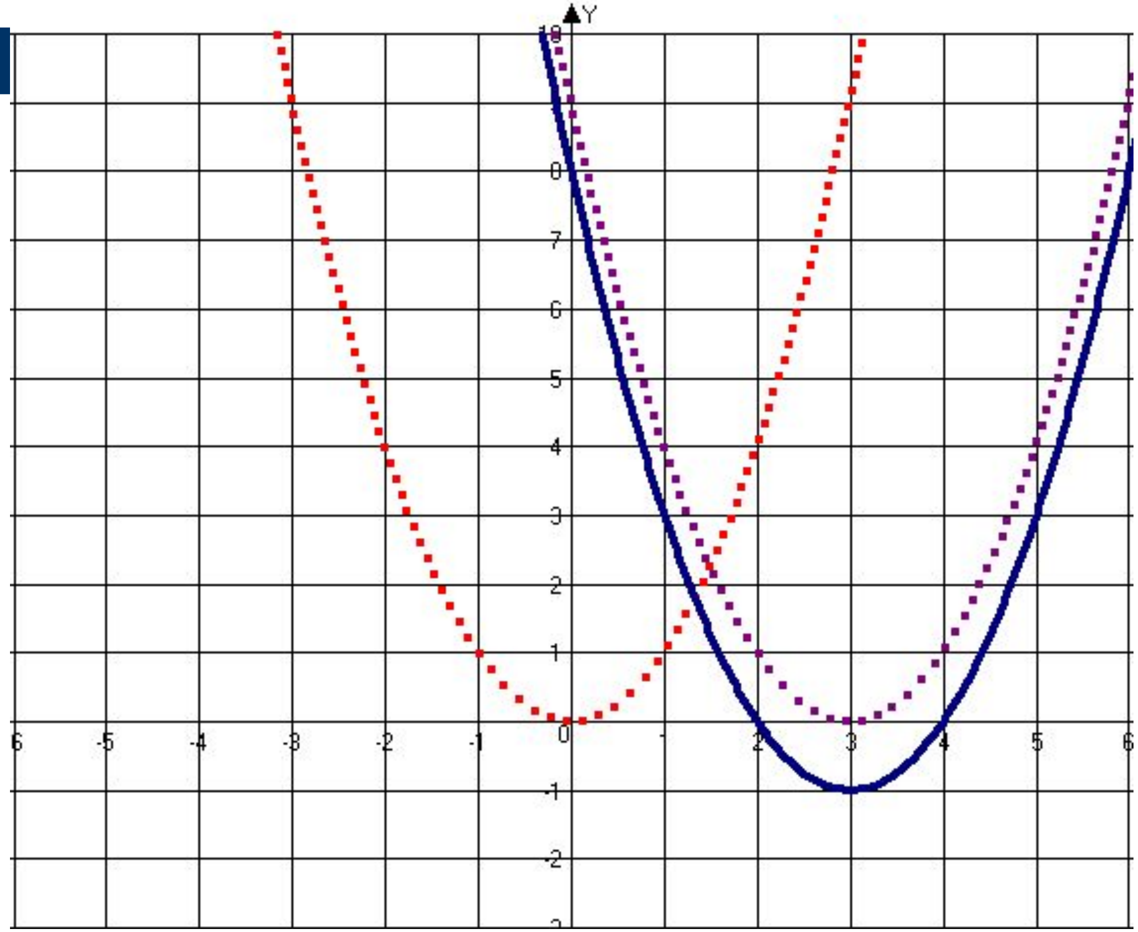
По формуле $y = k f(x + m) + n$ имеем $m = -3$.

2) График $y = x^2$ сдвигается *вправо ($m < 0$)* на три единицы , получили график $y = (x - 3)^2$



По формуле $y = k f(x + m) + n$ имеем $n = -1$.

3) График $y = (x-3)^2$ сдвигается параллельным переносом *вниз ($n < 0$)* на одну единицу, получили график $y = (x-3)^2 - 1$



Подведем итоговое преобразование, комплексно объединяющее все предыдущие преобразования

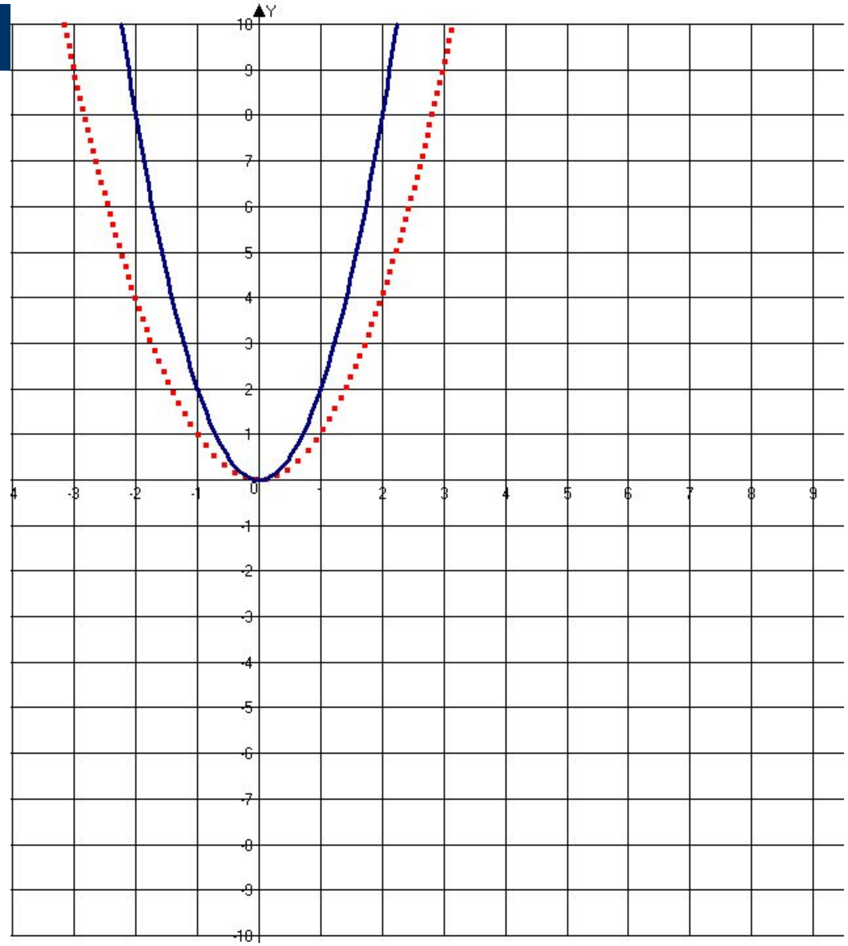
$y = f(x)$ **в** $y = kf(x + m) + n$.

Из выше сказанного, после обобщений, следует :

- *1)* ***k*** *– растягивает или сжимает график функции* ***f (x)*** *к оси ординат (Оу)*
- *2)* ***m*** *– производит сдвиг графика вдоль оси абсцисс (Ох)*
- *3)* ***n*** *– производит сдвиг графика вдоль оси ординат (Оу)*
- *Для наглядности построим график функции* $\boldsymbol{y = -2(x-4)^2 + 5}$*, но разобьём построение на последовательные этапы*
- **1.** $\boldsymbol{y = x^2}$ ***(базовый график)***
- **2.** $\boldsymbol{y = 2x^2}$ ***(сжатие к оси ординат в два раза)***
- **3.** $\boldsymbol{y = -2x^2}$ ***(симметричное отображение относительно Ох)***
- **4.** $\boldsymbol{y = -2(x-4)^2}$ ***(сдвиг влево на 4 единицы)***
- **5.** $\boldsymbol{y = -2(x-4)^2 + 5}$ ***(сдвиг вверх на 5 единиц)***

Этапы построения графика функции $y = -2(x-4)^2 + 5$,
базовый график $y = x^2$ переходит в $y = 2x^2$.

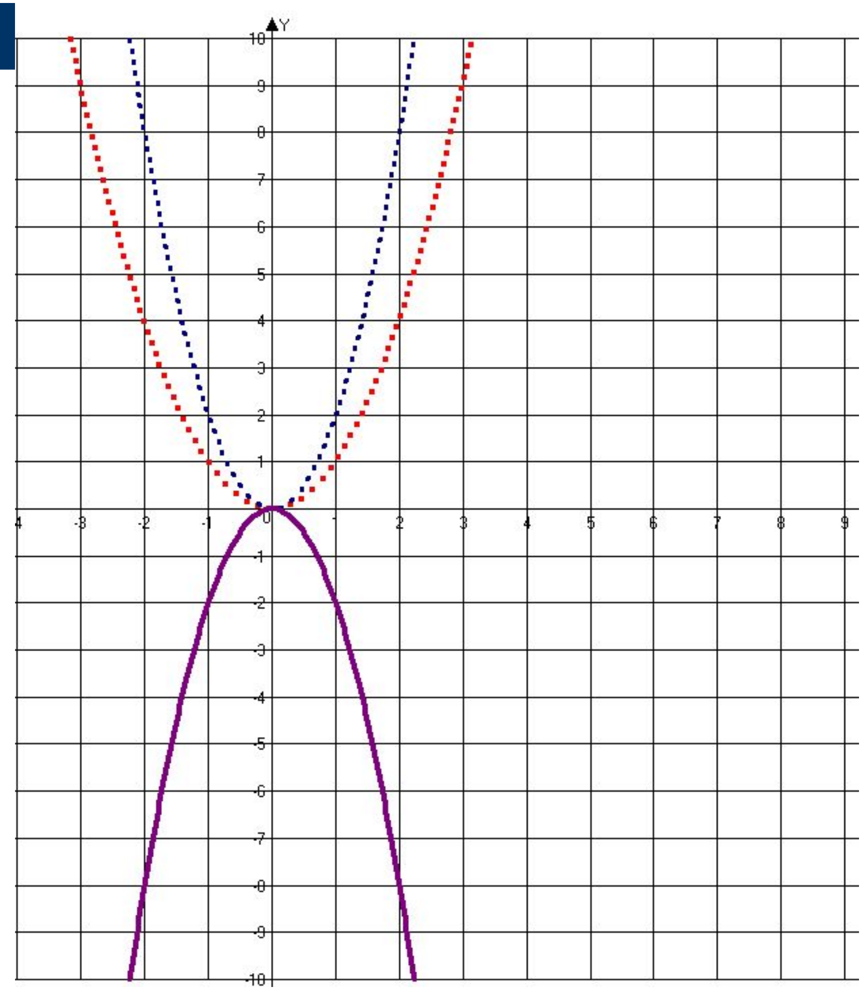
Наблюдаем сжатие к оси ординат (Оу) в два раза



Этапы построения графика функции *$y = -2(x-4)^2 + 5$,*

график $y = 2x^2$ переходит в $y = -2x^2$.

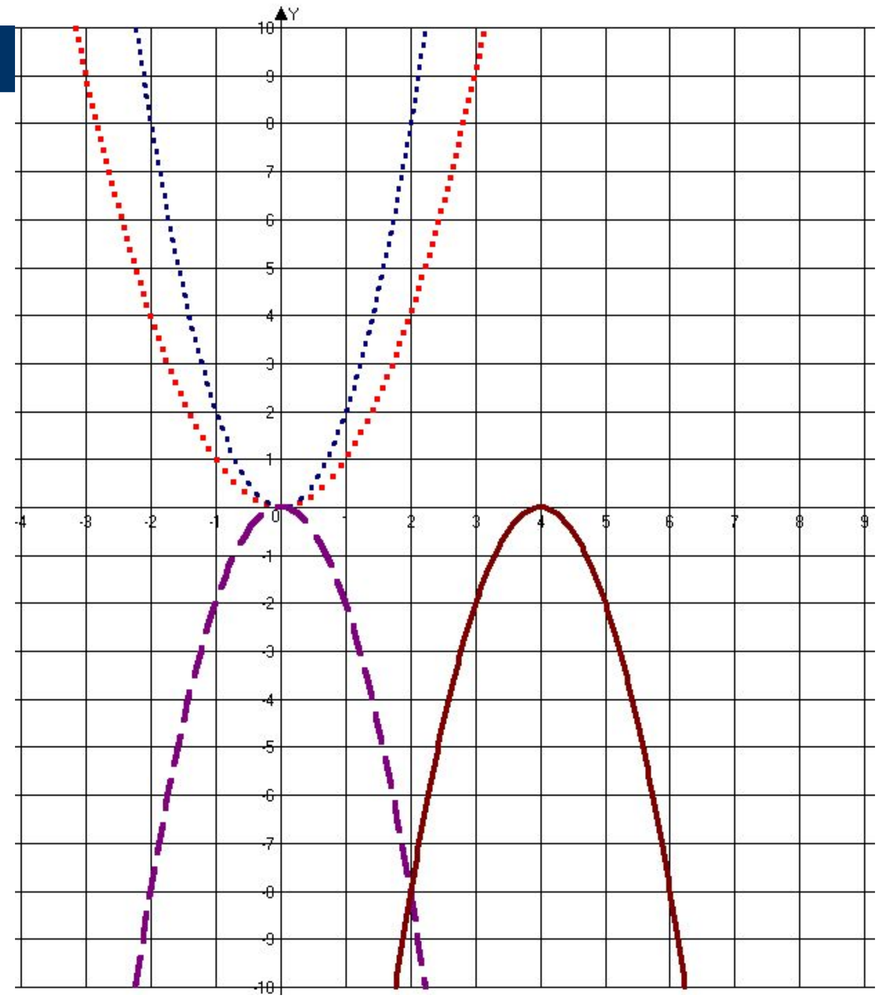
Наблюдаем симметричное отображение относительно Ох.



Этапы построения графика функции *$y = -2(x-4)^2 + 5$,*

график $y = -2x^2$ переходит в $y = -2(x-4)^2$.

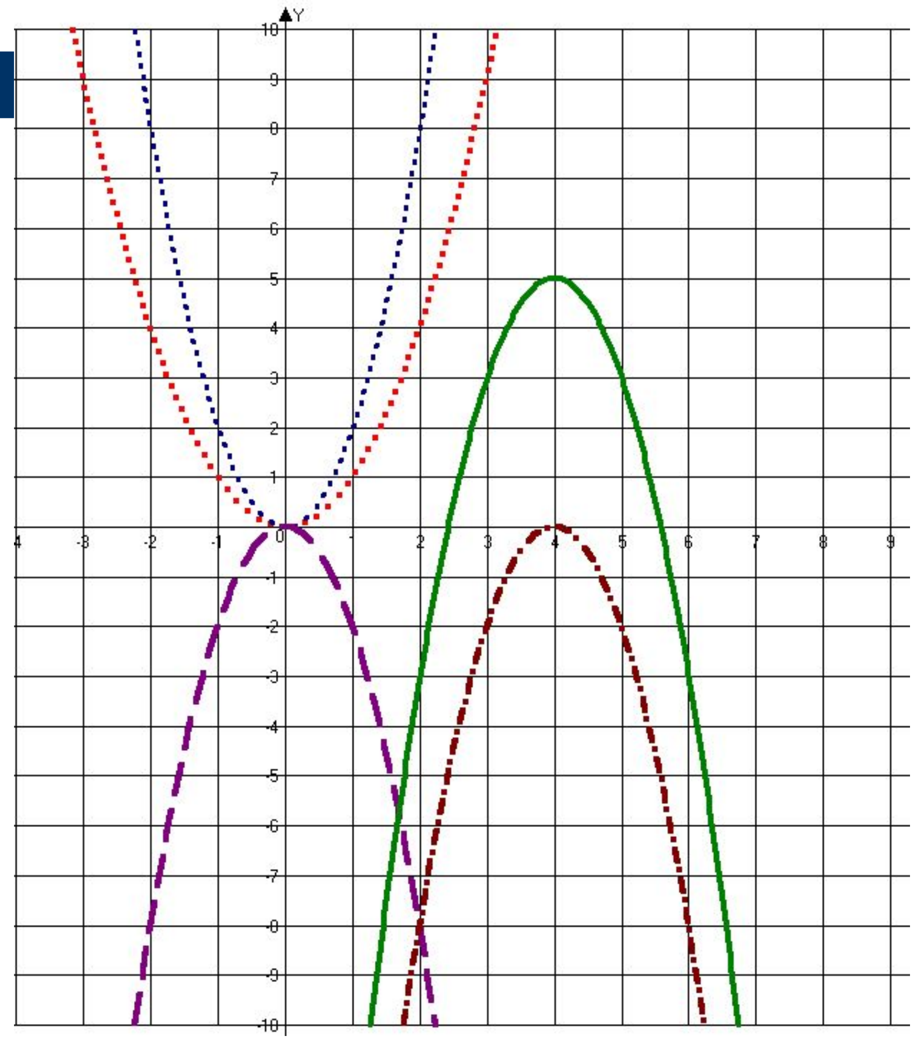
Наблюдаем сдвиг влево параллельным переносом на 4 единицы.



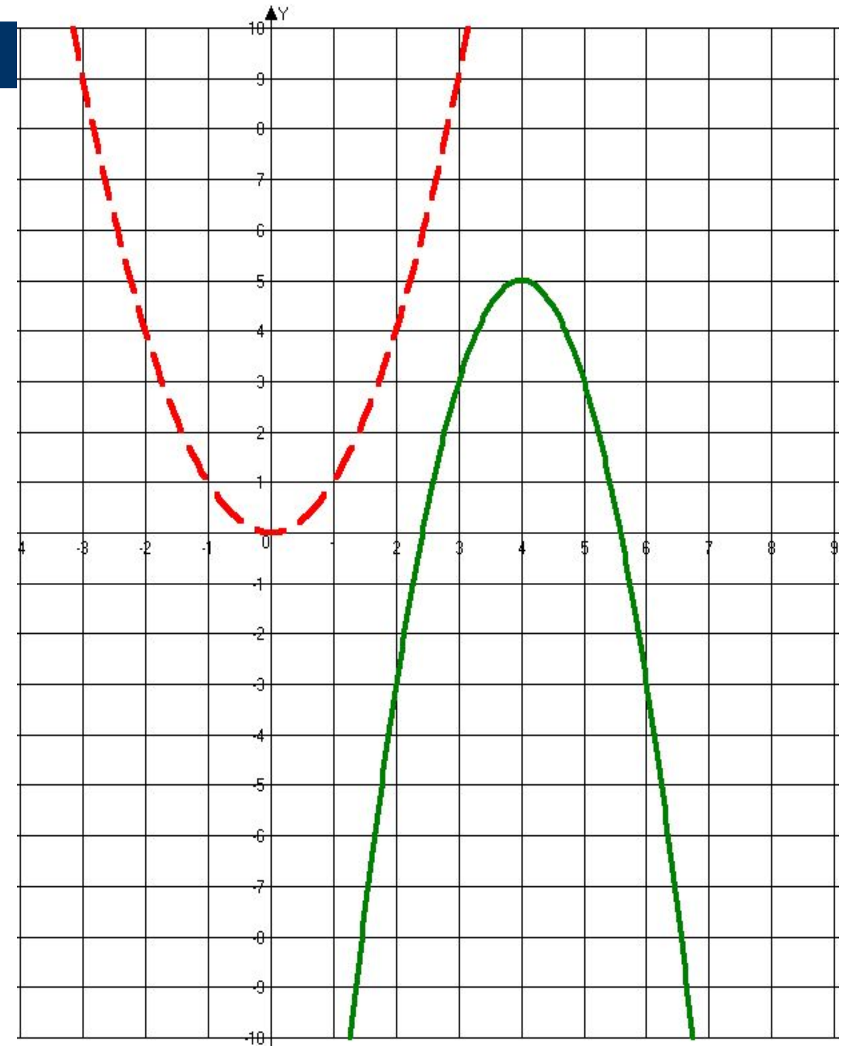
Этапы построения графика функции *$y = -2(x-4)^2 + 5$,*

график $y = -2(x-4)^2$ переходит в $y = -2(x-4)^2 + 5$.

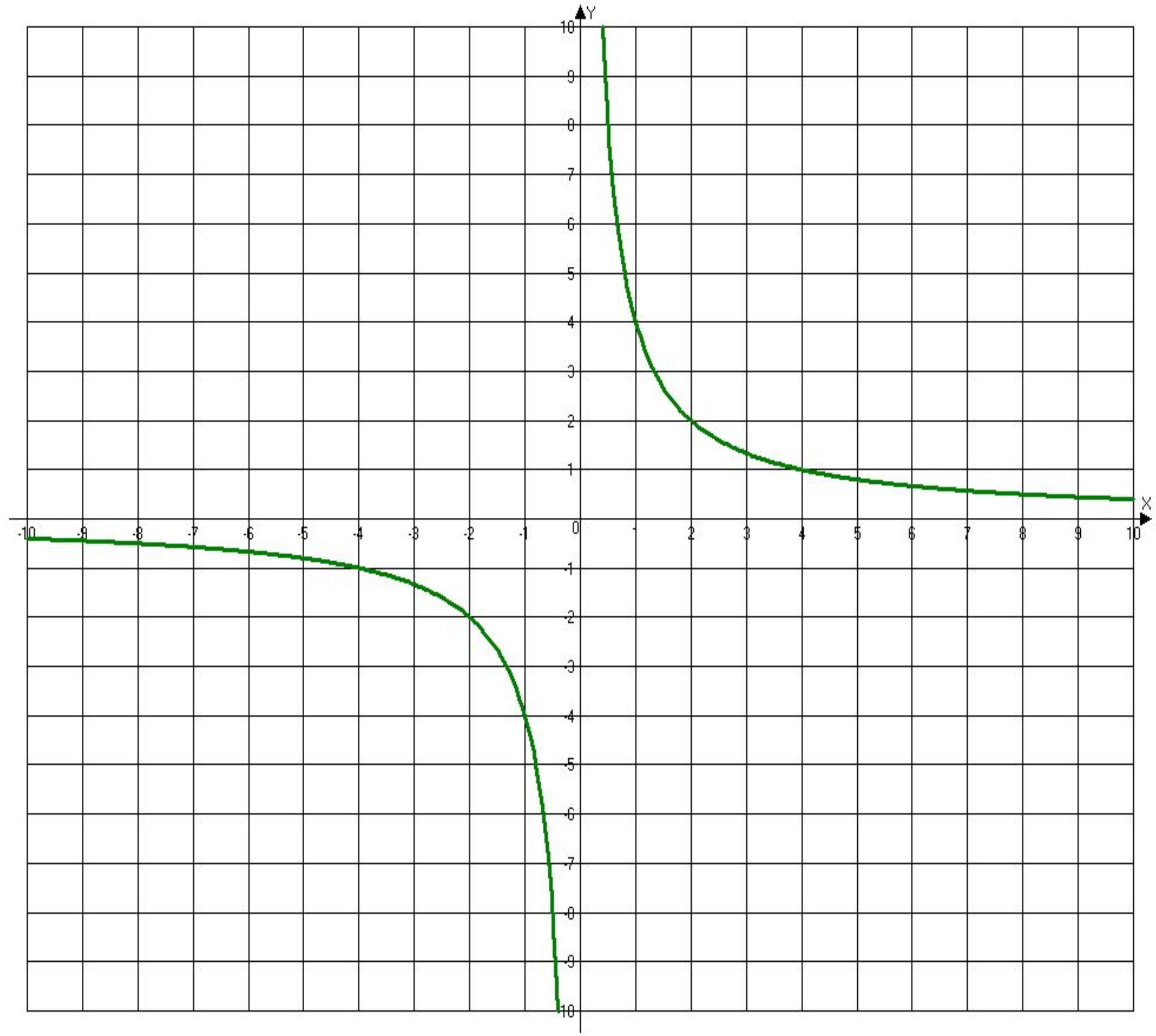
Наблюдаем сдвиг вверх параллельным переносом на 5 единиц.



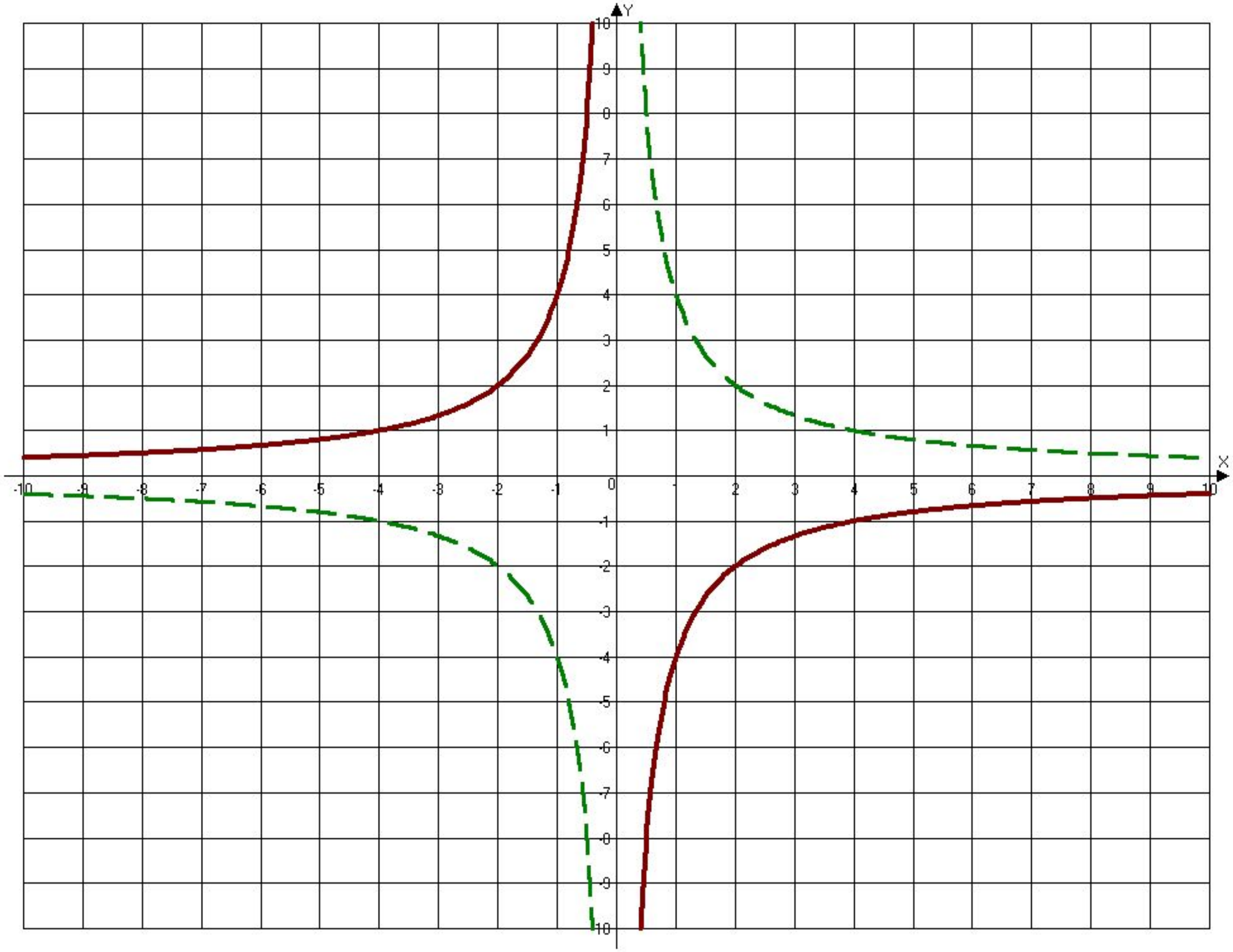
Таким образом по преобразованию $y = f(x)$ **в**
$y = k f(x + m) + n$ **.** *график $y = x^2$ в несколько этапов переходит в график $y = -2(x - 4)^2 + 5$.*



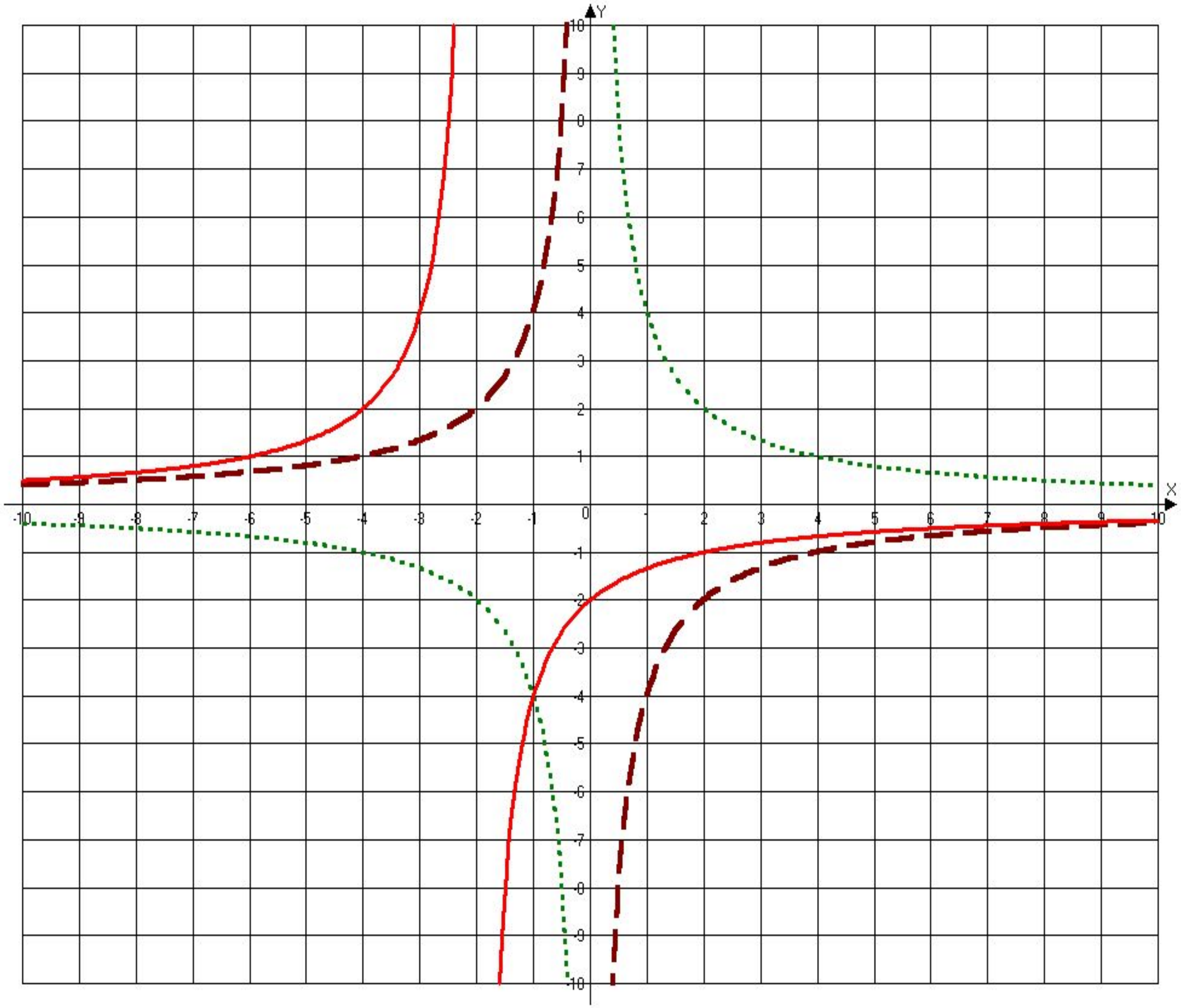
Рассмотрим построение графика у = $-\frac{4}{(x+2)}-3$ поэтапно, но без пояснений



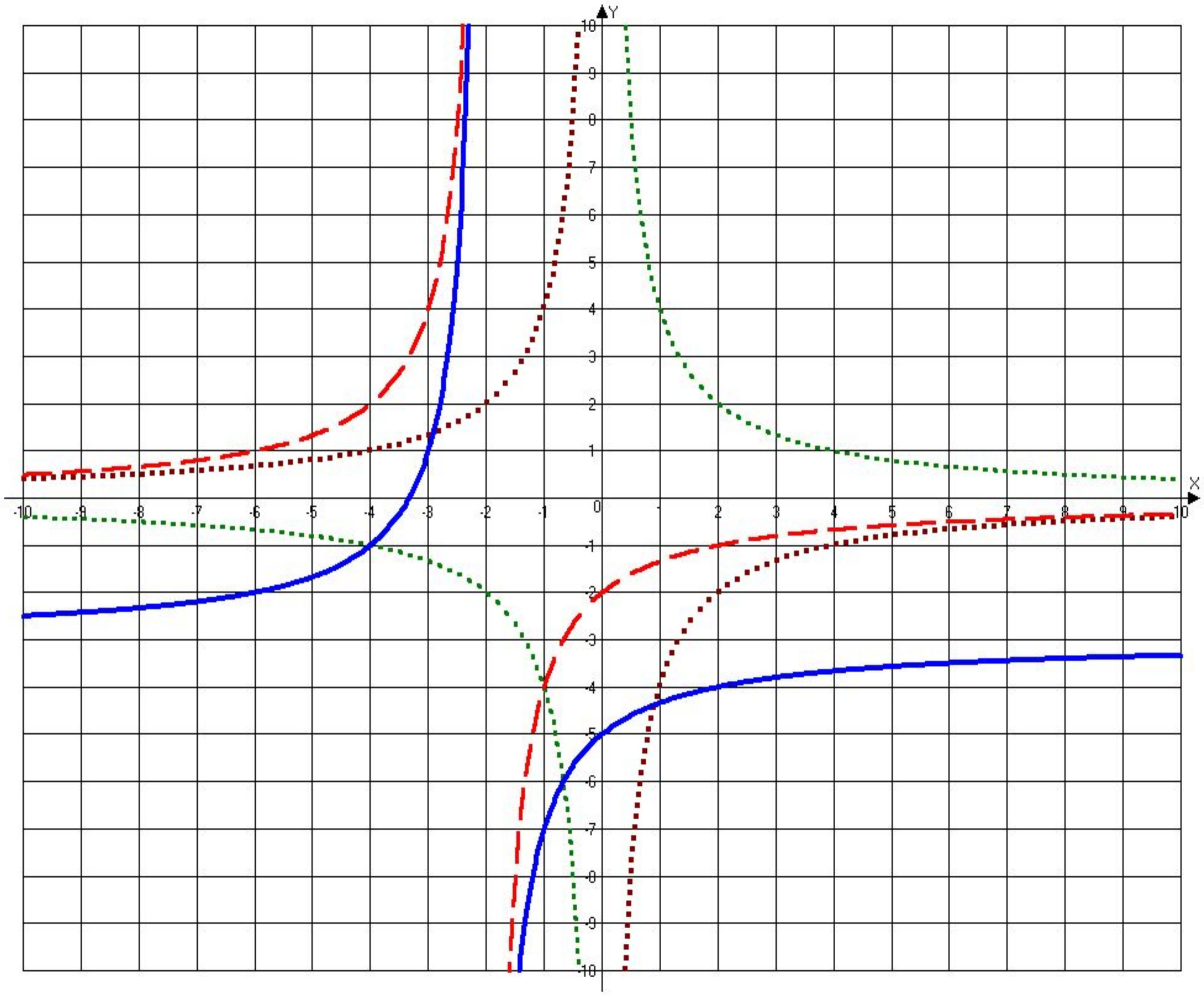
Второй шаг, результат первого шага пунктиром. Какое действие?



Третий шаг, результат первых шагов пунктиром. Какое действие?



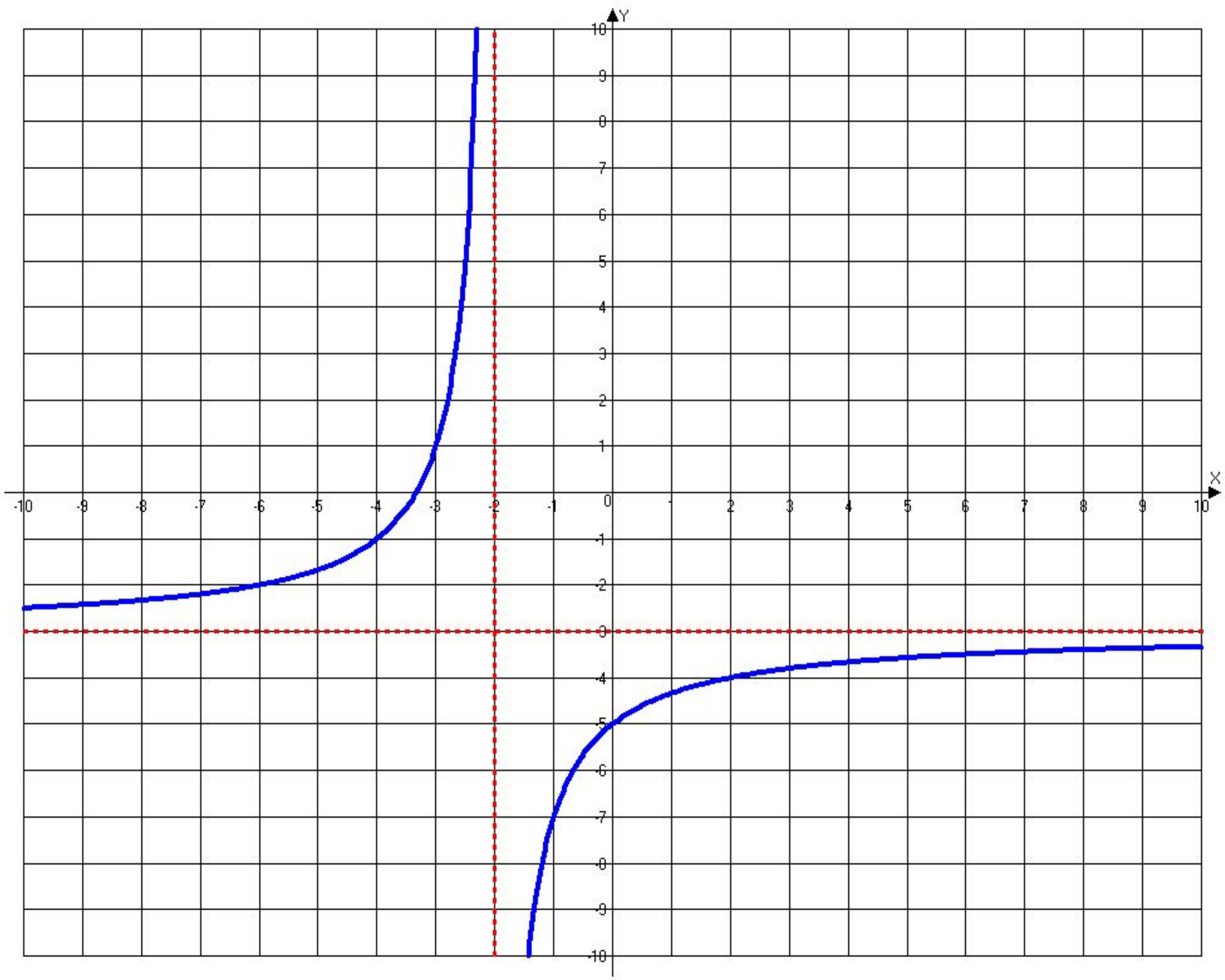
Четвёртый, окончательный шаг. Какое действие?



Это окончательный график у = $-\frac{4}{(x+2)}-3$.это график никогда не пересечёт горизонтальную линию у =- 3 и вертикальную линию х = - 2 (их называют асимптотами)

Вспомним, область определения функции D(у) = (-∞; -2)U(-2: ∞)

область изменения функции Е (у) = (-∞; -3)U(-3: ∞)



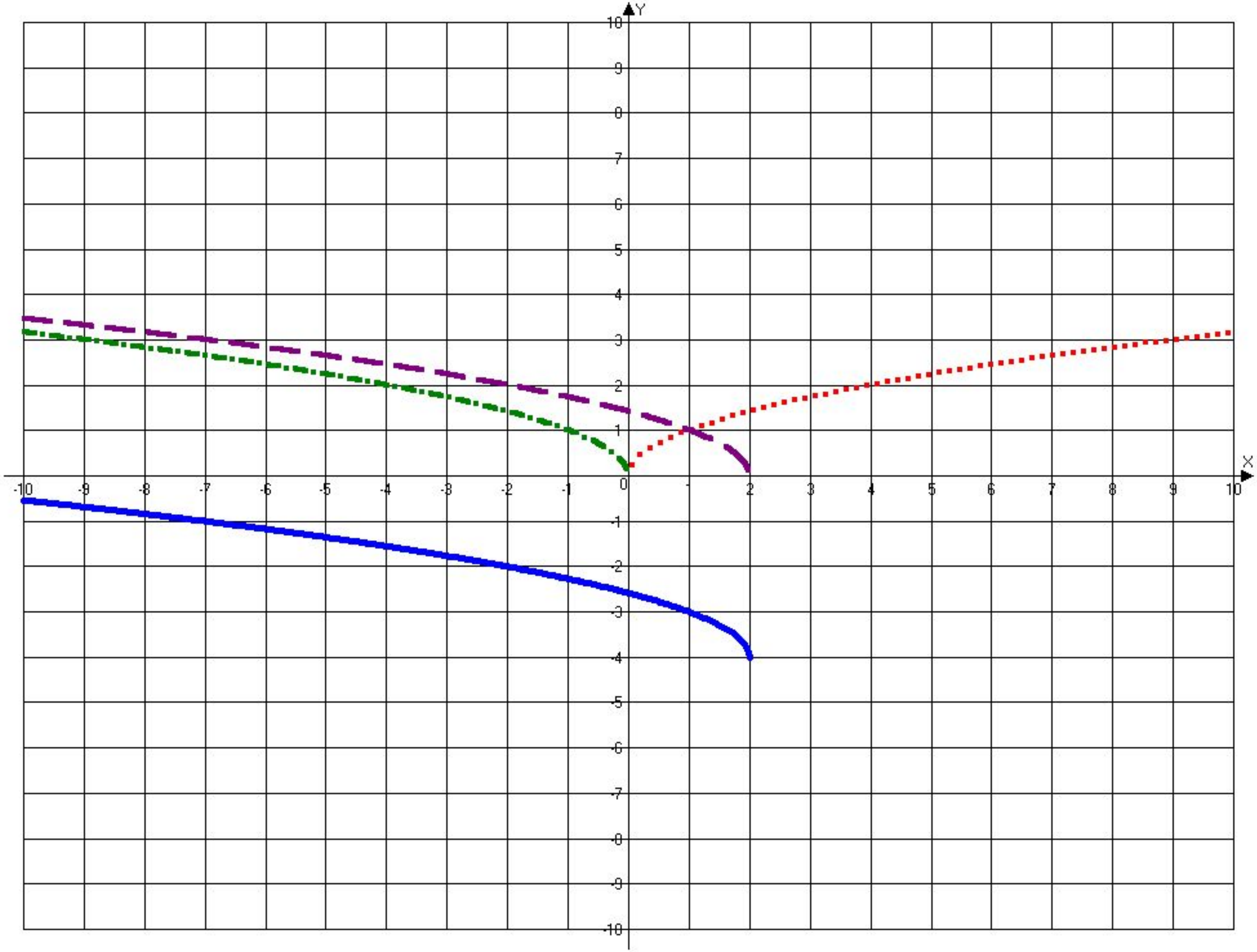
В преобразовании $y = f(x)$ в $y = kf(x + m) + n$ не учитывается коэффициент, который может стоять перед аргументом Х. В 10 классе это будет учитываться.

- А пока рассмотрим построение графика у = $\sqrt{-x-2}-4$
- Область определения D(у)= [0;∞) базовой функции у = $\sqrt{x}$
- Минус перед аргументом делает область определения противоположной. D(у)= (-∞;0] для функции у = $\sqrt{-x}$

То есть происходит симметричное отображение базового графика, но относительно оси Оу.

Ну а дальнейшие преобразования - параллельный сдвиг вправо и вниз Вам уже известен.

Проследите самостоятельно эти этапы, но уже в одной системе координат.


Y
X
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10

Проверьте степень усвоения учебного материала, ответив на тесты. Нажмите клавишу Esc и заполните тесты.

Сравните свои ответы с приведёнными ниже, если результат Вас не удовлетворил, то посмотрите презентацию вновь, но более внимательно

В-1 русский яз

Дана функция	Новая функция	Описание преобразования
$y = x^2$		Сдвиг-перенос на 2 ед. вверх
$y = x^2$	$y = x^2 - 4$	
$y = x^2$		симметрия относительно оси Ох
	$y = (x + 2)^2$	Перенос на 2 ед. влево
$y = x^2$		Перенос на 2 ед. вправо
$y = x^2$		Растяжение в 2 раза от оси Оу

В-2 украинский язык

Дана функ-ція	Нова функція	Опис перетворення
$y = x^2$		Перенесення на 1 од. вниз
$y = x^2$	$y = x^2 + 6$	
$y = x^2$		симетрія відносно осі Ох
	$y = (x - 1)^2$	Перенесення на 1 од. вправо
$y = x^2$		Перенесення на 1 од. вгору
$y = x^2$		Стиск в 2 рази до осі Оу

Проверим результаты усвоения материала

В-1

Дана функция	Новая функция	Описание преобразования
$y = x^2$	$y=x^2+2$	Сдвиг-перенос на 2 ед. вверх
$y = x^2$	$y = x^2 – 4$	Сдвиг-перенос на 4 ед. вниз
$y = x^2$	$y = –x^2$	симметрия относительно оси Ох
$y = x^2$	$y = (x + 2)^2$	Перенос на 2 ед. влево
$y = x^2$	$y = (x - 2)^2$	Перенос на 2 ед. вправо
$y = x^2$	$y= 0,5\ x^2$	Растяжение в 2 раза от оси Оу

В-2

Дана функ-ція	Нова функція	Опис перетворення
$y = x^2$	$y = x^2 -1$	Перенесення на 1 од. вниз
$y = x^2$	$y = x^2 + 6$	Перенесення на 6 од. вгору
$y = x^2$	$y=-x^2$	симетрія відносно осі Ох
$y = x^2$	$y = (x –1)^2$	Перенесення на 1 од. вправо
$y = x^2$	$y=x^2+1$	Перенесення на 1 од. вгору
$y = x^2$	$y=2x^2$	Стиск в 2 рази до осі Оу

Удачи и терпения в изучении математики !!!

Когда будете закрывать программу , пожалуйста,

не сохраняйте изменения.