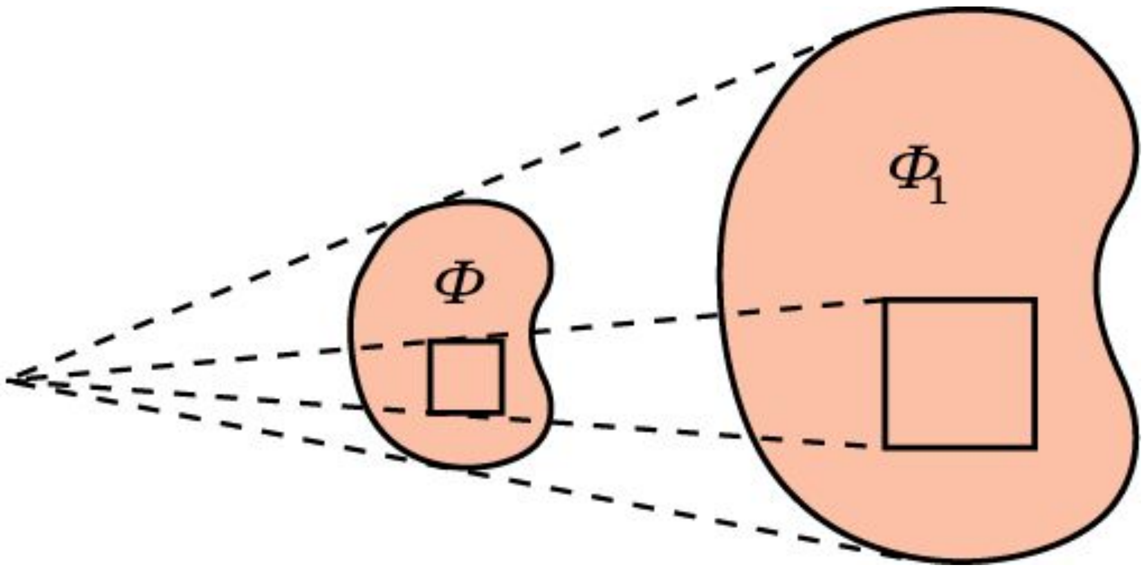
Площади подобных фигур

Теорема. Отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия.



Следствие. Площади подобных многоугольников относятся как квадраты их сходственных сторон.

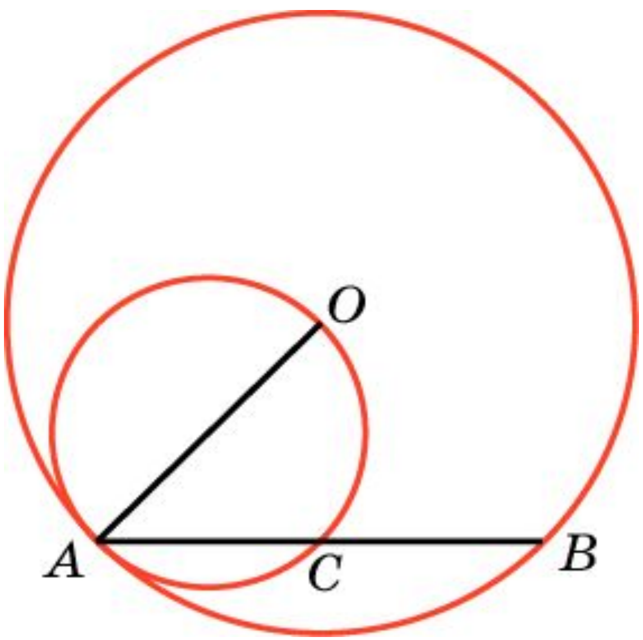
Пример 1

Периметры двух подобных многоугольников относятся как 1 : 2. Как относятся их площади?

Ответ: 1 : 4.

Пример 2

В круге с центром O проведена хорда AB. На радиусе OA, как на диаметре, описана окружность. Докажите, что площади двух сегментов, отсекаемых хордой AB от обоих кругов, относятся как 4 : 1.



Решение: Заметим, что большая окружность получается из малой гомотетией с центром в точке A и коэффициентом 2. При этой гомотетии сегмент малой окружности переходит в сегмент большой окружности. Следовательно, отношение их площадей равно 4 : 1.

Упражнение 1

Найдите отношение площадей двух квадратов, если отношение сторон этих квадратов равно: а) 2:3; б) $\sqrt{2} : \sqrt{3}$; в) 1 : 1,5.

Ответ: а) 4 : 9;

б) 2 : 3;

в) 1 : 2,25.

Упражнение 2

Как относятся стороны двух квадратов, если отношение площадей этих квадратов равно: а) 4 : 9; б) 3 : 4; в) 0,5 : 2?

Ответ: а) 2 : 3;

б) $\sqrt{3}$: 2;

в) 1 : 2.

Упражнение 3

Стороны равносторонних треугольников равны 6 см и 7 см. Чему равно отношение их площадей?

Ответ: 36 : 49.

Упражнение 4

Как изменится площадь круга, если его диаметр: а) увеличить в 2 раза; б) уменьшить в 5 раз?

Ответ: а) Увеличится в 4 раза;
б) уменьшится в 25 раз.

Упражнение 5

Одна из сторон треугольника разделена на три равные части и через точки деления проведены прямые, параллельные другой стороне. Найдите отношения площади данного треугольника к площадям треугольников, отсеченных построенными прямыми.

Ответ: 9 : 4 : 1.

Упражнение 6

Прямая, параллельная стороне треугольника, делит его на две равновеликие части. В каком отношении эта прямая делит другие стороны треугольника?

Ответ: $(\sqrt{2}-1)$: 1.

Упражнение 7

Площадь данного многоугольника равна 45 см^2. Чему равна площадь многоугольника, ему подобного, если сходственные стороны многоугольников равны 15 см и 10 см?

Ответ: 20 см^2.

Упражнение 8

Периметры двух подобных многоугольников относятся как 3:5. Площадь большего многоугольника равна 40 м^2. Найдите площадь второго многоугольника.

Ответ: 14,4 м^2.

Упражнение 9

Как изменится площадь многоугольника, если каждая из его сторон: а) увеличится в n раз; б) уменьшится в m раз (а величины углов не изменятся)?

Ответ: а) Увеличится в n^2 раз;
б) уменьшится в m^2 раз.

Упражнение 10

Периметры двух правильных n - угольников относятся как $a:b$. Как относятся их площади?

Ответ: $a^2 : b^2$.

Упражнение 11

Найдите отношение площадей правильных шестиугольников, вписанного и описанного около данной окружности.

Ответ: 3:4.

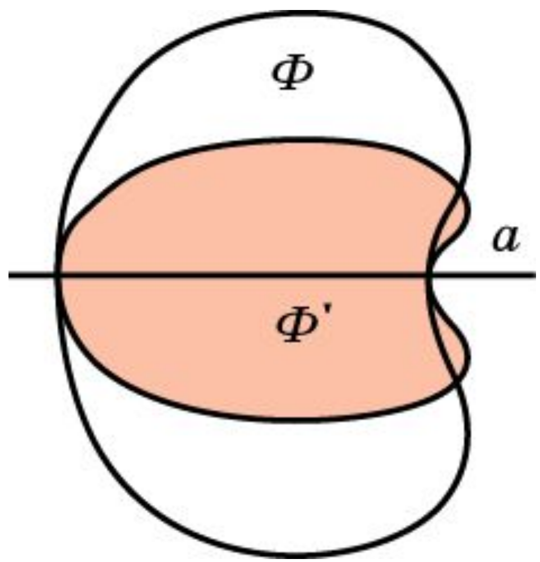
Упражнение 12

Две окружности, радиусов R и r касаются внутренним образом. Через точку касания проведена хорда, которая отсекает от внешней окружности сегмент площади S. Найдите площадь сегмента, отсекаемого этой хордой от внутренней окружности.

Ответ: $\dfrac{r^2 S}{R^2}$.

Упражнение 13

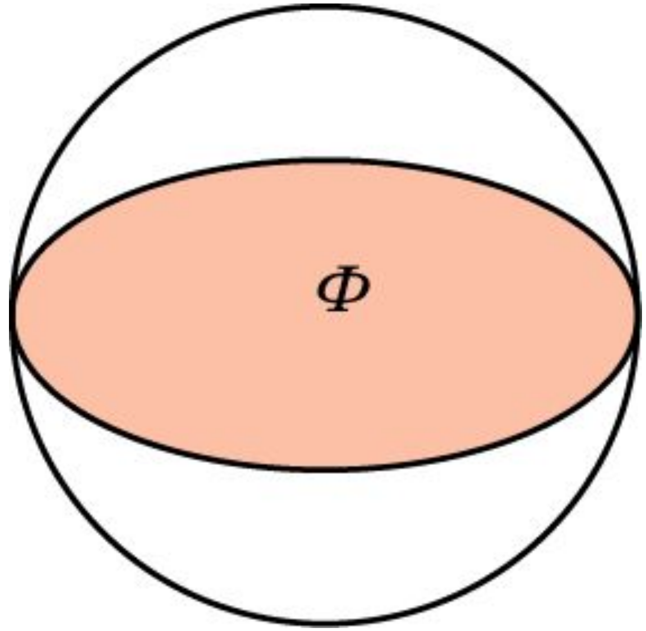
Фигура Φ' получена из фигуры Φ сжатием к прямой a в k раз. Чему равно отношение площадей фигур Φ' и Φ?



Ответ: 1 : k.

Упражнение 14

На рисунке изображена фигура *Ф*, полученная сжатием окружности радиуса R в 2 раза. Чему равна ее площадь?



Ответ: $\frac{\pi R^2}{2}$.