

# Замечательные точки и линии треугольника

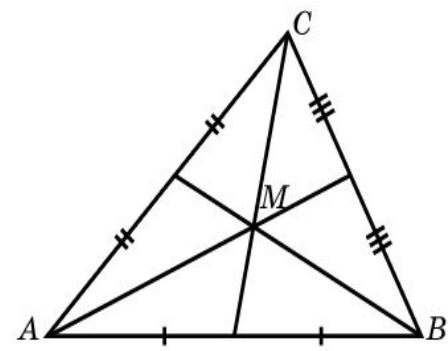
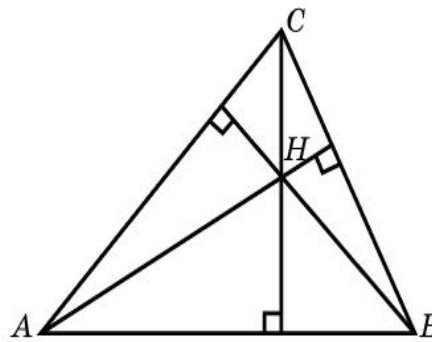
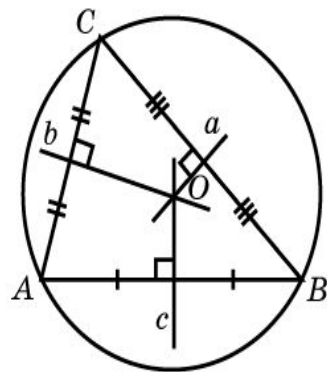
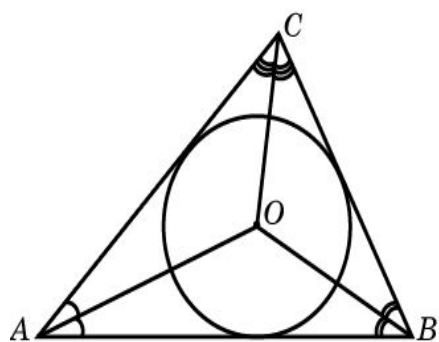


**Круглое невежество - не самое большое зло: накопление плохо усвоенных знаний еще хуже.**

**Платон**

*Учитель математики МАОУ СОШ №3 Короткова А. Э.*

# Замечательные точки и линии треугольника



# ЭЛЕМЕНТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

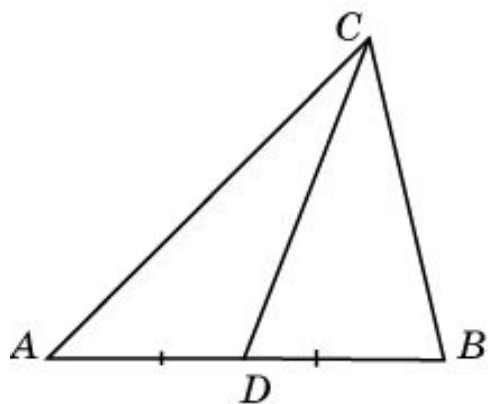


Рис. 1

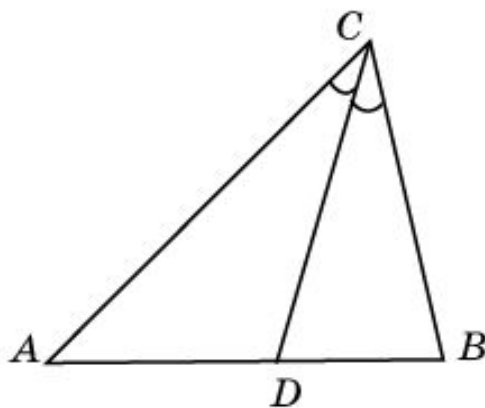


Рис. 2

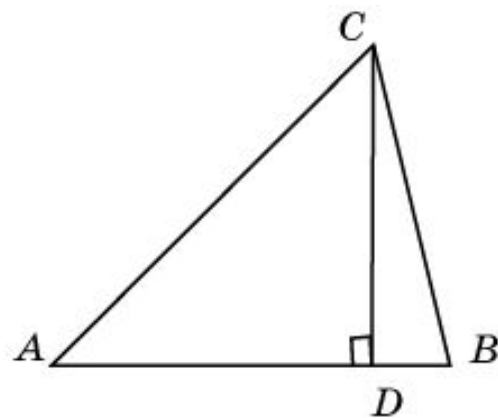
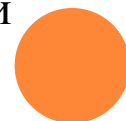


Рис. 3

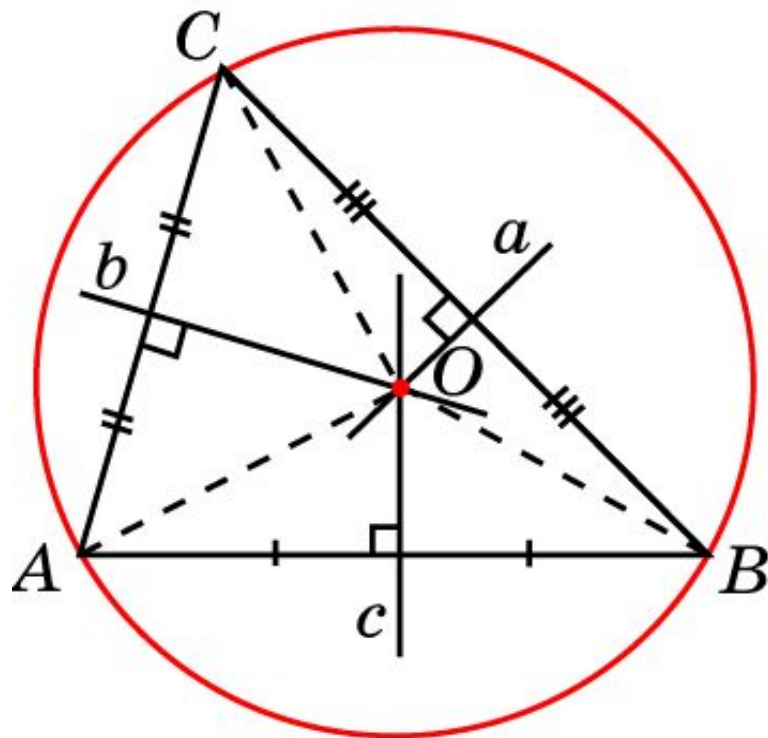
**Медиана** треугольника — отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны (рис. 1).

**Биссектриса** треугольника — отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой противоположной стороны (рис. 2).

**Высота** треугольника — отрезок, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны или ее продолжения и перпендикулярный этой стороне (рис. 3).



**1°. Точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника ( центр описанной окружности)**



## ЗАДАЧИ:

□ 1 уровень:

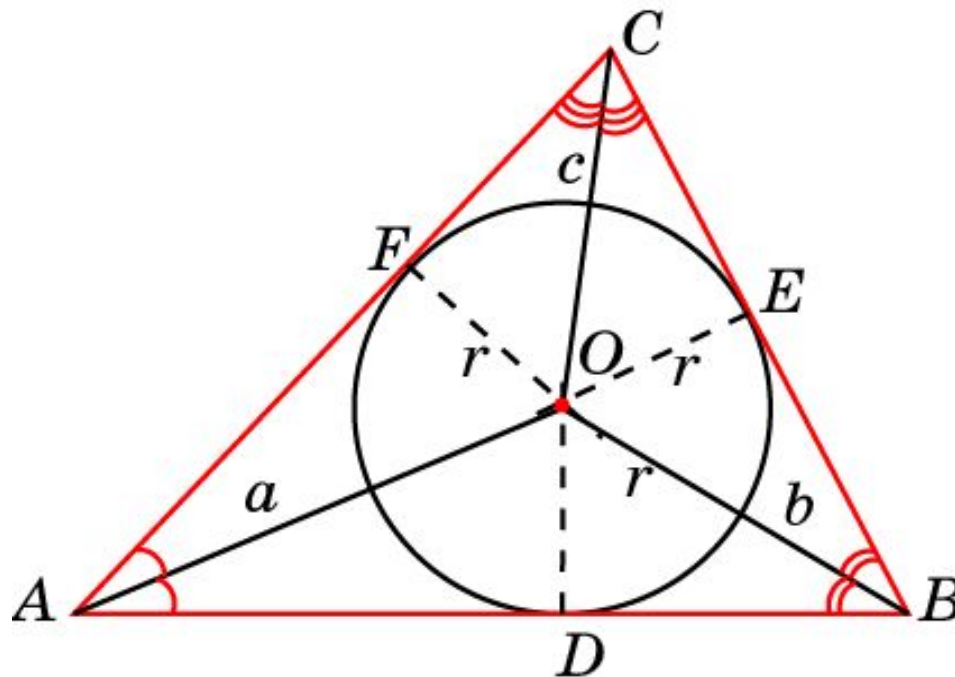
Пусть  $A_1, B_1, C_1$  – середины сторон  $\triangle ABC$   $BC, AC, AB$  соответственно. Показать, что окружности, описанные около треугольников  $AB_1C_1, A_1B_1C, A_1BC_1$  пересекаются в одной точке. Причем эта точка центр описанной около  $\triangle ABC$  окружности.

□ 2 уровень:

Если на сторонах  $\triangle ABC$   $BC, AC, AB$  взять произвольные точки  $A_1, B_1, C_1$ , то окружности описанные около треугольников  $AB_1C_1, A_1B_1C, A_1BC_1$  пересекаются в одной точке. Выяснить, чем является эта точка для  $\triangle ABC$ .



## 2°. Точка пересечения биссектрис треугольника (центр вписанной окружности)



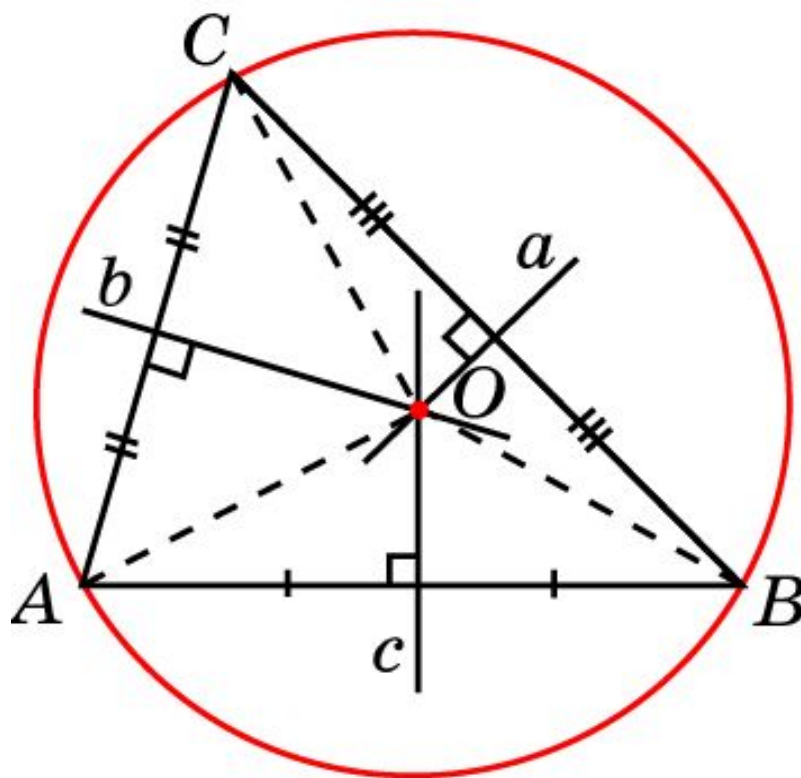
## ЗАДАЧИ:

- 1 уровень:
- Вписанный угол, опирающийся на хорду, равен углу между хордой и касательной, проходящей через конец хорды.
- 2 уровень:
- Дан  $\triangle ABC$  и точки  $A_1, B_1, C_1$  – точки касания вписанной окружности в треугольник  $ABC$ .  
Доказать, что  $\triangle A_1B_1C_1$  всегда остроугольный.



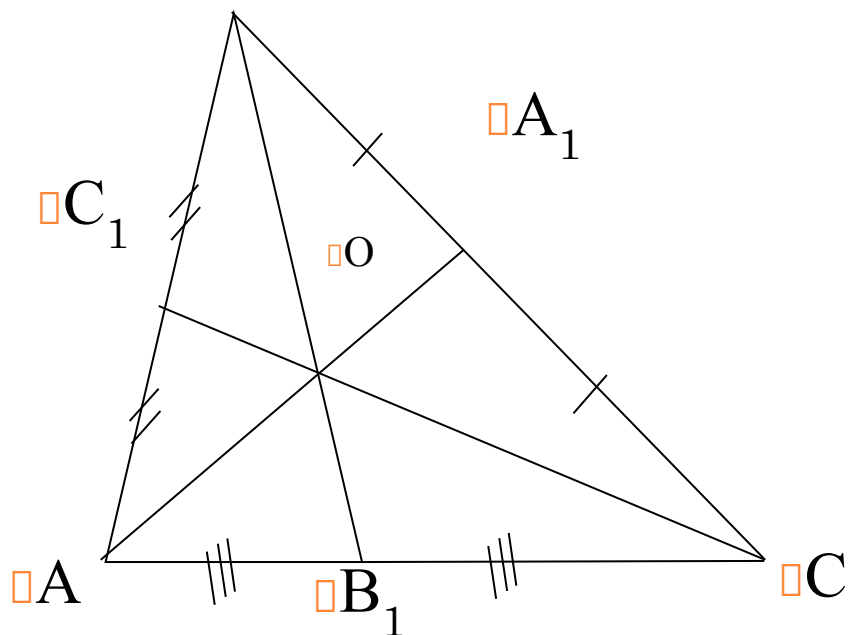
$$R = \frac{abc}{4S_{ABC}}$$

$S_{ABC} = \Gamma R$ , ГДЕ  $\Gamma = \frac{1}{2} P$ .





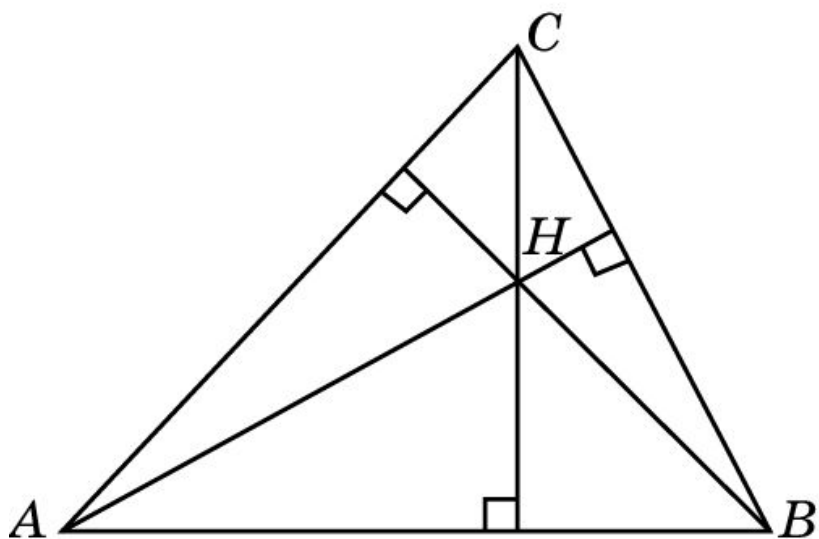
### 3°. ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ МЕДИАН ТРЕУГОЛЬНИКА



Медианы  
треугольника  
пересекаются в  
одной точке и  
делятся в этой точке  
в отношении  $2 : 1$ ,  
считая от вершин.



## 4°. ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ВЫСОТ ТРЕУГОЛЬНИКА



Высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке, которая называется ортоцентром.

