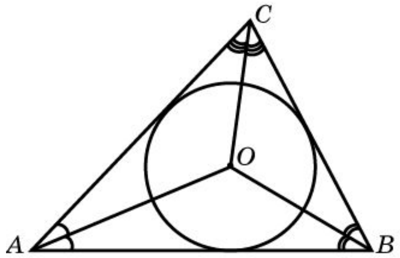
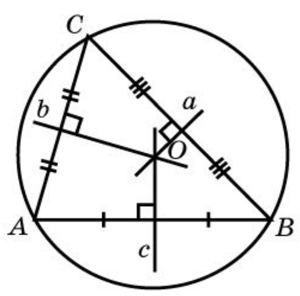
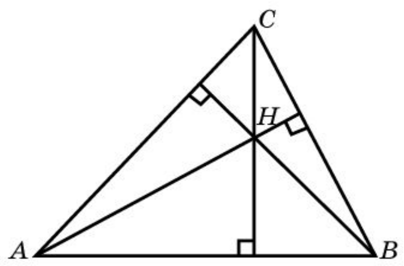
Площадь треугольника и биссектриса

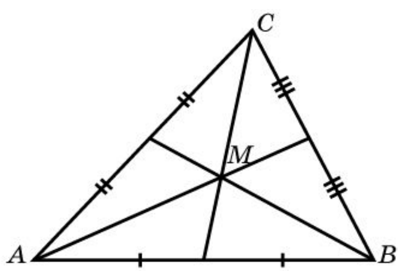
Учитель математики МАОУ СОШ №3 Короткова А. Э.

Замечательные точки и линии треугольника









Элементы треугольника

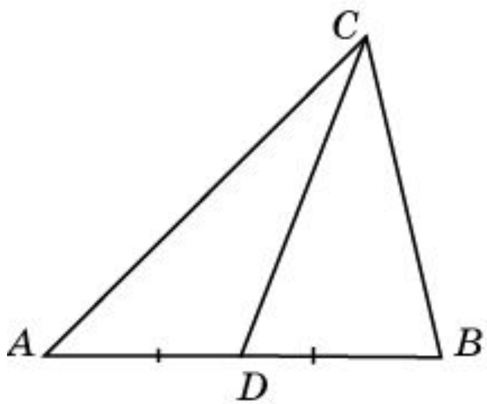


Рис. 1

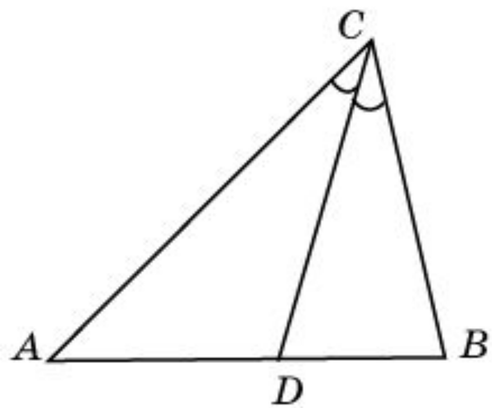


Рис. 2

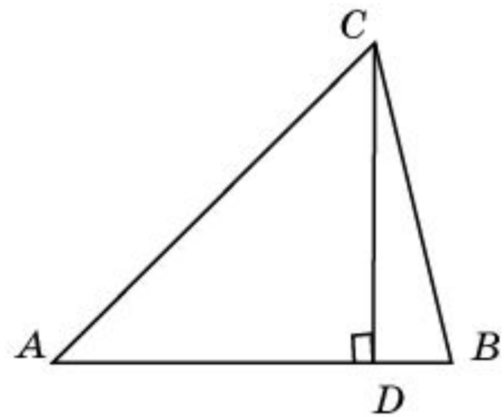


Рис. 3

Медиана треугольника – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны (рис. 1).

Биссектриса треугольника – отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой противоположной стороны (рис. 2).

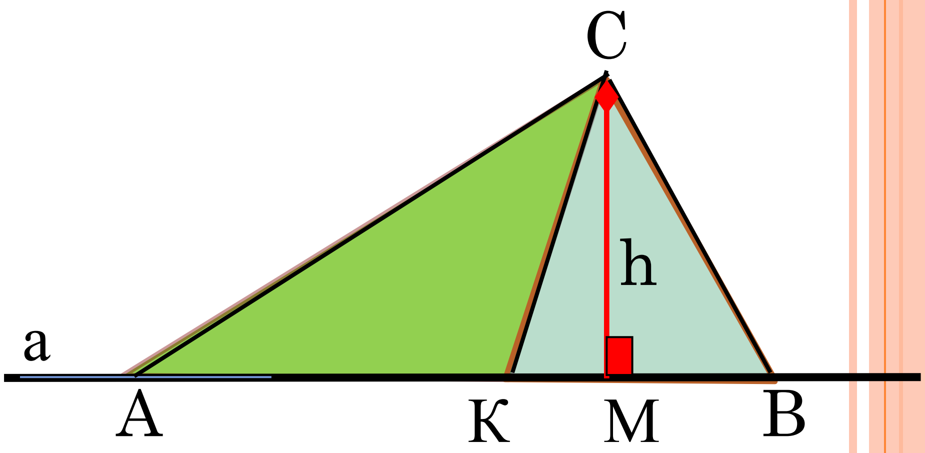
Высота треугольника – отрезок, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны или ее продолжения и перпендикулярный этой стороне (рис. 3).

Площади треугольников, имеющих равные высоты, относятся как основания, к которым проведены эти высоты.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CM \cdot AB$$

$$S_{AKC} = \frac{1}{2} CM \cdot AK$$

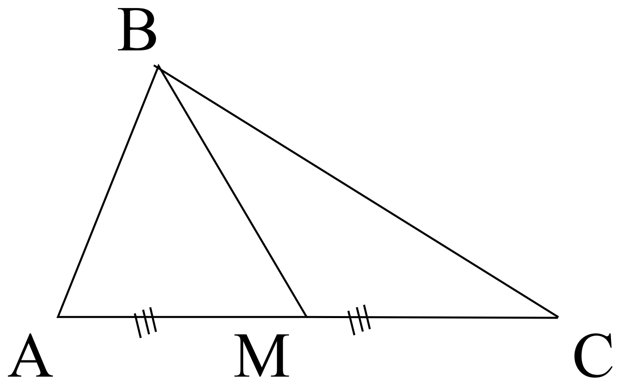
$$S_{KBC} = \frac{1}{2} CM \cdot KB$$

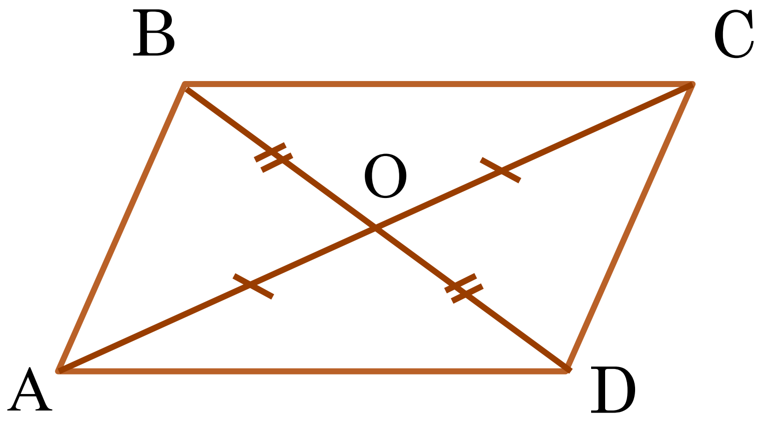


Значит, **$S_{ABC}:S_{AKC}:S_{KBC}$=AB:AK:KB**

Медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника.

$$S_{ABM} = S_{MBC}$$





Следствие 1.

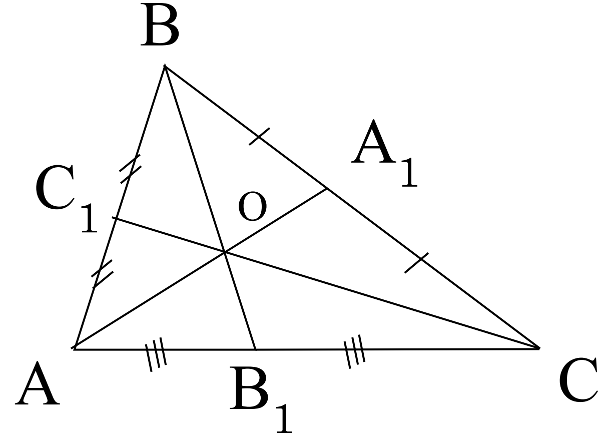
$$S_{AOB} = S_{BOC} = S_{COD} = S_{DOA} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

$$S_{ADB} = S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

Следствие 2.

Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.

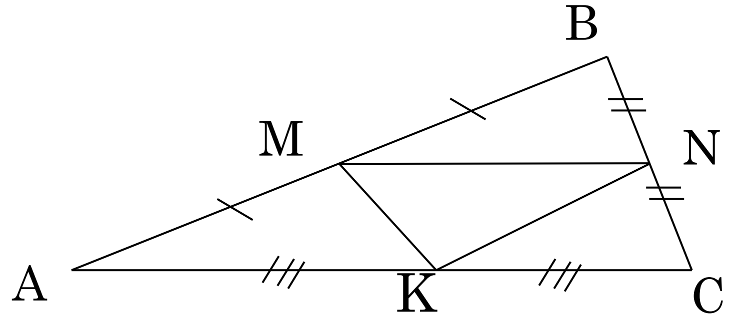
$$S_{AOC_1} = S_{BOC_1} = S_{BOA_1} = S_{COA_1} = S_{COB_1} = S_{AOB_1} = \frac{1}{6} S_{ABC}$$



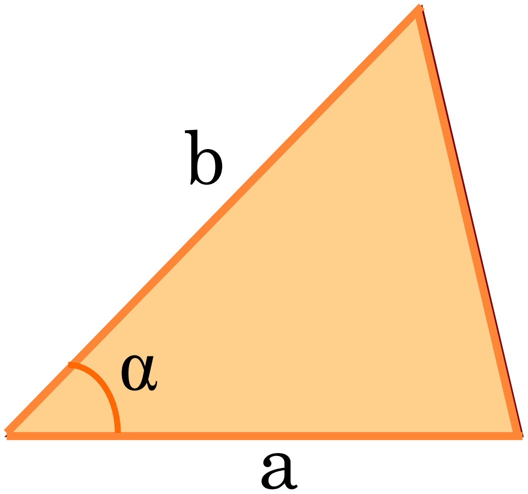
Следствие 3.

Средняя линия треугольника отсекает от данного треугольник, площадь которого равна $\frac{1}{4}$ площади исходного треугольника.

$$\frac{S_{MBN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$$

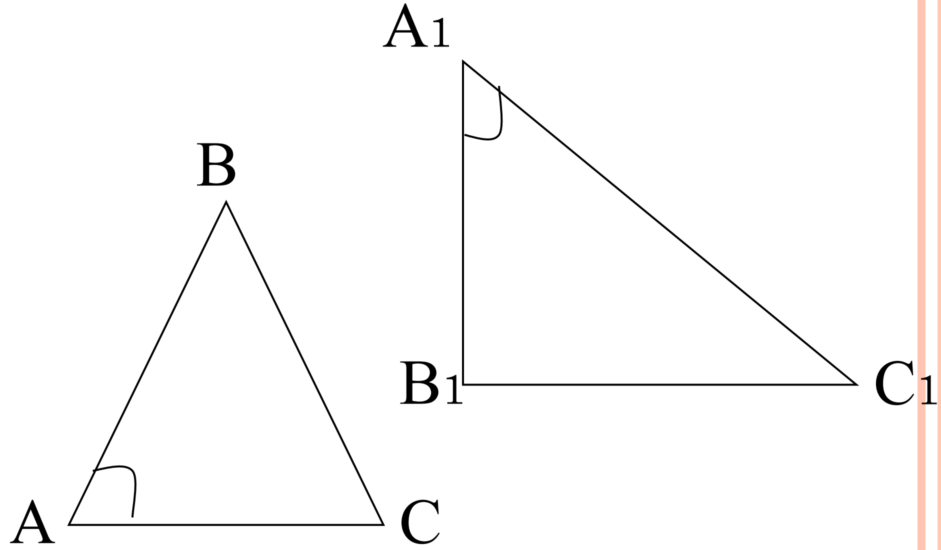


$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha$$



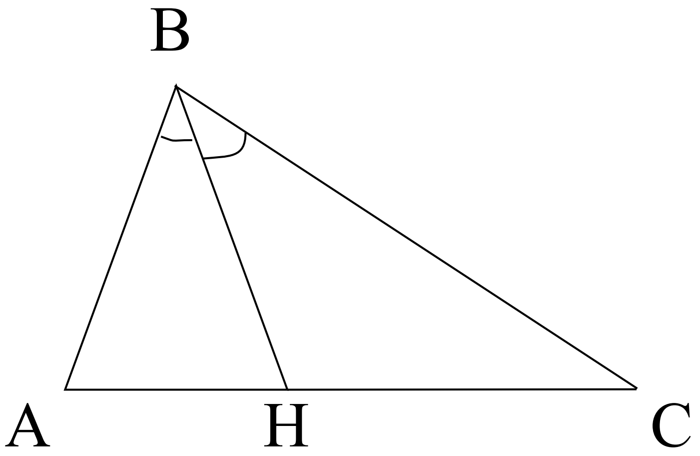
Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади данных треугольников относятся как произведения сторон, заключающих данные углы.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$



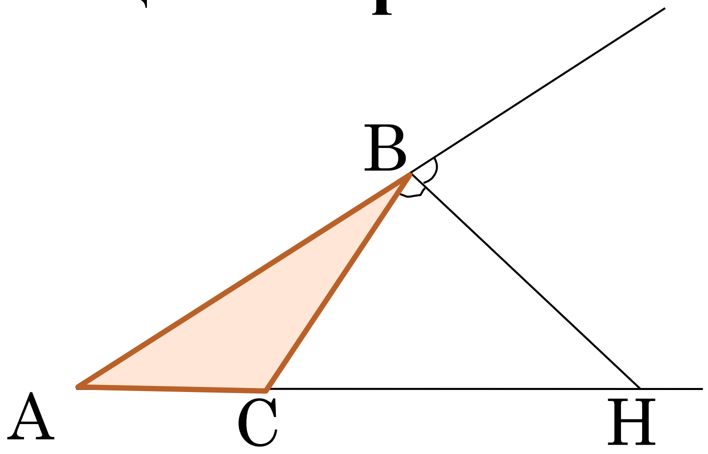
Биссектриса треугольника делит сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

$$\frac{AH}{HC} = \frac{AB}{BC}$$

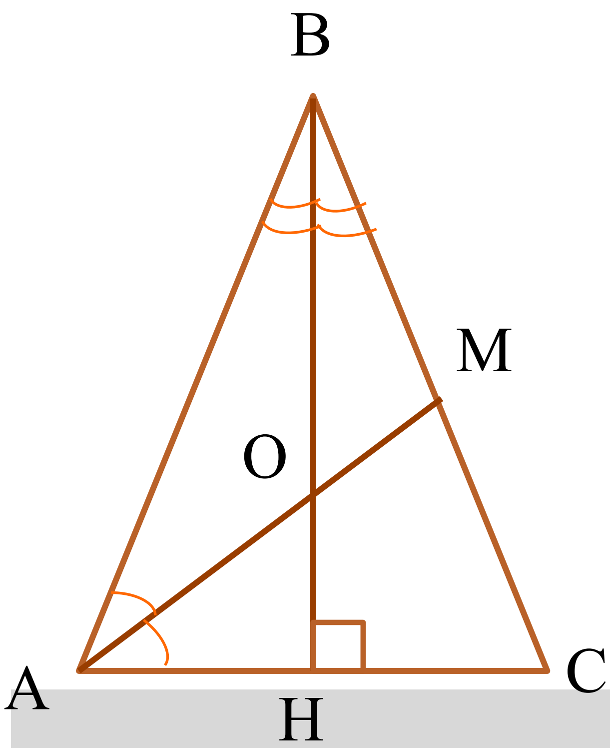


Биссектриса внешнего угла треугольника делит продолжение стороны треугольника на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

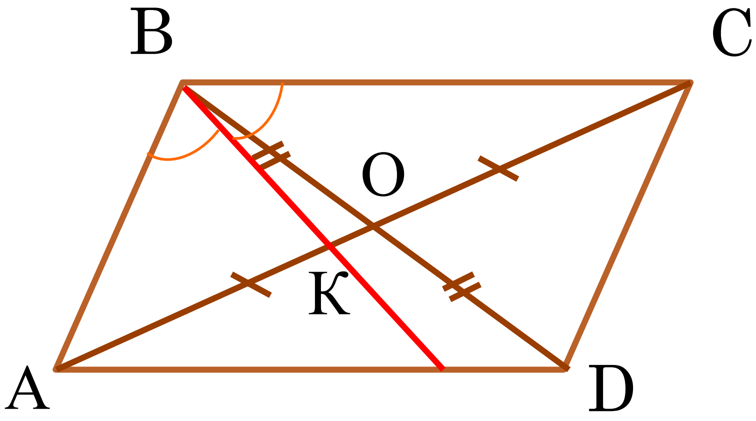
$$\frac{AH}{HC} = \frac{AB}{BC}$$



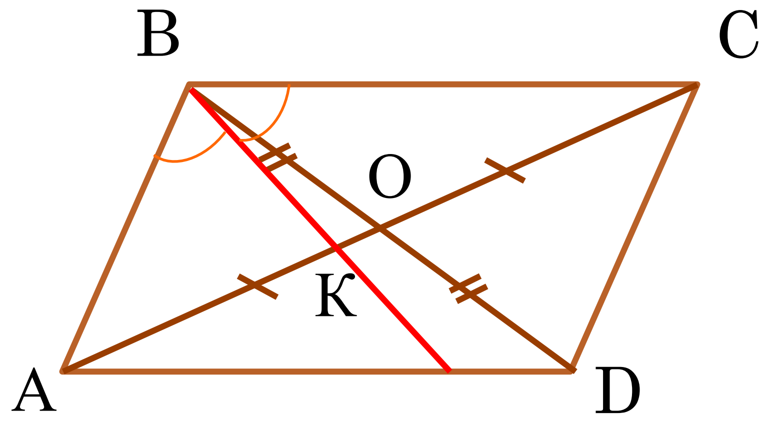
В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к боковой стороне, делит ее в отношении 5:8. Найдите длину основания данного треугольника, если радиус его вписанной окружности равен 2.



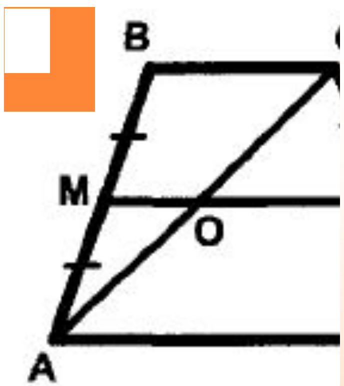
В параллелограмме ABCD AB=4см, BC=6см, $\angle$A=30°. Биссектриса угла B пересекает диагональ AC в точке К. Найдите площадь треугольника ABK.

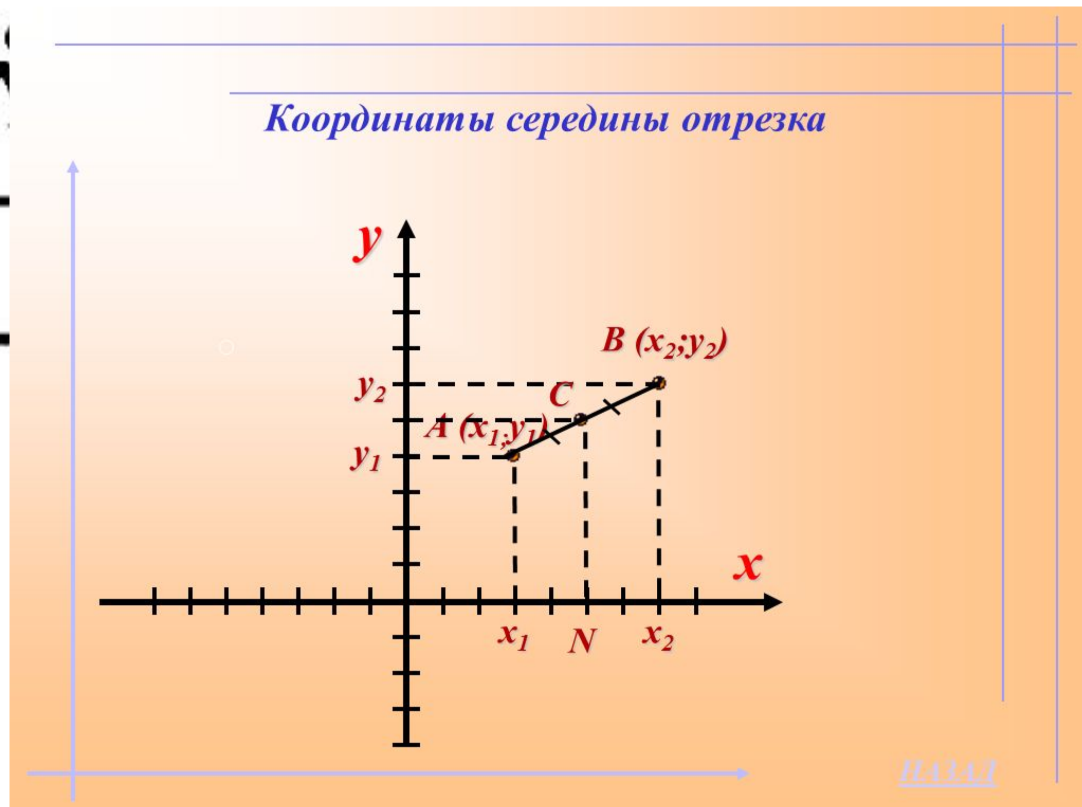


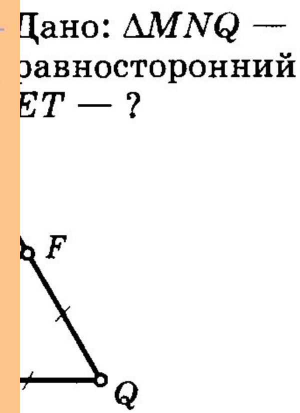
Решение. $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin 30^{\circ} = 24 \cdot ½ = 12.$
По свойству биссектрисы, AK:KC=AB:BC => AK:
KC=
=2:3 => $S_{ABK} = S_{ABC} = \cdot S_{ABCD} = \cdot 6 = 2{,}4.$



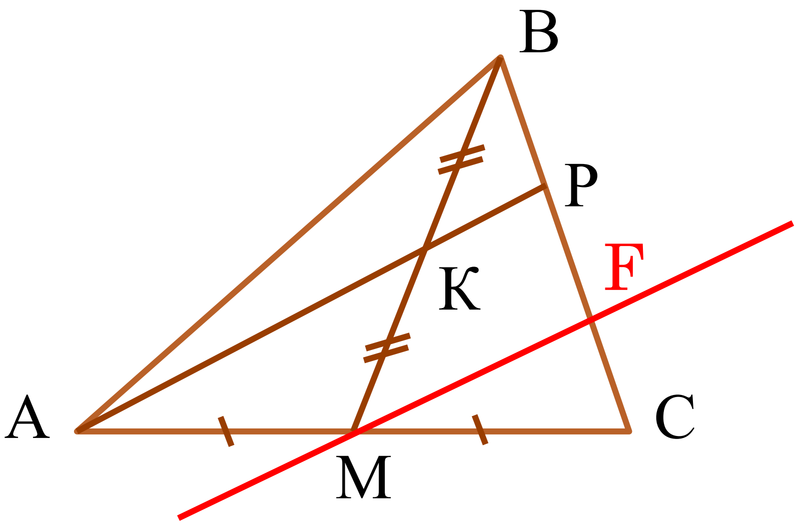
Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.







26 Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника $KPCM$.



Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки.